Chapter - 02
बहुपद

(1) बहुपद की घात :- बहुपद में चर राशी की अधिकतम घात को बहुपद की घात कहते है।

उदाहरण (i) $x^2 + 2x + 3$ बहुपद की घात = 2

(ii) $y^2 + y^3 + y + 5$ बहुपद की घात = 3

बहुपद के प्रकार :-

(i) रैखिक बहुपद ऐसा बहुपद जिसमे चार राशी की अधिकतम घात 1 होती है, वह रैखिक बहुपद कहलाता है।

मानक रूप $p(x) = ax + b$, $a \neq 0$

(2) द्विघात बहुपद ऐसा बहुपद जिसमे चर राशी की अधिकतम घात 2 होती है, वह द्विघात बहुपद कहलाता है।

मानक रूप :- $p(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

(3) त्रिघात बहुपद :- ऐसा बहुपद जिसमे चर राशी की अधिकतम घात 3 होती है, वह त्रिघात बहुपद कहलाता है।

मानक रूप :- $p(x) = ax^3 + xb^2 + xc + d$, $a \neq 0$

theboardstudy.com

DATE: 27 PAGE NO.:

(4) बहुपद के शून्यक :- चार राशि के ऐसे मान जो बहुपद को शून्य कर देते हैं बहुपद के शून्यक कहलाते हैं।

(i) रैखिक बहुपद के शून्यकों की संख्या एक होती है। इसे [अल्फा] से बताते हैं।

(ii) द्विघात बहुपद में शून्यकों की संख्या दो होती है।

इन्हें α [अल्फा] व β (बीटा] से बताते हैं।

(iii) त्रिघात बहुपद के शून्यकों की संख्या तीन होती है।

इन्हें α [अल्फा], β (बीटा) और γ [गामा] से बताते हैं।

(5) अचर बहुपद :- ऐसा बहुपद, जिसमे चर राशि की अधिकतम घात शून्य होती है, वह अचर बहुपद कहलाता है।

मानक रूप :- $p(x) = 2$

बहुपद के प्रकार	बहुपद का मानक रूप	बहुपद की घात	शून्यकों की संख्या
(i) अचर बहुपद	$p(x) = a$	0	0
(ii) रैखिक बहुपद	$p(x) = ax + b$ $a \neq 0$	1	1
(iii) द्विघात बहुपद	$p(x) = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$	2	2
(iv) त्रिघात बहुपद	$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $a \neq 0$	3	3

(i) शून्यकों का योगफल $(\alpha + \beta) = \frac{-b}{a} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

(ii) शून्यकों का गुणनफल $(\alpha \times \beta) = \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

(iii) बहुपद बनाना :-

$p(x) = x^2 -$ शून्यकों का योगफल x + शून्यकों का गुणांक

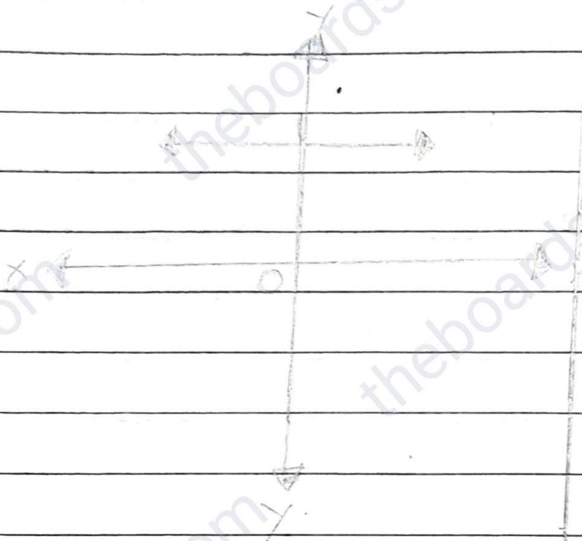
$\Rightarrow p(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta$

