Chapter - 03

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

"दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म"

(i) रैखिक समीकरण का मानक रूप -

$$ax + by + c = 0$$

(ii) समीकरण (1) और (2)

$$a_1x + by + c = 0 \quad \text{---- (1)}$$
$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \text{---- (2)}$$

(iii) यदि समीकरणो का हल अद्वितीय है तब

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$ [प्रतिच्छेदी]

(iv) यदि समीकरणो का कोई हल न हो तब

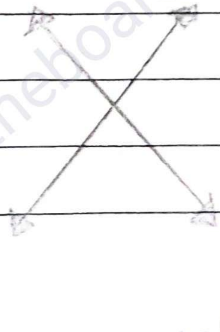
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$ [समान्तर]

(v) यदि समीकरण का अनंत: अनेक हो तब

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$ [संपाती]

रेखाओ की प्रकृति

(1) यदि समीकरण निकाय का हल अद्वितीय है तब रेखाएं प्रतिच्छेदी होगी ।



theboardstudy.com

(ii) यदि समीकरण निकाय का कोई हल न हो तब रेखाएं समान्तर होगी।

(iii) यदि समीकरण निकाय के अनन्ततः अनेक हल हो तब रेखाएं संपाती होगी।

(iv) यदि समीकरण निकाय का हल संगत है तब

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ तथा $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

(v) यदि समीकरण निकाय का हल असंगत है, तब -

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

theboardstudy.com

Rajshree
DATE: 4/5 PAGE NO.:

प्रश्नावली ⇒ 3.1

Q-1 निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरण के युग्म बनाइए और उनके ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए -

(i) कक्षा X के 10 विद्यार्थियों ने एक गणित की पहेली प्रतियोगिता में भाग लिया। यदि लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या 4 अधिक हो, तो प्रतियोगिता में भाग लिए लड़कों और लड़कियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(i) माना की
लड़कों की संख्या = x
लड़कियों की संख्या = y

प्रश्नानुसार :

$$x + y = 10 \quad \text{---(i)}$$

पुनः प्रश्नानुसार :

$$y = x + 4$$

$$\Rightarrow \quad -x + y = 4 \quad \text{---(ii)}$$

(ii) 5 पेंसिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य ₹ 50 है, जबकि 7 पेंसिल तथा 5 कलमों का मूल्य 46 है। एक पेंसिल का मूल्य तथा एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए,

माना की –
1 पेन्सिल का मूल्य $= x$ रु
1 कलम का मूल्य $= y$

प्रश्नानुसार –
= 5 पेन्सिल + 7 कलम = 50
$\Rightarrow 5x + 7y = 50$ -- (i)

पुनः प्रश्नानुसार –
7 पेन्सिल + 5 कलम = 46
$= 7x + 5y = 46$ —(ii)

Q. 2 अनुपातो $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती है, समांतर है, अथवा संपाती है?

(i) $5x - 4y + 8 = 0$
$7x + 6y - 9 = 0$

हल $5x - 4y + 8 = 0$ --- ①
$7x + 6y - 9 = 0$ --- ②

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$
$a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Rajshree

DATE: 48 PAGE NO.:

समी.(1) से तुलना करने पर -

$a_1 = 5, b_1 = -4, c_1 = 8$

समी (2) से तुलना करने पर -

$a_2 = 7, b_2 = 6, c_2 = -9$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}$

$\Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6} \Rightarrow \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{-9} = \frac{-8}{9}$

$\Rightarrow \frac{5}{7} \neq \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

अत: रेखाएँ प्रतिच्छेदी रेखाएँ है।

(ii) $9x + 3y + 12 = 0$
$18x + 6y + 24 = 0$

Solve $9x + 3y + 12 = 0$ -- (1) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$
$18x + 6y + 24 = 0$ -- (2) $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

theboardstudy.com

समी (1) से तुलना करने पर

$a_1 = 9, b_1 = 3, c_1 = 12$

समी (2) से तुलना करने पर

$a_2 = 18, b_2 = 6, c_2 = 24$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ अतः रेखाऐं संपाती रेखाएँ हैं।

(iii) $6x - 3y + 10 = 0$
$2x - y + 9 = 0$

Solve $6x - 3y + 10 = 0$ — (1) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$
$2x - y + 9 = 0$ (2) $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

theboardstudy.com

DATE: 50 PAGE NO.:

Solve समी ① से तुलना करने पर

$a_1 = 6, b_1 = -3, c_1 = 10$

समी ② से तुलना करने पर -

$a_2 = 2, b_2 = -1, c_2 = 9$

$\frac{a_1}{b_2} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$

$\Rightarrow \frac{3}{1} = \frac{3}{1} \neq \frac{10}{9}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अतः रेखाए समान्तर रेखाएँ है।

प्रश्न 3 अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरण के युग्म संगत है, या असंगत :

(i) $3x + 2y = 5$; $2x - 3y = 7$

हल

$3x + 2y = 5$ ----(i) $\quad a_1x + b_1y = c_1$
$2x - 3y = 7$ ----(ii) $\quad a_2x + b_2y = c_2$

