

प्रायिकता 14

1.

(i) $P(E)+P(E')=1$

(ii) जो घटना कभी घट नहीं सकती उसे **असंभव घटना** कहते हैं और उसकी प्रायिकता 000 होती है।

(iii) जिस घटना का घटित होना निश्चित हो उसे **निश्चित (सुनिश्चित) घटना** कहते हैं और उसकी प्रायिकता 111 होती है।

(iv) किसी प्रयोग की सभी **मौलिक (elementary) घटनाओं** की प्रायिकताओं का योग 111 होता है।

(v) किसी भी घटना E की प्रायिकता हमेशा 000 और 111 के बीच (समेत) होती है, अर्थात् $0 \leq P(E) \leq 1$.

2.

(i) **ड्राइवर कार चलाता है—चलना शुरू होती है/नहीं।**

यह यादृच्छिक नहीं है; कार की स्थिति/इंधन/बैटरी आदि पर निर्भर होने से परिणाम प्रायः पहले से अनुमानित किया जा सकता है।

(ii) **खिलाड़ी बास्केटबॉल को बास्केट में डालने का प्रयास करती है—डले/न डले।**

यादृच्छिक है; निश्चित रूप से नहीं बताया जा सकता कि हर प्रयास सफल होगा या नहीं।

(iii) **एक सत्य/असत्य प्रश्न का अनुमान—उत्तर सही/गलत।**

यादृच्छिक है; अनुमान का परिणाम निश्चित नहीं।

(iv) **किसी बच्चे का जन्म—लड़का/लड़की।**

यादृच्छिक है; पहले से निश्चित नहीं कहा जा सकता।

निष्कर्ष: यादृच्छिक प्रयोग हैं – (ii), (iii), (iv); यादृच्छिक नहीं – (i)।

3. फुटबॉल के खेल को प्रारम्भ करते समय यह निर्णय लेने के लिए कि कौन-सी टीम पहले बॉल लेगी, इसके लिए सिक्का उछालना एक न्यायसंगत विधि क्यों माना जाता है ?

उत्तर:

किसी फुटबॉल मैच की शुरुआत में यह तय करने के लिए कि कौन-सी टीम पहले किक-ऑफ (kick-off) करेगी, सिक्का उछालना (toss) एक न्यायसंगत विधि (fair method) मानी जाती है।

कारण:

1. सिक्के के केवल दो ही संभावित परिणाम होते हैं – हेड या टेल।
2. दोनों परिणामों की प्रायिकता समान (यानी $\frac{1}{2}$) होती है।
3. किसी भी टीम को पहले या बाद में मौका मिलने का समान अवसर (equal chance) मिलता है।
4. इस प्रकार, यह निर्णय किसी खिलाड़ी या रेफरी की व्यक्तिगत इच्छा पर नहीं बल्कि निष्पक्ष संयोग (random chance) पर आधारित होता है।

☞ इसलिए फुटबॉल खेल की शुरुआत में कौन सी टीम पहले किक करेगी, यह तय करने के लिए सिक्का उछालना एक न्यायसंगत (fair) तरीका माना जाता है।

4. निम्नलिखित में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती है ?

(i) 23 (ii) -1.5 (iii) 15 % (iv) 0.7

सिद्धांत:

किसी भी घटना की प्रायिकता हमेशा

$$0 \leq P(E) \leq 1 \quad \forall P(E)$$

के बीच (समेत) होती है।

अब विकल्प देखें—

- (A) $23 = 0.66... \frac{2}{3} = 0.66...32 = 0.66... \rightarrow 0$ और 1 के बीच ✓ संभव
- (B) $-1.5 \rightarrow$ नकारात्मक ✗ असंभव
- (C) $15\% = 0.15 \rightarrow 0$ और 1 के बीच ✓ संभव
- (D) $0.7 \rightarrow 0$ और 1 के बीच ✓ संभव

प्रश्न:5 यदि $P(E)=0.05$ है, तो E' (यानी E न होना) की प्रायिकता क्या होगी

सिद्धांत:

$$P(E)+P(E')=1$$

हल:

$$P(E')=1-P(E)=1-0.05=0.95$$

✓ अतः E' की प्रायिकता = 0.95।

प्रश्न 6. एक थैले में केवल नीबू की महक वाली मीठी गोलियाँ हैं। मालिनी बिना थैले में झाँके उसमें से एक गोली निकलती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह निकली गई गोली:

- संतरे की महक वाली है?
- नीबू की महक वाली है?

