प्रश्नावली 1.2

Q-1 सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल

माना कि -

$\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है, अतः

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q}$ जहाँ p व q सह अभाज्य है

$\Rightarrow$ दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$\Rightarrow (\sqrt{5})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2$

$\Rightarrow 5 = \frac{p^2}{q^2}$ ----

$\Rightarrow 5q^2 = p^2$ ----(i)

$\Rightarrow q^2 = \frac{p^2}{5}$

p^2, 5 से विभाज्य है।

p, 5 से विभाज्य है।

अतः $\frac{p}{5} = c$ समी (i) में रखने पर

$\Rightarrow 5q^2 = (5c)^2$

$\Rightarrow 5q^2 = 25c^2$

$\Rightarrow q^2 = \frac{25c^2}{5}$

$\Rightarrow q^2 = 5c^2$

$\Rightarrow c^2 = \frac{q^2}{5}$

q^2, 5 से विभाज्य है।

q, 5 से विभाज्य है।

theboardstudy.com

p और q दोनो 5 से विभाज्य है, जो कि विरोधाभाष है, अत: हमारी परिकल्पना गलत है, अत: $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Q-2 सिद्ध कीजिए कि $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल

माना कि -

$3+2\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है, अत:

$\Rightarrow 3+2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - \frac{3}{1}$

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p-3q}{q}$

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p-3q}{2q}$

$\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है, जबकि $\frac{p-3q}{2q}$ एक परिमेय संख्या है, जो कि विरोधाभाष है।

अत: हमारी परिकल्पना गलत है अत: $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Q-3 सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ अपरिमेय है :-

(i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Rajshree DATE: 15 PAGE NO.:

→ माना कि $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक परिमेय संख्या है, अतः

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{p}{q}$

हर का परिमेय करण करने पर

$= \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{p}{q}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{p}{q}$

$= \sqrt{2} \times q = 2p$

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{2p}{q}$

$\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है. चूंकि $\frac{2p}{q}$ एक परिमेय संख्या है, जो कि विरोधाभास है, अतः q हमारी परिकल्पना गलत है. अतः $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक अपरिमेय संख्या है।

(ii) $7\sqrt{5}$

→ माना कि $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है, अतः

$\Rightarrow 7\sqrt{5} = \frac{p}{q}$

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{7q}$

theboardstudy.com

Rajshree

DATE: 16 PAGE NO.:

$\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है जबकि $\frac{p}{7q}$ एक परिमेय संख्या है, अतः
यो कि विरोधाभाष है, अतः
हमारी परिकल्पना गलत है, अतः $7\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

(iii) $6+\sqrt{2}$

→ माना कि - $6+\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है,

अतः $\Rightarrow 6+\sqrt{2} = \frac{p}{q}$

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} - \frac{6}{1}$

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p-6q}{q}$

$\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है, जबकि $\frac{p-6q}{q}$ परिमेय संख्या है,
यो की विरोधाभाष है, अतः
हमारी परिकल्पना गलत है, अतः
$6+\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

उदा 2 संख्याओ 6 और 20 के अभाज्य गुणनखंडन विधि से HCF और LCM ज्ञात कीजिए,

2	6
3	3
	1

2	20
2	10
5	5
	1

$6 = 2 \times 3$

$20 = 2 \times 2 \times 5$

$L.C.M.(6, 20) = 2 \times 3 \times 2 \times 5$

$= 60$

$H.C.F.(6, 20) = 2$

उदा. 03 अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 96 और 404 का HCF और LCM ज्ञात कीजिए ?

हल

2	96
2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

2	404
2	202
101	101
	1

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$404 = 2 \times 2 \times 100$

$LCM(96, 404) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 101$

$= 32 \times 3 \times 101$

$= 96 \times 101$

9696

$HCF(96, 404) = 2 \times 2$

$= 4$

उदा. 04 संख्या 6, 72 और 120 का अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा HCF और LCM ज्ञात कीजिए ?

theboardstudy.com

हल

2	6
3	3
	1

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	120
2	60
2	30
3	15
5	5
	1

$6 = 2 \times 3$

~~$72 = 2 \times 2 \times 2$~~

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

LCM $(6, 72, 120) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$\Rightarrow 32 \times 45$

$\Rightarrow 1440$

HCF $(6, 72, 120) = 2 \times 3$

$\Rightarrow 6$

theboardstudy.com

DATE: 19 PAGE NO.:

उ5. संख्याओ 4^n पर विचार कीजिए जहाँ n एक प्राकृत संख्या है। जाँच कीजिए की n का कोई ऐसा मान है, जिसके लिए 4^n अंक शून्य (0) पर समाप्त होता है।

हल किसी प्राकृत संख्या n के लिए संख्या 4^n अंक 0 पर समाप्त होता होगा। जब वह 2 व 5 से विभाज्य हो साथ ही उसके गुणनखंड में 2 व 5 अवश्य आए।

4^n के गुणनखण्ड

4^n

$\Rightarrow (2 \times 2)^n$

$\Rightarrow 2^n \times 2^n$

4^n के गुणनखण्ड में 2 तो है। लेकिन 5 नहीं है। अतः संख्या 4^n अंक 0 पर समाप्त नहीं हो सकती।

संख्याएँ

① प्राकृत संख्या (N) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ---- ∞

② पूर्ण संख्या – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

③ I पूर्णांक संख्या (Z) – 5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ---- ∞

④ धन पूर्णांक – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ---- ∞

(Z) ⑤ ऋण पूर्णांक – –1, –2, –3, –4, –5, –6, –7, –8, –9 ---- ∞

⑥ सम संख्या 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 ---- ∞

⑦ विषम संख्या 1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19 ---- ∞

⑧ भाज्य संख्या – 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18 ---- ∞

⑨ अभाज्य संख्या – 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ---- ∞

⑩ परिमेय संख्या – जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप मे लिखे सकते है। जहाँ $q \neq 0$ जैसे = $\frac{3}{2}, \frac{5}{7}, \frac{5}{1}$

⑪ अपरिमेय संख्या – जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिख सकते है। जैसे – $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$,

(12) वास्तविक संख्या - सभी संख्या वास्तविक संख्या है।

(13) अवास्तविक संख्या - $\sqrt{-2}, \sqrt{-3}, \sqrt{-5}, \sqrt{-7}$ ...