theboardstudy.com

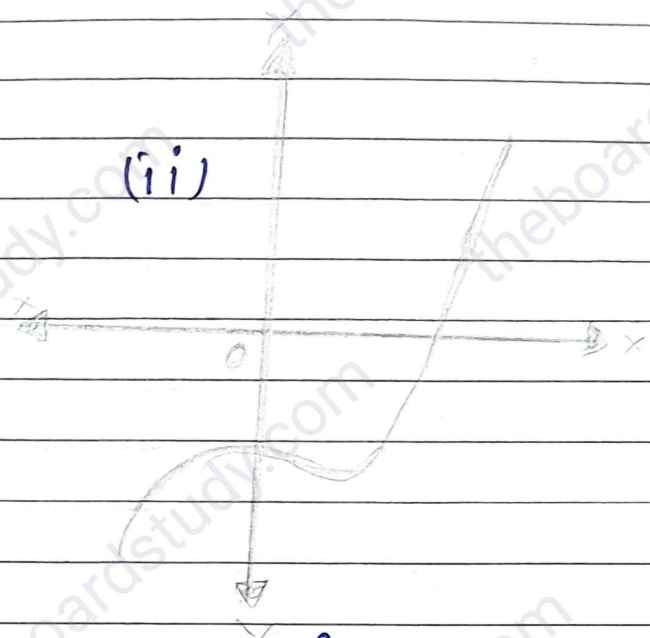
प्रश्नावली 2.1

Q-1 किसी बहुपद p(x) के लिए y = p(x) का ग्राफ नीचे आकृति 2.10 में दिया है। प्रत्येक स्थिति में p(x) के शून्यकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(i)



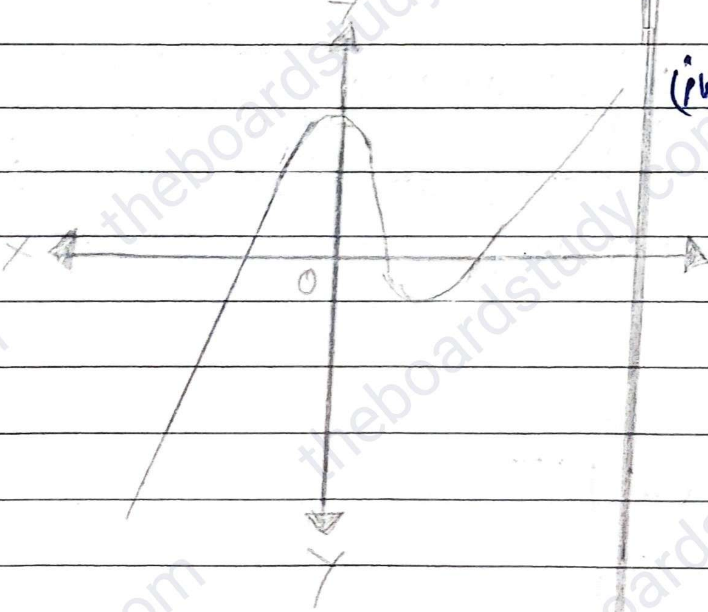
(ii)



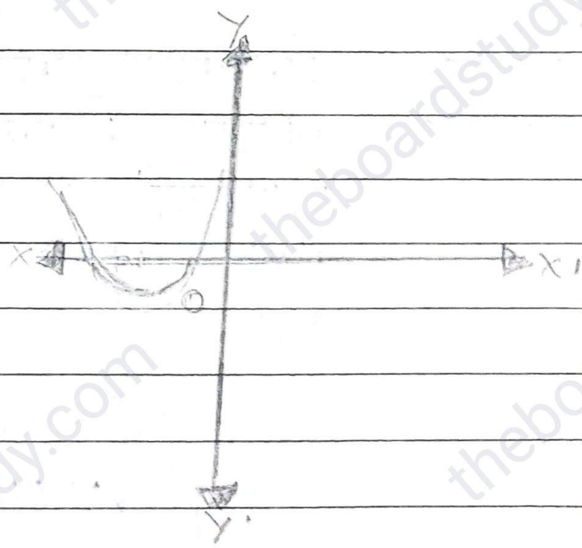
Ans शून्यकों की संख्या है क्योंकि ग्राफ अक्ष को बिंदु पर प्रतिच्छेद नहीं करता है।

Ans शून्यकों की संख्या है. क्योंकि ग्राफ x- अक्ष को केवल एक बिंदु पर प्रतिच्छेत करता है।

(iii)



(iv)