समी (i) से तुलना करने पर

$\Rightarrow a_1 = 5, \; b_1 = -3, \; c_1 = 11$

समी (ii) से तुलना करने पर

$\Rightarrow a_2 = -10, \; b_2 = 6, \; c_2 = -22$

$\frac{a_1}{a_2} =$

$a_1 = 3, \; b_1 = 2, \; c_1 = 5$

समीकरण (ii) से तुलना करने पर

$a_2 = 2, \; b_2 = -3, \; c_2 = 7$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}$

$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{7}$

$\Rightarrow \frac{3}{2} \neq \frac{2}{-3}$

अतः समीकरण निकाय का हल संगत है।

theboardstudy.com

(ii) $2x - 3y = 8$, $4x - 6y = 9$

हल $2x - 3y = 8$ ---- (i) $a_1x + b_1y = c_1$
$4x - 6y = 9$ ---- (ii) $a_2x + b_2y = c_2$

समी (1) से तुलना करने पर

$a_1 = 2$, $b_1 = -3$, $c_1 = 8$

समी (ii) से तुलना करने पर

$= a_2 = 4$, $b_2 = -6$, $c_2 = 9$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$= \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}$

$= \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{8}{9}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अतः समीकरण निकाय का हल असंगत है।

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$, $9x - 10y = 14$

$\Rightarrow \frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$

$\Rightarrow \frac{9x + 10y}{6} = 7$

$\Rightarrow 9x + 10y = 7 \times 6$

$\Rightarrow 9x + 10y = 42$ ....(i) $a_1x + b_1y = c_1$

$\Rightarrow 9x - 10y = 14$ ....(ii) $a_2x + b_2y = c_2$

= समी (i) से तुलना करने पर

$\Rightarrow a_1 = 9, b_1 = 10, c_1 = 42$

$\Rightarrow$ समी (ii) से तुलना करने पर

$= a_2 = 9, b_2 = -10, c_2 = 14$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{9} = \frac{1}{1}$

$\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{10}{10} = \frac{-1}{1}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{42}{14} = 3$

$= 1 \neq -1$

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

अतः समीकरण निकाय का हल संगत है।

theboardstudy.com

DATE 54 PAGE NO.

(iv) $5x - 3y = 11$; $-10x + 6y = -22$

हल $5x - 3y = 11$ —— (1)
$-10x + 6y = -22$ —— (2)

समी (1) से तुलना करने पर

$a_1 = 5, b_1 = -3, c_1 = 11$

समी (2) से तुलना करने पर

$a_2 = -10, b_2 = 6, c_2 = -22$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{-10} = \frac{1}{-2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{11}{-22} = \frac{-1}{2}$$

$$= \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$= \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अतः समीकरण निकाय का हल संगत है।

(v)

हल

(v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8$; $2x + 3y = 12$

हल $4x + 2y = 8$

$\frac{4x + 6y}{3} = 8$

$4x + 6y = 8 \times 3$

$4x + 6y = 24$ —— ①

$2x + 3y = 12$ —— ②

समी ① से तुलना करने पर

$a_1 = 4,\ b_1 = 6,\ c_1 = 24$

समी. ② से तुलना करने पर

$a_2 = 2,\ b_2 = 3,\ c_2 = 12$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$

$\frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{24}{12} = \frac{2}{1}$

$\frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{2}{1}$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ अत: समीकरण निकाय का हल संगत है।

theboardstudy.com

प्रश्न 4 निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों में से कौन से युग्म संगत / असंगत हैं, यदि संगत हैं, तो ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए.

(i) $x + y = 5, \quad 2x + 2y = 10$

हल $x + y = 5$ —— (1)

$2x + 2y = 10$ —— (2)

समी. (1) से तुलना करने पर

$a_1 = 1, \ b_1 = 1, \ c_1 = 5$

समी. (2) से तुलना करने पर

$a_2 = 2, \ b_2 = 2, \ c_2 = 10$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अतः समीकरण निकाय का हल संगत है।

theboardstudy.com

DATE: 57 PAGE NO.:

(ii) $x - y = 8, \quad 3x - 3y = 16$

हल $x - y = 8$ —— ①

$3x - 3y = 16$ —— ②

समी ① से तुलना करने पर

$a_1 = 1, b_1 = -1, c_1 = 8$

समी. ② से तुलना करने पर

$a_2 = 3, b_2 = -3, c_2 = 16$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः समीकरण निकाय का हल असंगत है।

(ii) $2x + y - 6 = 0$
$4x - 2y - 4 = 0$

हल $2x + y - 6 = 0$ —— ①
$4x - 2y - 4 = 0$ —— ②

समी. ① से तुलना करने पर

$a_1 = 2, b_1 = 1, c_1 = -6$

समी. ② से तुलना करने पर

$a_2 = 4, b_2 = -2, c_2 = -4$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{-1}{2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

अतः समीकरण निकाय का हल संगत है।

theboardstudy.com

(iv) $2x - 2y - 2 = 0$, $4x - 4y - 5 = 0$

हल $2x - 2y - 2 = 0$ ——— ①
$4x - 4y - 5 = 0$ ——— ②

समी. ① से तुलना करने पर

$a_1 = 2$, $b_1 = -2$, $c_1 = -2$

समी. ② से तुलना करने पर

$a_2 = 4$, $b_2 = -4$, $c_2 = -5$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{5}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अत: समीकरण निकाय का हल असंगत है।

प्रश्न 7 प्रतिस्थापन विधि द्वारा निम्न रैखिक समीकरण युग्म को हल किजिए.

