

Chapter - 7

निर्देशांक ज्यामिति

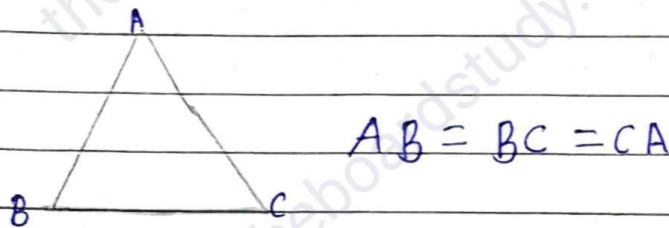
Rajshree

DATE: _____ PAGE NO: _____

भुजा के आधार पर त्रिभुज के प्रकार -

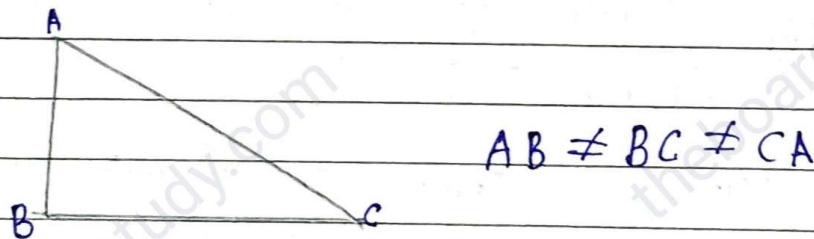
- (i) समबाहु (ii) विषम बाहु त्रिभुज (iii) समद्विबाहु त्रिभुज

- (1) समबाहु त्रिभुज ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाएँ समान हो समबाहु त्रिभुज कहलाता है।

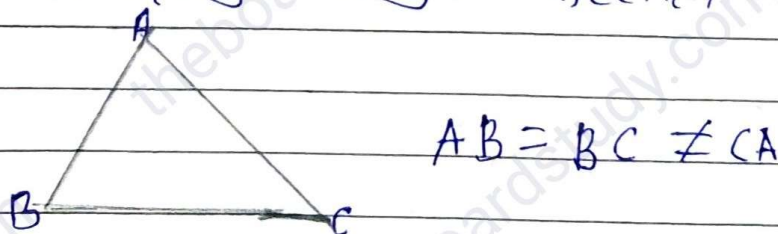


- (2) विषम बाहु त्रिभुज

ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाएँ असमान हो विषम बाहु त्रिभुज कहलाता है।



- (3) समद्विबाहु त्रिभुज : - ऐसा त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ बराबर हो एक भुजा असमान हो समद्विबाहु त्रिभुज कहलाता है।



(3)

परिभाषा :-

भुज :-

किसी बिन्दु को y - अक्ष से दूर उस बिन्दु का भुज कहलाती है, इसे m से बताते हैं।

कोटि :-

किसी बिन्दु की x - अक्ष से दूरी कोटि कहलाती है। इसे y से बताते हैं।

अतः

किसी बिन्दु (p) के निर्देशक $p(m, y)$ महत्वपूर्ण
 ① $(m, 0)$ ② $(0, y)$ होते हैं।

(5)

यदि बिन्दु y अक्ष पर स्थिति है, तो उसका y वाला मान शून्य होता है। तथा x अक्ष पर स्थिति पर बिन्दु के निर्देशक $m, 0$ होते हैं।

(6)

यदि बिन्दु x अक्ष पर स्थिति है, तब y का मान शून्य होता है, तथा बिन्दु के निर्देशक $0, y$ होते हैं।

x अक्ष और y अक्ष के प्रतिक्षेत्र बिन्दु m को मूल्य बिन्दु कहते हैं। तथा मूल्य बिन्दु के निर्देशक $(0, 0)$ होते हैं।

पूरी सूत्र -

$$\textcircled{1} \quad P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$$

$$P \text{ ————— } Q$$

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

$$\textcircled{1} \quad PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\textcircled{2} \quad PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