(i) निकली हुई गोली संतरे की महक वाली हो

☞ थैले में कोई भी संतरे की महक वाली गोली नहीं है।

$$P(\text{संतरे वाली}) = 0 / \text{कुल गोलियाँ} = 0$$

(ii) निकली हुई गोली नीबू की महक वाली हो

☞ सारी गोलियाँ नीबू वाली हैं।

$$P(\text{नीबू वाली}) = \text{नीबू गोलियाँ} / \text{कुल गोलियाँ} = \text{सभी} / \text{सभी} = 1 / \{\text{नीबू वाली}\}$$

$$\text{नीबू गोलियाँ} = \text{सभी} / \text{सभी} = 1$$

✓ अंतिम उत्तर:

- (i) संतरे वाली = 0
- (ii) नींबू वाली = 1

हल: (i) चूंकि थैले में सभी गोलियाँ नींबू की महक वाली हैं अर्थात् थैले में से एक संतरे की महक वाली गोली निकालना एक असंभवं घटना है। $P(\text{सन्तरे की महक वाली गोली}) = 0$

(ii) चूंकि थैले में सभी गोलियाँ नींबू की महक वाली हैं। थैले में से एक नींबू की महक वाली गोली निकालना एक निश्चित घटना है। $P(\text{नींबू की महक वाली गोली}) = 1$

प्रश्न 7. यह दिया गया है कि 3 छात्रों के एक समूह में, 2 छात्रों का जन्मदिन एक ही दिन न होने की प्रायिकता 0.992 है। दोनों छात्रों का जन्मदिन एक ही दिन होने की प्रायिकता क्या है?

समाधान:

हम समस्या को हल करने के लिए संभाव्यता के मूल सूत्र का उपयोग करते हैं।

हम जानते हैं कि दो पूरक घटनाओं का योग 1 के बराबर होता है।

$$P(E) + P(E \text{ नहीं}) = 1$$

उपरोक्त समीकरण में दिए गए मान रखकर हम घटना के न घटित होने की संभावना ज्ञात कर सकते हैं।

दो छात्रों का जन्मदिन एक जैसा न होने की संभावना $P(E \text{ नहीं}) = 0.992$

2 छात्रों का जन्मदिन एक ही होने की प्रायिकता $P(E) = 1 - 0.992 = 0.008$

इस प्रकार, दो छात्रों का जन्मदिन एक ही होने की संभावना 0.008 के बराबर है।

प्रश्न 8 एक थैले में 3 लाल गेंदें और 5 काली गेंदें हैं। थैले में से एक गेंद यादृच्छिक रूप से निकाली जाती है। क्या प्रायिकता है कि निकाली गई गेंद (i) लाल हो ? (ii) लाल न हो?

समाधान:

हम समस्या को हल करने के लिए संभाव्यता की मूल अवधारणाओं का उपयोग करेंगे।

इस प्रश्न को दो चरणों का उपयोग करके हल किया जा सकता है।

चरण (i): सबसे पहले नीचे दिए गए सूत्र का उपयोग करके लाल गेंद निकालने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