हल $7x - 15y = 2$ —— (1)
$x + 2y = 3$ —— (2)

समीकरण (2) से

$$x + 2y = 3$$
$$x = 3 - 2y \quad \text{—— (3)}$$

x का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$7x - 15y = 2$$
$$\Rightarrow 7(3 - 2y) - 15y = 2$$
$$\Rightarrow 21 - 14y - 15y = 2$$
$$\Rightarrow 21 - 29y = 2$$
$$\Rightarrow -29y = 2 - 21$$
$$\Rightarrow \cancel{-}29y = \cancel{-}19$$
$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{19}{29}}$$

y का मान समी. (3) में रखने पर

$$x = 3 - 2y$$
$$x = 3 - 2 \times \frac{19}{29}$$
$$x = \frac{3}{1} - \frac{38}{29}$$
$$x = \frac{87 - 38}{29}$$
$$\boxed{x = \frac{49}{29}}$$

अतः हल $x = 49$, $y = \frac{19}{29}$

theboardstudy.com

प्रश्नावली :- 3.2

प्रश्न 1. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए :

(i) $x + y = 14$
$x - y = 4$

हल $x + y = 14$ —— ①
$x - y = 4$ —— ②

समी ① से

$x + y = 14$
$x = 14 - y$ —— ③

x का मान समीकरण ② में रखने पर

$x - y = 4$

$\Rightarrow 14 - y - y = 4$

$\Rightarrow 14 - 2y = 4$

$\Rightarrow -2y = 4 - 14$

$\Rightarrow \cancel{-}2y = \cancel{-}10$

$\Rightarrow y = \frac{10}{2} = 5$

$= \boxed{y = 5}$

y का मान समी. ③ में रखने पर

$x = 14 - y$
$x = 14 - 5$
$x = 9$

अतः हल $x = 9, y = 5$

(ii) $s - t = 3$

$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$

हल $s - t = 3$ —— (1)

$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$

$\Rightarrow \frac{2s + 3t}{6} = 6$

$\Rightarrow 2s + 3t = 6 \times 6$

$2s + 3t = 36$ —— (2)

समीकरण (1) से

$s - t = 3$

$\Rightarrow s = 3 + t$ —— (3)

s का मान समीकरण (2) में रखने पर

$2s + 3t = 36$

$\Rightarrow 2(3 + t) + 3t = 36$

$\Rightarrow 6 + 2t + 3t = 36$

$\Rightarrow 6 + 5t = 36$

$\Rightarrow 5t = 36 - 6$

theboardstudy.com

DATE: 63 PAGE NO.:

$\Rightarrow 5t = 30$

$\Rightarrow t = \frac{30}{5}$

$\Rightarrow \boxed{t = 6}$

t का मान समी. ③ में रखने पर

$s = 3 + t$

$s = 3 + 6$

$\boxed{s = 9}$

अतः हल $s = 9, t = 6$

(iii) $3x - y = 3$

$9x - 3y = 9$

हल :- $3x - y = 3$ —— ①

$9x - 3y = 9$ —— ②

समी. ① से

$3x - y = 3$

$\Rightarrow 3x = 3 + y$

$\Rightarrow x = \frac{3 + y}{3}$ —— ③

x का मान समी. ② में रखने पर

$9x - 3y = 9$

$\Rightarrow \cancel{9}^{3}\left(\frac{3+y}{\cancel{3}}\right)-3y=9$

$\Rightarrow 3(3+y)-3y=9$

$\Rightarrow 9+\cancel{3y}-\cancel{3y}=9$

$\boxed{9=9}$

यहाँ x और y के मान ज्ञात नहीं कर सकते है।

(iv) $0.2x+0.3y=1.3;\ 0.4x+0.5y=2.3$

हल $0.2x+0.3y=1.3$

दोनो पक्षो में 10 का गुणा करने पर

$(0.2x+0.3y)\times 10=1.3\times 10$

$\Rightarrow 2x+3y=13$ —— ①

$0.4x+0.5y=2.3$

दोनो पक्षो में 10 का गुणा करने पर

$(0.4x+0.5y)10=2.3\times 10$

$\Rightarrow 4x+5y=23$ —— ⑪

समी ① से

theboardstudy.com

$2x + 3y = 13$

$2x = 13 - 3y$

$x = \frac{13 - 3y}{2}$ ——— (iii)