बिन्दु $P(x, y)$ की मूल बिन्दु से दूरी

$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$

प्रश्नावली - 7.1

प्रश्न 1 बिन्दुओं के निम्नलिखित युग्मों के बीच की दूरियाँ ज्ञात कीजिए :

$$\textcircled{1} \quad (2, 3), (4, 1)$$

$$\text{हल} \quad (2, 3), (4, 1)$$

$$P(2, 3), Q(4, 1)$$

$$P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 4$$

$$y_1 = 3, \quad y_2 = 1$$

P और Q के बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$$

$$PQ = \sqrt{4 + 4}$$

$$PQ = \sqrt{8}$$

$$PQ = \sqrt{2 \times 2 \times 2}$$

$$PQ = 2\sqrt{2} \quad \text{Ans}$$

(ii) $(-5, 7), (-1, 3)$

हल $(-5, 7), (-1, 3)$

$$P(-5, 7), Q(-1, 3)$$

$$x_1 = -5, \quad x_2 = -1$$

$$y_1 = 7, \quad y_2 = 3$$

P और Q के बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(x_2)^2 - (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(-1+5)^2 + (3-7)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$$

$$PQ = \sqrt{16 + 16}$$

$$PQ = \sqrt{32}$$

$$PQ = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$PQ = 2 \times 2 \sqrt{2}$$

$$PQ = 4\sqrt{2}$$

(ii) $(a, b), (-a, -b)$

~~सम~~ $(a, b), (-a, -b)$

$$P(a, b), Q(-a, -b)$$

$$\Rightarrow x_1 = a, x_2 = -a$$

$$y_1 = b, y_2 = -b$$

P और Q के बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{x_2^2 - x_1^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(-a - a)^2 + (-b - b)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(-2a)^2 + (-2b)^2}$$

$$PQ = \sqrt{4a^2 + 4b^2}$$

$$PQ = 4(a^2 + b^2)$$

$$PQ = 2\sqrt{a^2 + b^2}$$

प्रश्न 3 बिंदुओं $(0,0)$ और $(36,15)$ के बीच की दूरी
सात की लिए ?

$$(0,0), (36,15)$$

$$\Rightarrow O(0,0), P(36,15)$$

$$x_1 = 0, x_2 = 36$$

$$y_1 = 0, y_2 = 15$$

$$OP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$OP = \sqrt{(36 - 0)^2 + (15 - 0)^2}$$

$$OP = \sqrt{36^2 + 15^2}$$

$$OP = \sqrt{1296 + 225}$$

$$OP = \sqrt{1521}$$

$$OP = \sqrt{3 \times 3 \times 13 \times 13}$$

$$OP = 3 \times 13$$

$$OP = 39$$

प्रश्न 3 निर्धारित कीजिए कि क्या बिंदु $(1, 5)$, $(2, 3)$ और $(-2, -11)$ संरेखी हैं -

हल $A(1, 5)$, $B(2, 3)$, $C(-2, -11)$

$(1, 5)$ $(2, 3)$ $(-2, -11)$

A — B — C
यदि बिंदु संरेखी हैं.

$$AB + BC = AC$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (3-5)^2}$$

$$AB = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{1+4}$$

$$AB = \sqrt{5}$$

$$\therefore BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2-2)^2 + (-11-3)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-14)^2}$$

$$= \sqrt{16+196}$$

$$BC = \sqrt{212}$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (-11 - 5)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-3)^2 + (-16)^2}$$

$$AC = \sqrt{9 + 256}$$

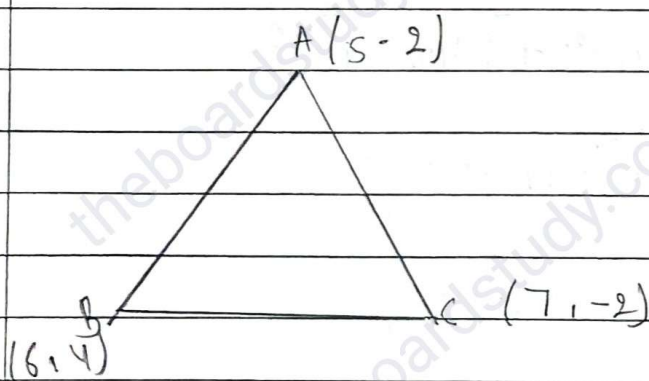
$$AC = \sqrt{265}$$

$$\therefore AB + BC \neq AC$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{212} \neq \sqrt{265}$$