किसी घटना की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

चरण (ii): इसके बाद, पूरक घटनाओं के योग के सूत्र का उपयोग करके, लाल गेंद न मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

$$P(E) + P(E \text{ नहीं}) = 1$$

$$(i) \text{ बैग में लाल गेंदों की संख्या} = 3$$

$$\text{एक थैले में काली गेंदों की संख्या} = 5$$

$$\text{गेंदों की कुल संख्या} = 3 + 5 = 8$$

लाल गेंद निकालने की प्रायिकता $P(E) = \frac{\text{संभावित परिणामों की संख्या}}{\text{अनुकूल परिणामों की कुल संख्या}}$

$$\text{लाल गेंद निकालने की प्रायिकता} = \frac{3}{8}$$

$$(ii) \text{ लाल गेंद न मिलने की प्रायिकता } P(E \text{ नहीं}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

प्रश्न 9. एक थैले में 5 लाल गेंदें और कुछ नीली गेंदें हैं। यदि नीली गेंद निकालने की प्रायिकता लाल गेंद निकालने की प्रायिकता से दोगुनी है, तो थैले में नीली गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

समाधान:

हम वह जानते हैं,

संभावना = संभावित परिणामों की संख्या / परिणामों की कुल संख्या

जैसा कि प्रश्न में दिया गया है कि नीली गेंद निकालने की संभावना लाल गेंद निकालने की संभावना से दोगुनी है, इसका अर्थ है

$2 \times \text{लाल गेंद निकालने की प्रायिकता} = \text{नीली गेंद निकालने की प्रायिकता।}$

अब, लाल गेंदों की संख्या = 5

मान लीजिए नीली गेंदों की संख्या x है

गेंदों की कुल संख्या = $x + 5$

लाल गेंद निकालने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या / परिणामों की कुल संख्या

$$= 5/(x + 5)$$

नीली गेंद निकालने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या / परिणामों की कुल संख्या

$$= \text{एक्स}/(\text{एक्स} + 5)$$

चूँकि नीली गेंद निकालने की संभावना लाल गेंद निकालने की संभावना से दोगुनी है

$$\text{एक्स}/(\text{एक्स} + 5) = 2 [5/(\text{एक्स} + 5)]$$

$$\text{एक्स} = 10$$

$$\text{अतः नीली गेंदों की संख्या} = 10$$

प्रश्न 10. एक गुल्लक में 50 पैसे के सौ सिक्के, ₹1 के पचास सिक्के, ₹2 के बीस सिक्के और ₹5 के दस सिक्के हैं। यदि यह समप्रायिक है कि गुल्लक को उल्टा करने पर उनमें से एक सिक्का बाहर गिर जाए, तो क्या प्रायिकता है कि वह सिक्का (i) 50 पैसे का होगा ? (ii) ₹5 का सिक्का नहीं होगा?

समाधान:

हम वह जानते हैं,

संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या।

$$\text{सिक्कों की कुल संख्या} = 100 + 50 + 20 + 10 = 180$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 100$$

$$1 \text{ रुपये के सिक्कों की संख्या} = 50$$

$$2 \text{ रुपये के सिक्कों की संख्या} = 20$$

$$5 \text{ रुपये के सिक्कों की संख्या} = 10$$

$$(i) 50 \text{ पैसे का सिक्का निकालने की प्रायिकता} = 100/180$$

$$(ii) 5 रुपये का सिक्का मिलने की प्रायिकता = 10/180 = 1/18$$

$$5 \text{ रुपये का सिक्का न मिलने की प्रायिकता } 1 - 1/18 = 17/18 \text{ है [चूँकि, } P(E) + P(E \text{ नहीं}) = 1]$$

प्रश्न 11. गोपी अपने एक्वेरियम के लिए एक दुकान से एक मछली खरीदता है। दुकानदार 5 नर और 8 मादा मछलियों वाले एक टैंक से यादृच्छिक रूप से एक मछली निकालता है (देखिए आकृति 15.4)। क्या प्रायिकता है कि निकाली गई मछली नर मछली हो?