x का मान समी. (ii) मे रखने पर

$4x + 5y = 23$

$\overset{2}{\cancel{4}}\left(\frac{13 - 3y}{\cancel{2}}\right) + 5y = 23$

$\Rightarrow 2(13 - 3y) + 5y = 23$

$= 26 - 6y + 5y = 23$

$\Rightarrow 26 - y = 23$

$-y = 23 - 26$

$\cancel{-}y = \cancel{-}3$

$\boxed{y = 3}$

y का मान समी. (iii) मे रखने पर

$x = \frac{13 - 3y}{2}$

$x = \frac{13 - 3 \times 3}{3}$

$x = \frac{13 - 9}{2}$

$x = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$

$\boxed{x = 2}$

theboardstudy.com

(vi) $\frac{3}{2}x - \frac{5y}{3} = -2$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$

हल $\frac{3}{2}x - \frac{5y}{3} = -2$

$\frac{x}{3} \Rightarrow \frac{9x - 10y}{6} = \frac{-2}{1}$

$\Rightarrow 9x - 10y = -12$ —— (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$

$\frac{2x + 3y}{6} = \frac{13}{6}$

$= 2x + 3y = 13$ —— (ii)

समी. (i) से

$9x - 10y = -12$
$9x = -12 + 10y$
$x = \frac{-12 + 10y}{9}$ —— (iii)

x का मान समी. (ii) में रखने पर

$2x + 3y = 13$

theboardstudy.com

$\Rightarrow 2 \times \left(\frac{-12 + 10y}{9} \right) + 3y = 13$

$\Rightarrow \frac{-24 + 20y}{9} \Rightarrow \frac{3y}{1} = 13$

$\Rightarrow \frac{-24 + 20y + 27y}{9} \Rightarrow \frac{13}{1}$

$\Rightarrow -24 + 20y + 27y = 117$

$\Rightarrow -24 + 47y = 117$

$47y = 117 + 24$

$\Rightarrow 47y = 141$

$\Rightarrow y = \frac{141}{47} 3$

$\boxed{y = 3}$

y का मान समी. (iii) में रखने पर

$x = \frac{-12 + 10y}{9}$

$x = \frac{-12 + 10 \times 3}{9}$

$x = \frac{-12 + 30}{9}$

$x = \frac{18}{9} 2$

$\boxed{x = 2}$

प्रश्न 2. $2x+3y=11$ और $2x-4y=-24$ को हल कीजिए और इससे 'm' का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $y = mx+3$ हो।

हल

$2x+3y=11$ —— ①

$2x-4y=-24$ —— ②

समी ① से

$2x+3y=11$

$2x=11-3y$

$x=\frac{11-3y}{2}$ —— ③

x का मान समी. ② में रखने पर

$\Rightarrow 2x-4y=-24$

$\Rightarrow 2\left(\frac{11+3y}{2}\right)-4y=-24$

$\Rightarrow 11-3y-4y=-24$

$\Rightarrow 11-7y=-24$

$\Rightarrow -7y=-24-11$

$\Rightarrow -7y=-35$

$\Rightarrow y=\frac{35}{7}$

$\Rightarrow \boxed{y=5}$

theboardstudy.com

Rajshree

DATE: 69 PAGE NO.:

y का मान समी. ③ में रखने पर

$$x = \frac{11-3y}{2}$$

$$x = \frac{11-3\times5}{2}$$

$$x = \frac{11-15}{2}$$

$$x = \frac{-4}{2}$$

$$\boxed{x = -2}$$

$\because$ $y = mx + 3$

$5 = m \times -2 + 3$

$5 = -2m + 3$

$5 - 3 = -2m$

$2 = -2m$

$$m = \frac{2}{-2}$$

$$\boxed{m = -1}$$

प्रश्न3 निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरण युग्म बनाइए और उनके हल प्रतिस्थापन विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

(i) दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है, इन्हें ज्ञात कीजिए।

DATE: 70 PAGE NO.:

हल माना कि पहली संख्या x है.
दूसरी संख्या y है.

प्रश्नानुसार

$x - y = 26$ —— (1)

पुनः प्रश्नानुसार $x = 3 \times y$

$x = 3y$ —— (2)

x का मान समी. (1) से रखने पर

$x - y = 26$

$\Rightarrow 3y - y = 26$

$\Rightarrow 2y = 26$

$\Rightarrow y = \frac{26}{2}$ 13

$\Rightarrow \boxed{y = 13}$

y का मान समी. (2) में रखने पर

$x = 3y$

$\Rightarrow x = 3 \times 13$

$\Rightarrow \boxed{x = 39}$

अतः पहली संख्या $x = 39$
दूसरी संख्या $y = 13$

theboardstudy.com

Rajshree

DATE: 7/ PAGE NO.:

(ii) दो संपूरक कोणों में बड़ा कोण से 18 डिग्री अधिक है। उन्हे ज्ञात कीजिए?