अतः बिन्दु सरिख नहीं हैं।

प्रश्न-4 जाँच कीजिए कि क्या बिंदु $(5, -2)$, $(6, 4)$ और $(7, -2)$ एक समरिखित त्रिभुज के शीर्ष हैं।



हल

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(6-5)^2 + (4+2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(1)^2 + (6)^2}$$

$$AB = \sqrt{1+36}$$

$$AB = \sqrt{37}$$

$$\therefore BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(7-6)^2 + (-2-4)^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (-6)^2}$$

$$BC = \sqrt{1+36}$$

$$BC = \sqrt{37}$$

$$CA = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$CA = \sqrt{(5-7)^2 + (-2+2)^2}$$

$$CA = \sqrt{(-2)^2 + (0)^2}$$

$$CA = \sqrt{4+0}$$

$$CA = \sqrt{4}$$

$$A = 2$$

$$\therefore AB = BC = \sqrt{37}$$

अतः $\triangle ABC$ समद्विबाहु त्रिभुज है।

प्रश्न - म - अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो $(2, -5)$ और $(-2, 9)$ से समदूरस्थ है।

हल - म - अक्ष पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक $P(m, 0)$

$$A(2, -5), B(-2, 9)$$

प्रश्नानुसार

$$AB = PB$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - m)^2 + (-5 - 0)^2} = \sqrt{(-2 - m)^2 + (9 - 0)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\Rightarrow (2 - m)^2 + (-5)^2 = (-2 - m)^2 + (9)^2$$

$$\Rightarrow (2 - m)(2 - m) + 25 = (-2 - m)(-2 - m) + 81$$

$$= 4 - 2m - 2m + m^2 + 25 = 4 + 2m + 2m + m^2 + 81$$

$$= 4 - 4m + m^2 + 25 = 4 + 4m + m^2 + 81$$

$$= 29 - 4m = 85 + 4m$$

$$- 4m - 4m = 85 - 29$$

$$- 8m = 56$$

$$m = \frac{56}{-8}$$

$$m = -7$$

अतः m -अक्ष पर स्थित बिन्दु के लिए

$$P(m, 0)$$

$$P(-7, 0)$$

प्रश्न का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए बिन्दु $P(2, -3)$ और $Q(10, y)$ के बीच की दूरी 10 मानक है।

हल $P(2, -3), Q(10, y)$ $PQ = 10$
 $y = ?$

$$m_1 = 2, m_2 = 10$$

$$y_1 = -3, y_2 = y$$

$$PQ = \sqrt{(m_2 - m_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= 10 = \sqrt{(10 - 2)^2 + (y + 3)^2}$$

$$10 = \sqrt{(8)^2 + (y + 3)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$= (10)^2 = (8)^2 + (y + 3)^2$$

$$= 100 = 64 + (y+3)(y+3)$$

$$= 100 = 64 + y^2 + 3y + 3y + 9$$

$$= 100 = 73 + y^2 + 6y$$

$$y^2 + 6y + 73 - 100 = 0$$

$$y^2 + 6y - 27 = 0$$

$$1x - 27 = -27$$

$$9x - 3 = -27$$

$$y^2 + 9y - 3y - 27 = 0$$

$$= y(y+9) - 3(y+9) = 0$$

$$(y+9)(y-3) = 0$$

$$\Rightarrow y+9=0 \text{ या } y-3=0$$

$$= y = -9 \text{ या } y = 3$$

प्रश्न 9 यदि $Q(0,1)$ बिन्दुओं $P(5,-3)$ और $R(m,6)$ से समावृत्त है, तो m के मान ज्ञात कीजिए।

हल $Q(0,1), P(5,-3), R(m,6)$

$$m = ?$$

प्रश्नानुसार

$$OP = OR$$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(5 - 0)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{(x - 0)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$\sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{x^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{25 + 16} = \sqrt{x^2 + 25}$$

पक्षों पक्षों का वर्ग करने पर

$$= 25 + 16 = x^2 + 25$$

$$= x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16}$$

$$= x = \pm 4$$

प्रश्न 10 में और y में एक ऐसा संबंध ज्ञात कीजिए कि बिंदु (x, y) बिंदुओं $(3, 6)$ और $(-3, 4)$ से समदूरस्थ हो ?