समाधान:

हम वह जानते हैं,

की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

नर मछलियों की संख्या = 5

मादा मछलियों की संख्या = 8

मछलियों की कुल संख्या = $5 + 8 = 13$

निकाली गई मछली के नर होने की संभावना = नर मछलियों की संख्या/मछलियों की कुल संख्या

$= 5/13$

इस प्रकार, निकाली गई मछली के नर होने की संभावना $5/13$ है।

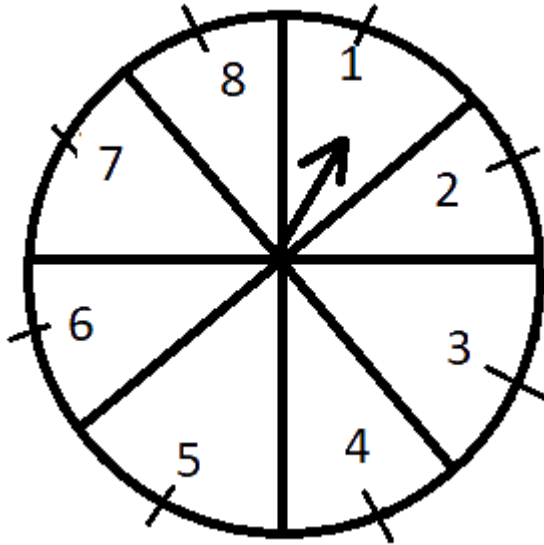
प्रश्न 12. एक भाग्य के खेल में एक तीर घुमाया जाता है जो 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 में से किसी एक संख्या की ओर इशारा करते हुए रुक जाता है (चित्र 15.5 देखें), और ये समसंभाव्य परिणाम हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह

(i) 8 की ओर इशारा करेगा?

(ii) एक विषम संख्या की ओर?

(iii) 2 से बड़ी संख्या की ओर?

(iv) 9 से छोटी संख्या की ओर?



समाधान:

हम वह जानते हैं,

संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या।

कुल संभावित परिणाम = 8

(i) 8 प्राप्त करने की प्रायिकता = 8 प्राप्त करने की प्रायिकता / परिणामों की कुल संख्या

8 प्राप्त करने की प्रायिकता = $1/8$

(ii) विषम संख्याओं की कुल संख्या = 1, 3, 5, 7 = 4

विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता = विषम संख्याओं की कुल संख्या/परिणामों की कुल संख्या

= $4/8 = 1/2$

(iii) 2 से बड़ी संख्याएँ 3, 4, 5, 6, 7, 8 = 6 हैं

2 से बड़ी संख्याएँ प्राप्त होने की प्रायिकता = 2 से बड़ी संख्याएँ/परिणामों की कुल संख्या

$$= 6/8$$

$$= 3/4$$

(iv) 9 से छोटी संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 = 8 हैं

9 से कम संख्याएँ प्राप्त होने की प्रायिकता = 9 से कम संख्याएँ/परिणामों की कुल संख्या

$$= 8/8 = 1$$

संभाव्यता के संदर्भ में अधिक जानकारी प्राप्त करें।

प्रश्न 13. एक पासे को एक बार उछाला जाता है। (i) एक अभाज्य संख्या;

(ii) 2 और 6 के बीच की एक संख्या;

(iii) एक विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

समाधान:

हम समस्या को हल करने के लिए संभाव्यता के मूल सूत्र का उपयोग करते हैं।

पासा फेंकने पर परिणामों की संख्या (1, 2, 3, 4, 5, 6) = 6 है

पासे पर अभाज्य संख्याओं की संख्या 1, 3 और 5 = 3 है

(i) एक अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता = अभाज्य संख्याओं की संख्या / परिणामों की कुल संख्या

$$= 3/6 = 1/2$$

(ii) 2 और 6 के बीच की संख्याएँ 3, 4, 5 = 3 हैं

2 और 6 के बीच की संख्या आने की प्रायिकता = 2 और 6 के बीच की संख्या/परिणामों की कुल संख्या

$$= 3/6 = 1/2$$

(iii) विषम संख्याओं की कुल संख्या 1, 3 और 5 = 3 है

विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता = विषम संख्याओं की संख्या/परिणामों की कुल संख्या

$$= 3/6 = 1/2$$

प्रश्न 14. 52 पत्तों की एक अच्छी तरह से फेंटी गई गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित में से कौन सा पत्ता निकलने की प्रायिकता है?