हल माना कि बड़ा कोण x है
छोटा कोण y है

प्रश्नानुसार,
हम जानते है कि दो संपूरक कोण का योग 180° होता है।

$$x + y = 180 \quad \text{---} ①$$

पुनः प्रश्नानुसार

$$x = y + 18 \quad \text{---} ②$$

x का मान समी. ① में रखने पर

$$x + y = 180$$

$$\Rightarrow y + 18 + y = 180$$

$$\Rightarrow y + y = 180 - 18$$

$$\Rightarrow 2y = 162$$

$$\Rightarrow y = \frac{162}{2} \; 81$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 81}$$

y का मान समी. ② में रखने पर

$$x = y + 18$$

$$x = 81 + 18$$

$$\boxed{x = 99^\circ}$$

अतः बड़ा कोण $x = 99^\circ$
छोटा कोण $y = 81^\circ$

DATE 72 PAGE NO.

(iii) एक क्रिकेट टीम के कोच ने 7 बल्ले तथा 6 गेंदें ₹3800 में खरीदी बाद में उसने 3 बल्ले तथा 5 गेंदें ₹1750 में खरीदे। प्रत्येक बल्ले और प्रत्येक गेंद का मूल्य ज्ञात कीजिए?

हल माना →

एक बल्ले का मूल्य = x

एक गेंद का मूल्य = y

प्रश्नानुसार $7x + 6y = 3800$ —(i)

पुनः प्रश्नानुसार,

$3x + 5y = 1750$ —(ii)

समी. (i) से

$7x + 6y = 3800$

$7x = 3800 - 6y$

$x = \frac{3800 - 6y}{7}$ —(iii)

x का मान समी (ii) में रखने पर

$3x + 5y = 17500$

$\Rightarrow \frac{3}{1}\left(\frac{3800 - 6y}{7}\right) + 5y = 1750$

$\Rightarrow \frac{11400 - 18y}{7} + 5y = 1750.$

$\Rightarrow \frac{11400 - 18y}{7} + \frac{5y}{1} = \frac{1750}{1}$

DATE: 13 PAGE NO.:

$\Rightarrow 11400 - 18y + 35y = 12250$

$\Rightarrow 11400 - 17y = 12250$

$\Rightarrow 17y = 12250 - 11400$

$\Rightarrow 17y = 850$

$\Rightarrow y = \frac{850}{17}$

$\Rightarrow \boxed{y = 50}$

y का मान समी. (iii) में रखने पर

$\Rightarrow x = \frac{3800 - 6y}{7}$

$\Rightarrow x = \frac{3800 - 6 \times 50}{7}$

$\Rightarrow x = \frac{3800 - 300}{7}$

$x = \frac{3500}{7}$

$\Rightarrow \boxed{x = 500}$

एक बल्ले का मूल्य $= x = 500$ रु

एक गेंद का मूल्य $= y = 50$ रु

DATE 74 PAGE NO.:

(iv) एक नगर में टैक्सी के भाड़े में एक नियत भाड़े के अतिरिक्त चली गई दूरी पर भाड़ा सम्मिलित किया जाता है। 10 km दूरी के लिए भाड़ा ₹ 105 है तथा 15 km के लिए भाड़ा ₹ 155 है। नियत भाड़ा तथा प्रति km भाड़ा क्या है? एक व्यक्ति को 25 km यात्रा करने के लिए कितना भाड़ा देना होगा?

हल माना :-

नियत भाड़ा $= x$

प्रति कि.मी. भाड़ा $= y$

प्रश्नानुसार :- $x + 10y = 105$ —— (i)

पुनः प्रश्नानुसार

$x + 15y = 155$ —— (ii)

$x = 105 - 10$

x का मान समी. (ii) में रखने पर

$x + 15y = 155$

$\Rightarrow 105 - 10y + 15y = 155$

$\Rightarrow 105 + 5y = 155$

$\Rightarrow 5y = 155 - 105$

$\Rightarrow 5y = 50$

$y = \frac{80}{8}$ 10

$\boxed{y = 10}$

y का मान समी (iii) में रखने पर

$= x = 105 - 10y$

$\Rightarrow 105 - 10 \times 10$

$\Rightarrow x = 105 - 100$

$\Rightarrow \boxed{x = 5}$

नियत भाड़ा ⇒ x = 5 रु

प्रति कि. मी. भाड़ा ⇒ y = 10 रु

25 km का भाड़ा

$x + 25 \times y$

$\Rightarrow 5 + 25 \times 10$

$\Rightarrow 5 + 250$

$\Rightarrow \boxed{255 \text{ रु}}$

(v) यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में 2 जोड़ दिया जाए, तो वह $\frac{9}{11}$ हो जाती है, यदि अंश और हर दोनों में 3 जोड़ दिया जाए, तो वह $\frac{5}{6}$ हो जाती है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए?