हल $P(x, y)$, $A(3, 6)$, $B(-3, 4)$

प्रश्नानुसार

$$PA = PB$$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(3 - x)^2 + (6 - y)^2} = \sqrt{(-8 - x)^2 + (4 - y)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$= (3 - x)^2 + (6 - y)^2 = (-8 - x)^2 + (4 - y)^2$$

$$= (3 - x) \cdot (3 - x) + (6 - y)(6 - y) = (-8 - x) \cdot (-8 - x)$$

$$+ (4 - y)(4 - y)$$

$$= 9 - 3x + x^2 + 36 - 6y - 6y + y^2 = 9 + 3x + 3x + x^2$$

$$+ 16 - 4y - 4y + y^2$$

$$= 45 - 6x - 12y = 25 + 6x - 8y$$

$$= -6x - 6x - 12y + 8y = 25 - 45$$

$$- 12x - 4y = -20$$

$$= 12x + 4y = 20$$

4 से भाग देने पर

$$\boxed{3x + y = 5}$$

उदा. 5 y-अक्ष पर एक ऐसा बिंदु ज्ञात कीजिए-
जो बिंदुओं A(6, 5) और B(-4, 3) से
सम दूरस्थ हो।

हल y-अक्ष पर स्थित बिंदु के निर्देशांक $P(0, y)$

$$A(6, 5), B(-4, 3)$$

प्रमानुसार

$$PA = PB$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6 - 0)^2 + (5 - y)^2} = \sqrt{(-4 - 0)^2 + (3 - y)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(6 - 0)^2 + (5 - y)^2 = (-4 - 0)^2 + (3 - y)^2$$

$$= 6^2 + (5 - y)(5 - y) = (-4)^2 + (3 - y)(3 - y)$$

$$\Rightarrow 36 + 25 - 5y - 5y + y^2 = 16 + 9 - 3y - 3y + y^2$$

$$= 61 - 10y = 25 - 6y$$

$$-10y + 6y = 25 - 61$$

$$\neq 4y = \neq 36$$

$$4y = 36$$

$$y = \frac{36}{4}$$

$$\boxed{y = 9}$$

अतः y-अक्ष पर स्थित
बिंदु $(0, 9)$ है।

$$\boxed{P(0, 9)}$$

①

विभाजन सूत्र

$$M = \frac{m_1 m_2 + m_2 m_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$M = \frac{m_1 + m_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

उदा. 6

उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(4, 3)$ और $(8, 5)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड का आंतरिक रूप से $3:1$ के अनुपात में विभाजित करता है -

हल बिन्दु $P(x, y)$ बिन्दुओं $A(4, 3)$ और $B(8, 5)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को आंतरिक रूप से $3:1$ में विभाजित करता है

$$m_1 = 4, \quad y_1 = 3$$

$$m_2 = 8, \quad y_2 = 5$$

$$m_1 = 3, \quad m_2 = 1$$

विभाजन सूत्र

$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x = \frac{3 \times 8 + 1 \times 4}{3 + 1}$$

$$x = \frac{24 + 4}{4}$$

$$x = \frac{24}{4}$$

$$\boxed{x = 7}$$

उत्तर: सिर्फ p

$$y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{3 \times 5 + 1 \times -3}{3 + 1}$$

$$y = \frac{15 - 3}{4}$$

$$y = \frac{12}{4}$$

$$\boxed{y = 3}$$

उदा. 7 बिंदु $(-4, 6)$ बिंदुओं $A(-6, 10)$ और $B(3, 8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को किस अनुपात में विभाजित करता है?

हल माना बिंदु $P(-4, 6)$ बिंदुओं $A(-6, 10)$ और $B(3, 8)$ रेखाखंड को $k:1$ विभाजित करता है।

$$x_1 = -6, \quad y_1 = 10$$

$$x_2 = 3, \quad y_2 = 8$$

$$x = -4, \quad y = 6$$

$$m_1 = k, \quad m_2 = 1$$

विभाजन सूत्र

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$-4 = \frac{k \cdot 3 + 1 \cdot (-6)}{k + 1}$$