(i) लाल रंग का बादशाह (

ii) एक अंकित पत्ता

(iii) एक लाल अंकित पत्ता

(iv) पान का गुलाम

(v) हुकुम का पत्ता

(vi) ईंट की रानी

समाधान:

हम समस्या को हल करने के लिए संभाव्यता के मूल सूत्र का उपयोग करते हैं।

संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या।

अच्छी तरह से फेंटे गए डेक से कार्डों की कुल संख्या = 52

हुकुम के पत्तों की संख्या = 13

हृदय कार्डों की संख्या = 13

हीरे के पत्तों की संख्या = 13

क्लब कार्डों की संख्या = 13

राजाओं की कुल संख्या = 4

रानियों की कुल संख्या = 4

जैक की कुल संख्या = 4

फेस कार्ड की संख्या = 12

(i) लाल रंग का राजा मिलने की प्रायिकता = लाल रंग के राजाओं की संख्या/परिणामों की कुल संख्या

हमारे पास 2 लाल राजा होंगे (दिल और हीरा)

$$= 2/52 = 1/26$$

(ii) फेस कार्ड प्राप्त करने की प्रायिकता = फेस कार्डों की संख्या/परिणामों की कुल संख्या

$$12/52 = 3/13$$

(iii) लाल फेस कार्ड प्राप्त करने की प्रायिकता = लाल फेस कार्डों की संख्या/परिणामों की कुल संख्या

हमारे पास 3 हीरे के फेस कार्ड और 3 दिल के फेस कार्ड होंगे जिनका कुल योग 6 लाल फेस कार्ड होगा।

$$= 6/52 = 3/26$$

(iv) पान का गुलाम आने की प्रायिकता = पान के गुलामों की संख्या/परिणामों की कुल संख्या

$$= 1/52$$

(v) हुकुम का पता आने की प्रायिकता = हुकुम के पत्तों की संख्या/परिणामों की कुल संख्या

$$= 13/52 = 1/4$$

(vi) ईंट की रानी मिलने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 1/52$$

प्रश्न 15. ईंट के पाँच पत्तों - दहाई, गुलाम, बेगम, बादशाह और इक्का - को उनके मुख नीचे की ओर रखते हुए अच्छी तरह से फेंटा जाता है। फिर एक पत्ता यादृच्छिक रूप से उठाया जाता है।

(i) क्या प्रायिकता है कि वह पत्ता बेगम है?

(ii) यदि बेगम निकालकर अलग रख दिया जाए, तो क्या प्रायिकता है कि दूसरा पत्ता

(a) इक्का हो? (b) बेगम हो?

समाधान:

हम समस्या को हल करने के लिए संभाव्यता के मूल सूत्र का उपयोग करते हैं।

कार्डों की कुल संख्या = 5

रानी कार्डों की संख्या = 1

(i) कार्ड के रानी होने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या = $1/5$

(ii) यदि रानी को खींचकर अलग रख दिया जाए, तो चार पत्ते बचते हैं - ईंट के दस, गुलाम, बादशाह और इक्का

(a) संभावना कि पत्ता इक्का हो = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या = $1/4$

(b) कार्ड के रानी होने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या = $0/4 = 0$

प्रश्न 16. 12 खराब पेन गलती से 132 अच्छे पेनों के साथ मिल गए हैं। किसी पेन को देखकर यह बताना संभव नहीं है कि वह खराब है या नहीं। इनमें से एक पेन यादृच्छिक रूप से निकाला जाता है। निकाले गए पेन के अच्छे होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

समाधान:

हम दिए गए प्रश्न को हल करने के लिए प्रायिकता के मूल सूत्र का उपयोग करते हैं।

दोषपूर्ण पेनों की संख्या = 12

अच्छे पेनों की संख्या = 132

कुल पेनों की संख्या = $12 + 132$

= 144

निकाले गए पेन के अच्छे होने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

= $132/144$

= $11/12$

इस प्रकार, निकाले गए पेन के अच्छे होने की संभावना $11/12$ है।

प्रश्न 17. (i) 20 बल्बों के एक समूह में 4 खराब बल्ब हैं। इस समूह में से एक बल्ब यादृच्छिक रूप से निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब है?
(ii) मान लीजिए (i) में निकाला गया बल्ब खराब नहीं है और उसे बदला नहीं गया है। अब शेष बल्बों में से एक बल्ब यादृच्छिक रूप से निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब नहीं है?