हल माना -

भिन्न का अंश $= x$

भिन्न का $= y$

भिन्न $= \frac{x}{y}$

पहली शर्तानुसार -

$$\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$$

$\Rightarrow 11(x+2) = 9(y=2)$

$\Rightarrow 11x + 22 = 9y + 18$

$\Rightarrow 11x - 9y = 18 - 22$

$\Rightarrow 11x - 9y = -4$ —— (i)

दूसरी शर्तानुसार -

$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$$

$\Rightarrow 6(x+3) = 5(y+3)$

$\Rightarrow 6x + 18 = 5y + 15$

$\Rightarrow 6x - 5y = 15 - 18$

$\Rightarrow 6x - 5y = -3$ —— (ii)

समी (1) में

$11x - 9y = -4$

$\Rightarrow 11x - 4 + 9y$

$\Rightarrow x = \frac{-4 + 9y}{11}$ —— (iii)

x का मान समी (ii) में रखने पर

$$6x-5y=-3$$

$$\Rightarrow \frac{6}{1}\left(\frac{-4+9y}{11}\right)-5y=-3$$

$$\Rightarrow \frac{-24+54y}{11}-\frac{5y}{1}=-3$$

$$\Rightarrow \frac{-24+54y-55y}{11}=-3$$

$$\Rightarrow \frac{-24-y}{11}=\frac{-3}{1}$$

$$\Rightarrow -24-y=-33$$

$$\Rightarrow -y=-33+24$$

$$\Rightarrow -y=-9$$

$$\Rightarrow \boxed{y=9}$$

y का मान समी (iii) में रखने पर

$$x=\frac{-4+9y}{11}$$

$$x=\frac{-4+9\times 9}{11}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-4+81}{11}$$

$$\Rightarrow x=\frac{77}{11}$$

$$\Rightarrow \boxed{x=7}$$

भिन्न का अंश $\Rightarrow x=7$

भिन्न का हर $\Rightarrow y=9$

$$\boxed{\text{भिन्न} = \frac{7}{9}}$$

theboardstudy.com

Rajshree

DATE: 78 PAGE NO.:

(vi) पाँच वर्ष बाद पंकज की आयु उसके पुत्र की आयु से तीन गुनी हो जाएगी। पाँच वर्ष पंकज की आयु उसके पुत्र की आयु की गुनी थी। उनकी वर्तमान आयु क्या है?

हल माना -

पंकज की वर्तमान आयु $= x$

पंकज की पुत्र कि वर्तमान आयु $= y$

पहली शर्तानुसार -

$$x+5 = 3(y+5)$$

$$\Rightarrow x+5 = 3y+15$$

$$\Rightarrow x-3y = 15-5$$

$$\Rightarrow x-3y = 10 \quad \text{——— (i)}$$

दूसरी शर्तानुसार -

$$x-5 = 7(y-5)$$

$$\Rightarrow x-5 = 7y = 35$$

$$\Rightarrow x-7y = -35+5$$

$$\Rightarrow x-7y = -30 \quad \text{——— (ii)}$$

समी. (i) से

$$x-3y = 10$$

$$\Rightarrow x = 10+3y \quad \text{——— (iii)}$$

x का मान समी. (ii) में रखने पर

DATE: 79 PAGE NO.:

$x - 7y = -30$

$\Rightarrow 10 + 3y - 7y = -30$

$\Rightarrow 10 - 4y = -30$

$\Rightarrow -4y = -30 - 10$

$\Rightarrow y = \frac{-30 - 10}{4}$

$\Rightarrow y = \frac{-40}{-4}$ 10

$\Rightarrow \boxed{y = 10}$

y का मान समी (iii) में रखने पर

$x = 10 + 3y$

$x = 10 + 3 \times 10$

$x = 10 + 30$

$\boxed{x = 40}$

अत: जैकब की वर्तमान आयु $x = 40$ वर्ष
जैकब के पुत्र कि वर्तमान आयु $\Rightarrow y = 10$ वर्ष

प्रश्नावली 3.3

(1) निम्न समीकरणों के युग्म को विलोपन विधि तथा प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए?

(i) $2\times1\ x + y = 5$

$1\times 2x - 3y = 4$

हल $x + y = 5$ ——(i)

$2x - 3y = 4$ ——(ii)

समी. (1) से दो का गुणा व समी. (2) में (1) एक का गुणा करने पर

$2x + 2y = 10$

$2x - 3y = 4$

$-\quad +\quad -$

घटाने पर

$5 = 6$

$y = \frac{6}{5}$

y का मान समी (1) में रखने पर

$x + y = 5$

$x + \frac{6}{5} = 5$

$x = \frac{5}{1} - \frac{6}{5}$

$$x = \frac{25-6}{5}$$

$$\boxed{x = \frac{19}{5}}$$

अतः $x = \frac{19}{5}$, $y = \frac{6}{5}$

(ii) $3x + 4y = 10$
$2x - 2y = 2$

हल $3x + 4y = 10$ —— (i)
$2x - 2y = 2$ —— (ii)