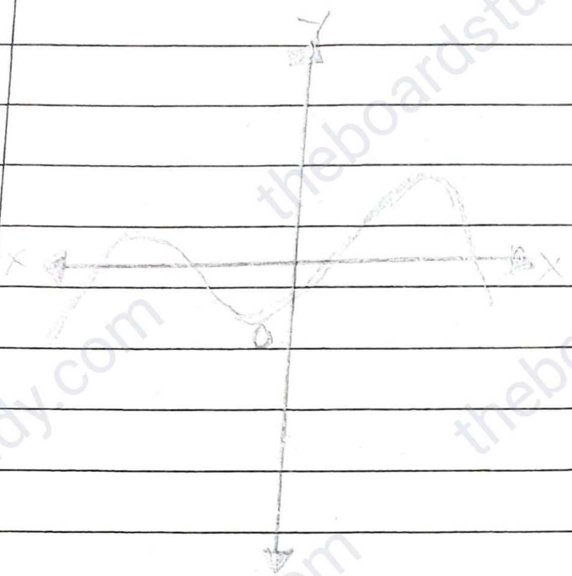


theboardstudy.com

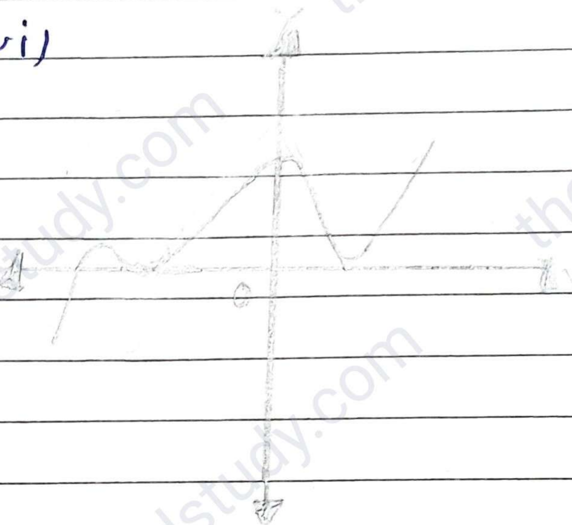
(iii) Ans शून्यकों की संख्या 3 है, क्योंकि ग्राफ x अक्ष को 3 बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

(iv) Ans- शून्यकों की संख्या 2 है क्योंकि ग्राफ x-अक्ष को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

(v)



(vi)



Ans- शून्यकों की संख्या 4 है क्योंकि ग्राफ x-अक्ष को 4 बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

(vi) शून्यकों की संख्या 1 है क्योंकि ग्राफ x-अक्ष को बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

Q2 द्विघात बहुपद $x^2+7x+10$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

हल :-

$x^2+7x+10$

$1 \times 10 = 10$
$= 7$
$5, 2$

theboardstudy.com

$= x^2 + 5x + 2x + 10$

$\Rightarrow x + (x+5) 2 (x+5)$

$\Rightarrow (x+5)(x+2)$

माना

$x+5=0$ या $x+2=0$

$\boxed{x=-5}$ या $\boxed{x=-2}$

α $\qquad$ β

सत्यता की जाँच

शून्यको का योगफल $(\alpha+\beta) = \frac{-b}{a} = \frac{-(x \text{ का गुणांक})}{(x^2 \text{ का गुणांक})}$

$-5+(-2) = \frac{-7}{1}$

$-5-2 = -7$

$\boxed{-7=-7}$

शून्यको का गुणनफल $(\alpha \times \beta) = \frac{c}{a} = \frac{(\text{अचर पद})}{(x^2 \text{ का गुणांक})}$

$-5 \times -2 = \frac{10}{1} = 10$

$\boxed{10=10}$ Ans

प्रश्न.03 बहुपद x^2-3 के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यांकों तथा गुणांकों के बीच संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

हल

$\Rightarrow p(x) = x^2 - 3$

$\therefore a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$\Rightarrow p(x) = x^2 - (\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow p(x) = (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

$\Rightarrow$ माना कि -

$x-\sqrt{3}=0$ या $x+\sqrt{3}=0$

$\boxed{x=\sqrt{3}}$ या $\boxed{x=-\sqrt{3}}$

$\alpha \qquad\qquad \beta$

शून्यकों का योगफल :-

$\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$\sqrt{3}+(-\sqrt{3}) = \frac{-0}{1}$