समाधान:

बल्बों की कुल संख्या = 20

दोषपूर्ण टुकड़ों की संख्या = 4

(i) बल्ब के खराब होने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की संख्या

$$= 4/20 = 1/5$$

(ii) मान लीजिए कि (i) में निकाला गया बल्ब खराब नहीं है और उसे बदला नहीं गया है।

शेष बल्बों की संख्या = $20 - 1 = 19$

शेष दोषरहित बल्बों की संख्या = $16 - 1 = 15$

इस बल्ब के खराब न होने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 15/19$$

प्रश्न 18. एक बॉक्स में 90 डिस्क हैं जिन पर 1 से 90 तक संख्या अंकित है। यदि बॉक्स से एक डिस्क यादृच्छिक रूप से निकाली जाती है, तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर (i) एक दो अंकों की संख्या (ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या (iii) एक संख्या जो 5 से विभाज्य हो।

समाधान:

डिस्क की कुल संख्या = 90

1 से 90 के बीच 2 अंकों की कुल संख्या = 81

1 से 90 के बीच पूर्ण वर्ग संख्याओं की कुल संख्या 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 = 9 है

5 से विभाज्य कुल संख्याएँ हैं: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90 = 18

(i) दो अंकों की संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 81/90$$

$$= 9/10$$

(ii) पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 9/90$$

$$= 1/10$$

(iii) 5 से विभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 18/90$$

$$= 1/5$$

प्रश्न 19. एक बच्चे के पास एक पासा है जिसके छह फलकों पर नीचे दिए गए अक्षर अंकित हैं: पासे को एक बार उछाला जाता है। (i) A? (ii) D

A	B	C	D	E	A
---	---	---	---	---	---

आने की प्रायिकता क्या है ?

समाधान:

हम प्रश्न को हल करने के लिए संभाव्यता की मूल अवधारणाओं का उपयोग करते हैं।

परिणामों की कुल संख्या = 6

(i) A प्राप्त करने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

अक्षर A के लिए संभावित परिणामों की संख्या = 2

$$= 2/6$$

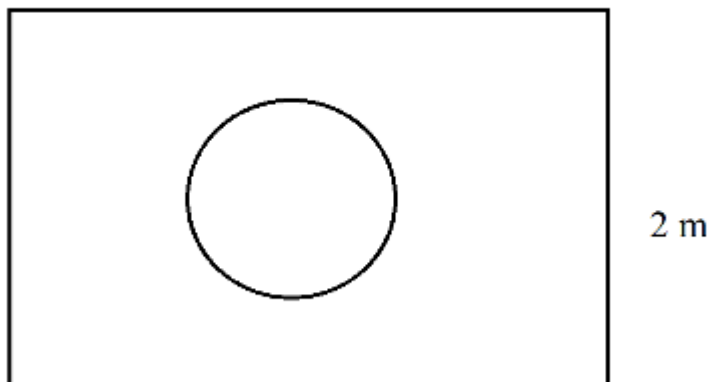
(ii) D प्राप्त होने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 1/6$$

A और D प्राप्त होने की संभावना $2/6$ और $1/6$ है।

प्रश्न 20. मान लीजिए आप चित्र 15.6 में दर्शाए गए आयताकार क्षेत्र पर एक पासा यादृच्छिक रूप से गिराते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह 1 मीटर व्यास वाले वृत्त के अंदर गिरेगा?