$$\frac{-4}{1} = \frac{3k - 6}{k + 1}$$

$$-4(k + 1) = 3k - 6$$

$$-4k - 4 = 3k - 6$$

$$3k + 4k = -4 + 6$$

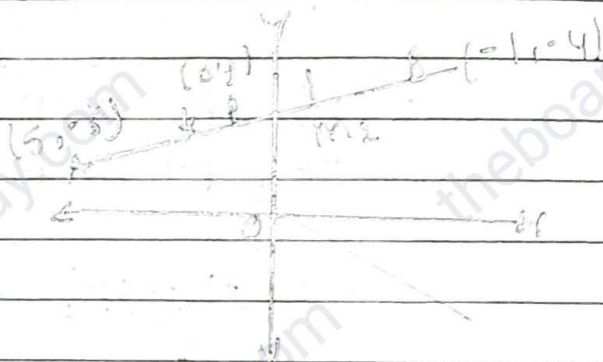
$$7k = 2$$

$$k = \frac{2}{7}$$

उदा० बिन्दुओं $(5, -6)$ और $(-1, -4)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को उसी किस अनुपात में विभाजित करती है इस प्रतिच्छेद बिंदु के निर्देशांक भी सात कोजिए।

हल० माना कि y -अक्ष AB को $k:1$ में विभाजित करता है
विभाजक बिंदु P के निर्देशांक

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$



$$0 = \frac{kx - 1 + 1 \times 5}{k + 1}$$

$$0 = \frac{-k + 5}{k + 1}$$

$$0 \times (k + 1) = -k + 5$$

$$y = \frac{5x - 4 + 1 \times -6}{5 + 1}$$

$$0 = -k + 5$$

$$y = \frac{-20 - 6}{6}$$

$$\frac{k}{1} = \frac{5}{1}$$

$$y = \frac{-26}{6}$$

$$= [k:1 = 5:1]$$

$$y = \frac{-13}{3}$$

बिंदु P के निर्देशांक

$$x = 0$$

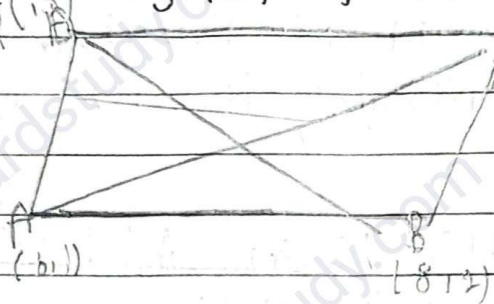
अतः P के निर्देशांक $P(0, y)$
 $P(0, -\frac{13}{3})$

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{kx - 4 + 1 \times -6}{k + 1}$$

उदा 10

यदि बिन्दु $A(6,1)$, $B(8,2)$, $C(9,4)$ और $D(p,3)$ एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हों तो p का मान ज्ञात कीजिए।



हल 10

AC के मध्य बिन्दु P के निर्देशांक = BD के मध्य बिन्दु P के निर्देशांक

$$\Rightarrow \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{6+9}{2}, \frac{1+4}{2} \right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{2+3}{2} \right)$$

$$\left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2} \right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

तुलना करने पर

$$\frac{15}{2} = \frac{8+p}{2}$$

$$\Rightarrow 15 = 8+p$$

$$\Rightarrow 15-8=p$$

$$\Rightarrow \boxed{p=7}$$

प्रश्नावली 7.2

प्रश्न, उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं $(-1, 7)$ और $(4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $2:3$ के अनुपात में विभाजित करता है -

हल बिन्दु के निर्देशांक $P(x, y)$ $(-1, 7)$ और $B(4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $2:3$ के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\begin{array}{c} A \quad \quad \quad B \\ (-1, 7) \quad \quad (4, -3) \end{array}$$

$$m_1 = -1 \quad \text{and} \quad m_2 = 4$$

$$y_1 = 7 \quad \text{and} \quad y_2 = -3$$

$$m_1 = 2 \quad \text{and} \quad m_2 = 3$$

$$m = \frac{m_1 m_2 + m_2 m_1}{m_1 + m_2}$$

$$m = \frac{2 \times 4 + 3 \times -1}{2 + 3}$$

$$m = \frac{8 - 3}{5}$$

$$m = \frac{5}{5}$$

$$\boxed{m = 1}$$

$$y = \frac{2x - 3 + 3 \times 7}{2 + 3}$$

$$y = \frac{-6 + 21}{5}$$

$$y = \frac{15}{5}$$

$$\boxed{y = 3}$$

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

प्रश्न - 4 बिन्दुओं $A(-3, 10)$ और $B(6, -8)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड की बिन्दु $P(-1, 6)$ किस अनुपात में विभाजित करता है,