समी 1 में 2 का गुणा व (2) में 3 का गुणा करने पर

$6x + 8y = 20$
$6x - 6y = 6$
$-\quad +\quad -$ घटाने पर

$14y = 14$

$y = \frac{14}{14}$ 1

$y = 1$

y का मान समी (1) में रखने पर

$3x + 4y = 10$

$3x + 4 \times 1 = 10$

$3x + 4 = 10$

$3x = 10 - 4$

$3x = 6$

$x = \frac{6}{3}$ 2

$\boxed{x = 2}$

अतः $x = 2$, $y = 1$

(iii) $3x - 5y - 4 = 0$ —(i)

$9x = 2y + 7$ —(ii)

हल समी. (i) में 9 का गुणा व समी. (ii) में (3) का गुणा करने पर

$27x - 45y - 36 = 0$

$27x = 6y + 21$

$-$ $+$ $-$ घटाने पर

~~$9y = 57$~~

$-39y = 15$

$y = \frac{15}{-39}$ $\frac{5}{13}$

$\boxed{y = \frac{-5}{13}}$

theboardstudy.com

Rajshree
DATE: 83 PAGE NO.:

y का मान (ii) में रखने पर

$$3x - 5y = 4$$
$$3x - 5\left(\frac{-5}{13}\right) = 4$$
$$\Rightarrow 3x + \frac{25}{13} = 4$$
$$\Rightarrow 3x = \frac{4}{1} - \frac{25}{13}$$
$$\Rightarrow 3x = \frac{5 - 25}{13}$$
$$\Rightarrow 3x = \frac{27}{13}$$
$$x = 27$$

$$x = \frac{9}{13}$$

(iv) $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$

$$x - \frac{y}{3} = 3$$

हल $\frac{3x + 4y}{6} = -1$

$$\Rightarrow 3x + 4y = -1 \times 6$$
$$\Rightarrow 3x + 4y = -6 \quad \text{—— (i)}$$

DATE: 84 PAGE NO.:

$$\frac{x}{1} - \frac{y}{3} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{3x - y}{3} = 3$$

$$\Rightarrow 3x - y = 3 \times 3$$

$$\Rightarrow 3x - y = 9 \quad \text{—— (2)}$$

समी (1) व दो से

$$3x + 4y = -6$$
$$3x - y = 9$$
$$- \quad + \quad -$$

घटने पर

$$5y = -15$$

$$y = \frac{-15}{5}$$

$$\boxed{y = -3}$$

y का मान समी (1) में रखने पर

$$\Rightarrow 3x + 4y = -6$$

$$\Rightarrow 3x + 4 \times -3 = -6$$

$$\Rightarrow 3x - 12 = -6$$

$$\Rightarrow 3x = -6 + 12$$

$$\Rightarrow 3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$\boxed{x = 2}$$

अतः $x = 2, y = -3$

theboardstudy.com

DATE: 8 PAGE NO.:

प्रश्न 2 निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरणों के युग्म बनाइए और उनके हल (यदि उनका अस्तित्व हो) विलोपन विधि से ज्ञात कीजिए?

(i) यदि हम अंश में 1 जोड़ दें तथा हर में से 1 घटा दें तो भिन्न 1 में बदल जाती है, यदि हर में 1 जोड़ दें तो यह $\frac{1}{2}$ हो जाती है, वह भिन्न क्या है?

हल माना कि भिन्न $\frac{x}{y}$ है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{x+1}{y-1} = \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow 1\cdot(x+1) = 1\cdot(y-1)$$

$$\Rightarrow x+1 = y-1$$

$$\Rightarrow x-y = -1-1$$

$$\Rightarrow x-y = -2 \quad \text{—— (i)}$$

पुनः प्रश्नानुसार

$$\frac{x}{y+1} = 1$$

$$\Rightarrow 2\cdot x = 1\cdot(y+1)$$

$$\Rightarrow 2x = y+1$$

$$\Rightarrow 2x-y = 1 \quad \text{—— (ii)}$$

समी (i) व (ii) से

$$1x - y = -2$$
$$2x - y = 1$$
$$-\quad +\quad -$$

घटाने पर

$+x = +3$

$\boxed{x=3}$

x का मान समी (1) में रखने पर

$x - y = -2$

$\Rightarrow 3 - y = -2$

$\Rightarrow -y = -2 - 3$

$\Rightarrow +y = +5$

$\Rightarrow \boxed{y=5}$

अतः भिन्न $= \frac{x}{y} = \frac{3}{5}$

(ii) पाँच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की आयु की तीन गुनी थी। दस वर्ष पश्चात, नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी। नूरी और सोनू की आयु कितनी है?