3-m



समाधान:

हम वृत्तों और वर्गों के क्षेत्रफलों की अवधारणाओं तथा संभाव्यता की मूल अवधारणाओं का भी उपयोग करते हैं।

आयताकार क्षेत्र की लंबाई = 3 मीटर

आयताकार क्षेत्र की चौड़ाई = 2 मीटर

आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = लंबाई $\times$ चौड़ाई

$$= 3 \times 2$$

$$= 6 \text{ वर्ग मीटर}$$

वृत्ताकार क्षेत्र का व्यास = 1 मीटर

वृत्ताकार क्षेत्र की त्रिज्या = $1/2$ मीटर

वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = πr^2

$$= \pi \times (1/2)^2$$

$$= \pi/4$$

इसकी संभावना कि यह वृत्त के अंदर उतरेगा = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

= वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल/आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल

$$= (\pi/4)/6$$

$$= \pi/24$$

इसकी वृत्त के अन्दर उतरने की संभावना $\pi/24$ है।

प्रश्न 21. एक लॉट में 144 बॉल पेन हैं, जिनमें से 20 खराब हैं और बाकी अच्छे हैं। अगर नूरी एक पेन खरीदेगी अगर वह अच्छा है, लेकिन खराब है तो नहीं खरीदेगी। दुकानदार एक पेन यादृच्छिक रूप से निकालकर उसे देता है। क्या प्रायिकता है कि (i) वह उसे खरीदेगी ? (ii) वह उसे नहीं खरीदेगी ?

समाधान:

हम संभाव्यता और अनुकूल परिणामों के मूल सूत्र का उपयोग करते हैं।

बॉल पेन की कुल संख्या = 144

दोषपूर्ण बॉल पेन की संख्या = 20

अच्छे बॉल पेन की संख्या = $144 - 20 = 124$

(i) उसके द्वारा इसे खरीदने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 124/144$$

$$= 31/36$$

(ii) संभावना कि वह इसे नहीं खरीदेगी = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 20/144$$

$$= 5/36$$

प्रश्न 22. उदाहरण 13 देखें। (i) निम्नलिखित तालिका को पूरा करें:

Event 'Sum of 2 dice'	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probability	$\frac{1}{36}$						$\frac{5}{36}$				$\frac{1}{36}$

(ii) एक छात्र तर्क देता है कि 'कुल 11 संभावित परिणाम 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 और 12 हैं। इसलिए, उनमें से प्रत्येक की प्रायिकता $1/11$ है। क्या आप इस तर्क से सहमत हैं? अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध कीजिए।

समाधान:

हम समस्या को हल करने के लिए संभाव्यता की मूल अवधारणाओं का उपयोग करते हैं ।

(i) योगफल 2 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = $(1,1) = 2$

योगफल 3 = (2,1), (1, 2) = 2 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या

योगफल 4 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (2, 2), (1, 3), (3,1) = 3

योगफल 5 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (3, 2), (2, 3), (4,1), (1, 4) = 4

योगफल 6 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (5,1), (1, 5), (3, 3), (4, 2), (2, 4) = 5

योगफल 7 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (4, 3), (3, 4), (6,1), (1, 6), (5, 2), (2, 5) = 6

योग 8 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (4, 4), (6, 2), (2, 6), (5, 3), (3, 5) = 5

योगफल 9 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (5, 4), (4, 5), (6, 3), (3, 6) = 4

योगफल 10 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (5, 5), (6, 4), (4, 6) = 3

योगफल 11 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (6, 5), (5, 6) = 2

योगफल 12 प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = (6, 6) = 1

इस प्रकार, तालिका इस प्रकार है:

घटना '2 पासों का योग'	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
संभावना	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

(ii) इनमें से प्रत्येक की प्रायिकता $1/11$ नहीं है क्योंकि ये समान रूप से सम्भाव्य नहीं हैं।