हल बिन्दुओं $A(-3, 10)$ और $B(6, -8)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु $P(-1, 6)$ अनुपात $k:1$ में विभाजित करता है।

$$x_1 = -3, \quad x_2 = 6$$

$$y_1 = 10, \quad y_2 = -8 \quad A \quad B$$

$$x = -1, \quad y = 6 \quad P(-1, 6)$$

$$m_1 = k, \quad m_2 = 1$$

$$m = \frac{m_1 m_2 + m_2 m_1}{m_1 + m_2}$$

$$\frac{-1}{1} = \frac{k \times 6 + 1 \times -3}{k+1}$$

$$\frac{-1}{1} = \frac{6k - 3}{k+1}$$

$$6k - 3 = 1(k+1)$$

$$6k - 3 = -k - 1$$

$$6k + k = -1 + 3$$

$$k = \frac{2}{7}$$

$$7k = 2$$

$$k = \frac{2}{7}$$

$$k = \frac{2}{7}$$

प्रश्न 5 वह अनुपात प्राप्त कीजिए जिसमें बिन्दुओं A (1, -5) और B (-4, 5) को मिलाने वाला रेखाखण्ड म-अक्ष से विभाजित होता है। इस विभाजन के निर्देशांक भी प्राप्त कीजिए।

हम माना कि म-अक्ष रेखाखण्ड AB को $k:1$ में विभाजित करता है।

$$y = \frac{M_1 m_2 + M_2 m_1}{m_1 + m_2}$$

$$0 = \frac{kx + 5 + 1x - 5}{k + 1}$$

$$0 = \frac{5k - 5}{k + 1}$$

$$0 \times (k + 1) = 5k - 5$$

$$0 = 5k - 5$$

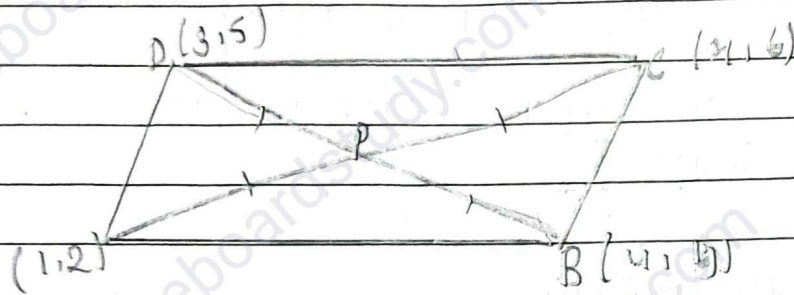
$$5k = 5$$

$$k = \frac{5}{5}$$

$$\frac{k}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\boxed{k : 1 = 1 : 1}$$

प्रश्न-6 यदि बिन्दु $(1, 2)$, $(4, y)$, $(x, 6)$ और $(3, 5)$ इसी क्रम में लेने पर एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हों तो x और y का मान कीजिए।



∴ AC का मध्य बिन्दु है = BD का मध्य बिन्दु है

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\left(\frac{1+x}{2}, \frac{2+6}{2} \right) = \left(\frac{4+3}{2}, \frac{y+5}{2} \right)$$

$$\left(\frac{1+x}{2}, \frac{8}{2} \right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{y+5}{2} \right)$$

तुलना करने पर

$$\frac{1+x}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{8}{2} = \frac{y+5}{2}$$

$$1+x=7$$

$$8=y+5$$

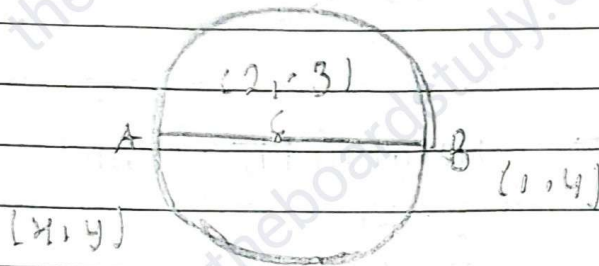
$$x=7-1$$

$$=8-5=3$$

$$\boxed{x=6}$$

$$\boxed{y=3}$$

प्र. 7 बिंदु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ AB एक वृत्त का व्यास है, जिसका केंद्र $(2, -3)$ है, तथा B के निर्देशांक $(1, 4)$ हैं।