(14) सह - अभाज्य संख्या $\Rightarrow (2,3), (5,7)\ (3,10)$

Formulae

(1) $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

(2) $(a+b) = a^2 + b^2 + 2ab$

(3) $(a-b) = a^2 + b^2 - 2ab$

(4) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$

(5) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$

(6) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$
$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

(7) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$
$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

(8) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(9) $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

(10) $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

theboardstudy.com

DATE: 22 PAGE NO.:

(11) $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$

(12) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab.$

(13) $(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2$

$$(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3y(x+y)$$

(14) $(x-y)^3 = x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2$

$$(x-y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y)$$

(1) भाज्य संख्या :- ऐसी संख्या जिसके दो से अधिक गुणनखण्ड होते है, वह भाज्य संख्या कहलाती है।
उदा :- 1, 4, 6, 8, 9, 10, 18 आदि संख्या।

(2) अभाज्य संख्या :- ऐसी संख्या जिसमे 1 या स्वयं का भाग जाता है वह अभाज्य संख्या कहलाता है।
उदा :- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

(i) सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 होती है।

(ii) प्रत्येक भाज्य संख्या को एक अद्वितीय रूप से अभाज्य संख्याओ के गुणनफल के रूप में व्यक्त कर सकते है
जैसे :- 12 = 2×2×3

(iii) परिमेय संख्या :- $\frac{p}{q}$ प्रकार की संख्या यहाँ $q \neq 0$ परिमेय संख्या कहलाती है।

जैसे :- 1, 4, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ ---

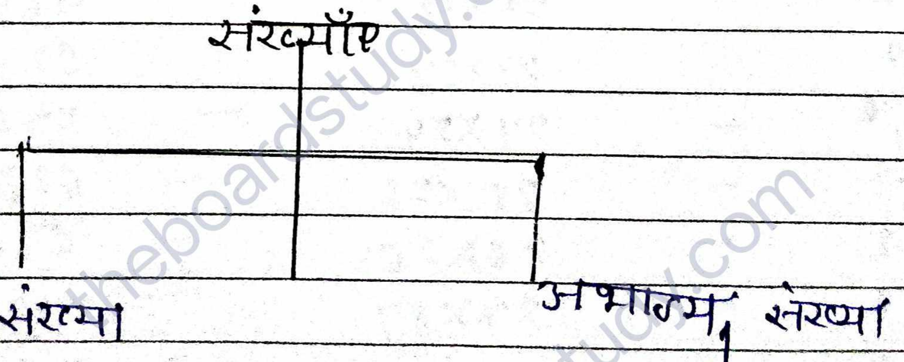
परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण - सांत होता है।

(iv) अपरिमेय संख्या :- ऐसी संख्या जिसका दशमलव निरूपण असांत या आवर्ती होता है। वह अपरिमेय संख्या होती है।

जैसे :- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ ---

① L.C.M ⇒ लघुतम समापवर्त्य
Lowest Common multiple.

② H.CF ⇒ महत्तम समापवर्त्य
Highest Common factor



भाज्य संख्या ↓
1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 21, 24, 25, 26

अभाज्य संख्या ↓
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31।

theboardstudy.com

Rajshree

DATE: 24 PAGE NO.:

वर्गमूल		वर्ग
2^2	2×2	4
3^2	3×3	9
4^2	4×4	16
5^2	5×5	25
6^2	6×6	36
7^2	7×7	49
8^2	8×8	64
9^2	9×9	81
10^2	10×10	100
11^2	11×11	121
12^2	12×12	144
13^2	13×13	169
14^2	14×14	196
15^2	15×15	225
16^2	16×16	256
17^2	17×17	289
18^2	18×18	324
19^2	19×19	361
20^2	20×20	400
21^2	21×21	441
22^2	22×22	484
23^2	23×23	529
24^2	24×24	576
25^2	25×25	625
26^2	26×26	676
27^2	27×27	729
28^2	28×28	784
29^2	29×29	841
30^2	30×30	900

theboardstudy.com

Rajshree

DATE: 25 PAGE NO.:

31^2	–	31×31	–	961
32^2	–	32×32	–	1024
33^2	–	33×33	–	1089
34^2	–	34×34	–	1156
35^2	–	35×35	–	1225
36^2	–	36×36	–	1296
37^2	–	37×37	–	1369
38^2	–	38×38	–	1444
39^2	–	39×39	–	1521
40^2	–	40×40	–	1600
41^2	–	41×41	–	1681
42^2	–	42×42	–	1764
43^2	–	43×43	–	1849
44^2	–	44×44	–	1936
45^2	–	45×45	–	2025
46^2	–	46×46	–	2116
47^2	–	47×47	–	2209
48^2	–	48×48	–	2304
49^2	–	49×49	–	2401
50^2	–	50×50	–	2500

theboardstudy.com