हल माना कि नूरी की वर्तमान आयु x वर्ष है।
सोनू की वर्तमान आयु y वर्ष है।

5 वर्ष पूर्व नूरी की आयु = $(x-5)$ वर्ष
5 वर्ष पूर्व सोनू की आयु = $(y-5)$ वर्ष

प्रश्नानुसार

$(x-5) = 3 \times (y-5)$

$\Rightarrow x - 5 = 3y - 15$

$\Rightarrow x - 3y = -15 + 5$

$\Rightarrow x - 3y = -10$ —— (i)

Rajshree DATE: 8/ PAGE NO:

10 वर्ष बाद नूरी की वर्तमान आयु

10 वर्ष बाद सोनू की आयु $:(y+10)$ वर्ष

पुन: प्रश्नानुसार

$$(x+10) = 2 \times (y+10)$$

$$\Rightarrow x+10 = 2y+20$$

$$\Rightarrow x-2y = 20-10$$

$$\Rightarrow x-2y = 10 \quad \text{—— ②}$$

समी ① व ② से

$$x-3y = -10$$

$$x-2y = 10$$

$$- \quad + \quad -$$ घटने पर

$$-y = -20$$

$$\boxed{y=20}$$

y का मान समी. ① में रखने पर

$$x-3y = -10$$

$$x-3\times20 = -10$$

$$x-60 = -10$$

$$x = -10+60$$

$$\boxed{x=50}$$

अत: नूरी की वर्तमान आयु $x=50$ वर्ष
सोनू की वर्तमान आयु $y=20$ वर्ष है।

(iii) दो अंको की संख्या के अंको का योग 9 है। इस संख्या का नौ गुना, संख्या के अंको पलटने से बनी संख्या का दो गुना है। वह संख्या ज्ञात कीजिए?

हल माना कि इकाई का अंक x है
व दहाई का अंक y है।

प्रश्नानुसार

$$x + y = 9 \quad \text{—(i)}$$

मूल संख्या $x \times 1 + y \times 10$

$$= x + 10y$$

अंक पलटने पर प्राप्त संख्या $= x \times 10 + y \times 1$

$$= 10x + y$$

पुनः प्रश्नानुसार $9(x + 10y) = 2 \times (10x + y)$

$$\Rightarrow 9x + 90y = 20x + 2y$$

$$\Rightarrow 9x - 20x + 90y - 2y = 0$$

$$\Rightarrow -11x + 88y = 0$$

11 से भाग देने पर

$$\Rightarrow -x + 8y = 0 \quad \text{—(2)}$$

समी (1) व (2) से

$$x + y = 9$$
$$-x + 8y = 0$$

$$9y = 9$$

$$y = \frac{9}{9}$$

$$\boxed{y = 1}$$

y का मान समी (1) में रखने पर

$$x + y = 9$$
$$x + 1 = 9$$
$$x = 9 - 1$$
$$\boxed{x = 8}$$

अतः मूल्य संख्या $= x + 10y$
$= 8 + 10 \times 1$
$= 8 + 10$
$= 18$

(iv) मीना ₹ 2000 निकालने के लिए एक बैंक गई उसने खजांची से ₹ 50 तथा 100 ₹ के नोट देने के लिए कहा। मीना ने कुल 25 नोट प्राप्त किए ज्ञात कीजिए कि उसने ₹ 50 और ₹ 100 के कितने - कितने नोट प्राप्त किए ?

हल माना कि 50 ₹ के नोटो की संख्या $= x$
100 ₹ नोटों की संख्या $= y$
प्रश्नानुसार कुल नोटो की संख्या $= 25$

$$x + y = 25 \quad \text{—— (i)}$$

पुनः प्रश्नानुसार

$$50x + 100y = 2000$$

50 से भाग देने पर

$$x + 2y = 40 \quad \text{—— (2)}$$

Rajshree

सी ① व ② से

$$x + y = 25$$
$$x + 2y = 40$$
$$- \quad + \quad -$$

घटने पर

$$+y = +15$$

$$\boxed{y = 15}$$

y का मान समी ① में रखने पर

$$x + y = 25$$
$$x + 15 = 25$$

$$x = 25 - 15$$
$$\boxed{x = 10}$$

अत:

50 रु के नोटो की संख्या $x = 10$
100 रु के नोटो की संख्या $y = 15$

(v) किराए पर पुस्तके देने वाले किसी पुस्तकालय का प्रथम तीन दिनो का एक नियत किराया है तथा उसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन का अलग किराया है। सरिता ने सात दिनो तक एक पुस्तक रखने के लिए ₹ 27 अदा किए, जबकि सूसी ने एक पुस्तक पाँच दिनो तक रखने को ₹ 21 अदा किए। नियत किराया तथा प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया ज्ञात कीजिए?

DATE: 9 PAGE NO.:

हल माना कि 3 दिन का नियत किराया $= x$ रु
तथा प्रतिदिन किराया $= y$ रु

प्रश्नानुसार

7 दिन का किराया $= 27$

$x + 4y = 27$ ——— (i)

पुनः प्रश्नानुसार

5 दिन का किराया $= 21$

$x + 2y = 21$ ——— (ii)

समी (1) व (2) से

$x + 4y = 27$
$x + 2y = 21$
$- \quad + \quad -$ घटाने पर

$2y = 6$

$y = \frac{6}{2}$

$\boxed{y = 3}$

y का मान समी (i) में रखने पर

$\because x + 4y = 27$

$x + 4 \times 3 = 27$

$x + 12 = 27$

$x = 27 - 12$

$\boxed{x = 15}$

अतः 3 दिन का किराया $x = 15$ रु
प्रतिदिन किराया $y = 3$