$$x_1 = x, \quad x_2 = 1, \quad y_1 = y, \quad y_2 = 4$$

$$y_1 = y, \quad y_2 = 4, \quad y = -3$$

वृत्त का केंद्र C, व्यास AB का मध्यबिंदु है, अतः

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$2 = \frac{x + 1}{2}$$

$$2 \times 2 = x + 1$$

$$4 = x + 1$$

$$4 - 1 = x$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$= \frac{-3 + 4}{2}$$

$$-3 = \frac{y + 4}{2}$$

$$-3 \times 2 = y + 4$$

$$-6 = y + 4$$

$$-6 - 4 = y$$

$$\boxed{y = -10}$$

अतः बिंदु A के निर्देशांक

$$= A(x, y)$$

$$= A(3, -10)$$

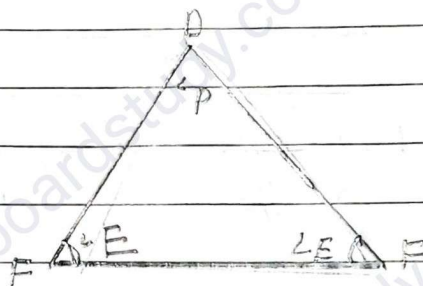
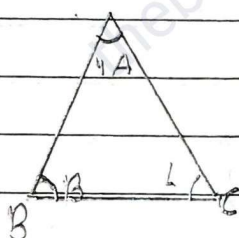
Chapter-6

त्रिभुज

प्रश्न-1 त्रिभुज की परिभाषा लिखिए ?

उत्तर समरूप त्रिभुज :- दो त्रिभुज समरूप त्रिभुज कहलाता है। यदि

(1) उनकी संगत भुजाएँ समानुपातिक होती हैं।



$$(1) \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

(2) उनके संगत कोण बराबर होते हैं।

$$(ii) \angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$$

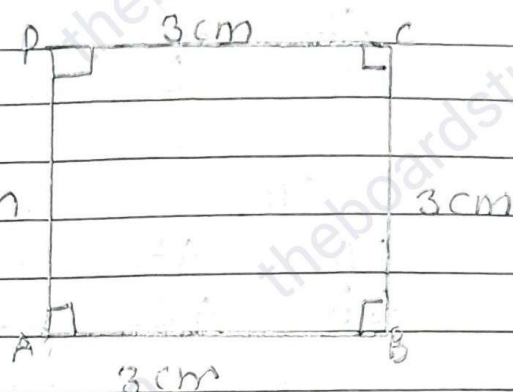
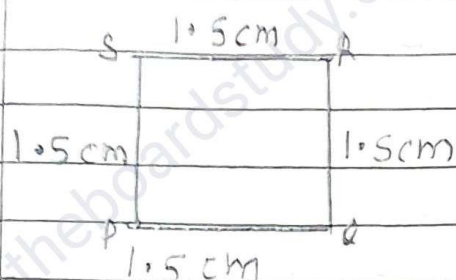
प्रश्न-2 समरूप त्रिभुज के दो विशेषताएँ लिखिए :

(i) उनकी संगत भुजाएँ समानुपातिक होती हैं।

(ii) उनकी संगत कोण बराबर होते हैं।

प्रनावली 6.1

प्रश्न-3 बताइए कि निम्नलिखित पदार्थ समरूप हैं, या नहीं :



$$\frac{PQ}{PB} = \frac{1.5}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{QR}{BC} = \frac{1.5}{30} = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RS}{CD} = \frac{SP}{DA}$$

परन्तु $\angle P \neq \angle A$, $\angle Q \neq \angle B$, $\angle R \neq \angle C$, $1.5 \neq 30$

अतः दोनों चतुर्भुज समरूप नहीं हैं।

प्रश्न 2. बेल्ट्स प्रमेय या आचारभूत अनुपातिका प्रमेय का कथन लिखिए ?

उत्तर यदि किसी त्रिभुज के एक भुजा के समान्तर अन्तर्गत दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए रेखा खींची जाए तो ये अन्तर्गत दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।