प्रश्न 23. एक खेल में एक रुपये के सिक्के को तीन बार उछाला जाता है और हर बार उसका परिणाम नोट किया जाता है। यदि सभी उछालों का परिणाम एक ही हो, यानी तीन चित या तीन पट, तो हनीफ जीत जाता है, अन्यथा हार जाता है। हनीफ के खेल हारने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

समाधान:

हम समस्या को हल करने के लिए अनुकूल परिणामों के मूल सूत्र का उपयोग करते हैं।

कुल संभावित परिणाम हैं = {HHH, TTT, HTH, HHT, THH, THT, TTH, HTT} = 8

तीन चित या तीन पट आने के संभावित परिणामों की संख्या 2 है

हनीफ के खेल जीतने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 2/8$$

$$= 1/4$$

हनीफ के खेल हारने की संभावना $1 - 1/4$ है

$$= 3/4$$

हनीफ के खेल हारने की संभावना $3/4$ है।

प्रश्न 24. एक पासे को दो बार उछाला जाता है। क्या प्रायिकता है कि

(i) 5 किसी भी बार नहीं आएगा?

(ii) 5 कम से कम एक बार आएगा?

[संकेत: एक पासे को दो बार उछालना और दो पासों को एक साथ उछालना एक ही प्रयोग माना जाता है]

समाधान:

पासे को दो बार फेंकने पर कुल परिणामों की संख्या = $6 \times 6 = 36$.

(i) किसी भी समय 5 आने पर संभावित परिणामों की संख्या = (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (6, 5) = 11

किसी भी समय 5 आने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 11/36$$

संभावना है कि 5 किसी भी बार नहीं आएगा = $1 - 11/36$

$$= 25/36$$

(ii) जब 5 कम से कम एक बार आएगा तो संभावित परिणामों की संख्या = 11

5 के कम से कम एक बार आने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 11/36$$

किसी भी बार 5 के न आने की संभावना $25/36$ है तथा 5 के आने की संभावना $11/36$ है।

प्रश्न 25. निम्नलिखित में से कौन से तर्क सही हैं और कौन से गलत? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

(i) यदि दो सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं, तो तीन संभावित परिणाम होते हैं—दो चित, दो पट या दोनों में से एक। इसलिए, इनमें से प्रत्येक परिणाम की प्रायिकता $1/3$ है।

(ii) यदि एक पासा फेंका जाता है, तो दो संभावित परिणाम होते हैं—एक विषम संख्या या एक सम संख्या। इसलिए, एक विषम संख्या आने की प्रायिकता $1/2$ है।

समाधान:

हम अपेक्षित परिणाम ज्ञात करने के लिए संभाव्यता की मूल अवधारणाओं का उपयोग करते हैं ।

(i) गलत

यदि दो सिक्के एक साथ उछाले जाएं तो,

कुल संभावित परिणाम $(H, H), (T, T), (H, T), (T, H) = 4$ हैं

दो चित आने वाले परिणामों की संख्या $= (H, H) = 1$

दो पट प्राप्त करने के लिए परिणामों की संख्या $= (T, T) = 1$

प्रत्येक में से किसी एक को प्राप्त करने के लिए परिणामों की संख्या $= (H, T), (T, H) = 2$

दो बार सिर आने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 1/4$$

दो पट आने की प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 1/4$$

प्रत्येक में से एक प्राप्त होने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की कुल संख्या

$$= 2/4 = 1/2$$

यह देखा जा सकता है कि प्रत्येक परिणाम की संभावना $1/3$ नहीं है।

(ii) सही

पासा फेंकने पर संभावित परिणामों की कुल संख्या = (1, 2, 3, 4, 5, 6)

विषम संख्या (1, 3, 5) प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = 3

सम संख्या (2, 4, 6) प्राप्त करने के लिए संभावित परिणामों की संख्या = 3

विषम संख्या प्राप्त होने की संभावना = संभावित परिणामों की संख्या/अनुकूल परिणामों की संख्या

$$= 3/6 = 1/2$$

इस प्रकार, विषम संख्या प्राप्त होने की संभावना $1/2$ है।