$\sqrt{3}-\sqrt{3} = \frac{-0}{1}$

$\boxed{0=0}$

शून्यकों का गुणनफल :-

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$\Rightarrow \sqrt{3} \times -\sqrt{3} = \frac{-3}{1}$

$\Rightarrow \boxed{-3=-3}$

उदा॰4 एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः -3 और 2 है।

हल

शून्यकों का योगफल $(\alpha+\beta) = -3$

शून्यकों का गुणनफल $(\alpha \cdot \beta) = 2$

बहुपद - $p(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$\Rightarrow p(x) = x^2 - (-3)x + 2$

$\Rightarrow \boxed{p(x) = x^2 + 3x + 2}$ Ans.

प्रश्नावली 2.2

Q.1 निम्न द्विघात बहुपदों के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए,

(i) $p(x) = x^2 - 2x - 8$

हल

$p(x) = x^2 - 2x - 8$

$$\begin{bmatrix} 1 \times -8 = -8 \\ = -2 \\ 2, 4 \end{bmatrix}$$

$= p(x) =$ ~~$x^2 + 2x - 4x - 8$~~

$\Rightarrow p(x) = x(x+2) - 4) - 4(x+2)$

$= p(x) = (x+2)(x-4)$

माना की

$x + 2 = 0$ या $x - 4 = 0$

$\boxed{x = -2}$ या $\boxed{x = 4}$

α β

शून्यकों का योगफल

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$\Rightarrow -2 + 4 = \frac{-(-2)}{1}$

$\Rightarrow \boxed{2 = 2}$

शून्यकों का गुणनफल

$\alpha . \beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$\Rightarrow -2 \times 4 = -8$

$\Rightarrow \boxed{-8 = -8}$

DATE: 35 PAGE NO.:

(iii) $4s^2 - 4s + 1$

हल

$p(x) = 4s^2 - 4s + 1$

$[4 \times 1 = 4$
$= -4$
$-2 \; -2]$

$p(s) = \underline{4s^2 - 2s} - \underline{2s + 1}$

$p(s) = 2s\,(2s - 1) - 1\,(2s - 1)$

$p(s) = (2s - 1)\,(2s - 1)$

माना की -

$2s - 1 = 0$ या $2s - 1 = 0$

$\Rightarrow 2s = 1$ या $2s = 1$

$\boxed{s = \frac{1}{2}}$ या $\boxed{s = \frac{1}{2}}$

$\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$ या $\boxed{\beta = \frac{1}{2}}$

शून्यको का योगफल :-

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{(-s \text{ का गुणांक})}{(s^2 \text{ का गुणांक})}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{-(-4)}{4}$

$\Rightarrow \frac{1+1}{2} = \frac{4}{4}$

$\frac{2}{2} = \frac{4}{4}$

$= \boxed{1 = 1}$

शून्यकों का गुणनफल

$\alpha . \beta = \frac{c}{a} = \frac{(\text{अचर पद})}{(x^2 \text{ का गुणांक})}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{4} = \frac{1}{4}}$ Ans.

(iii) $6x^2 - 3 - 7x$

$6x^2 - 7x - 3$

हल

$p(x) = 6x^2 - 7x - 3$

$\left[\begin{array}{l} 6 \times -3 = -18 \\ = -7 \\ 2, 9 \end{array}\right]$

~~$p(x) = 6x^2 + 2x - 9x - 3$~~

$p(x) = 2x(3x+1) - 3(3x+1)$

$p(x) = (3x+1)(2x-3)$

माना की -

$\Rightarrow 3x+1 = 0$ या $2x-3 = 0$

$\Rightarrow 3x = -1$ या $2x = 3$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{-1}{3}}$ या $\boxed{x = \frac{3}{2}}$

theboardstudy.com

$\alpha = \frac{-1}{3}$ तथा $\beta = \frac{3}{2}$

शून्यकों का योगफल :

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$\Rightarrow \frac{-1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{-(-7)}{6}$

$\Rightarrow \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{7}{6} = \frac{7}{6}}$

शून्यकों का गुणनफल :

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{(\text{अचर पद})}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$\Rightarrow \frac{-1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{6}\ \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}}$

(iv) $4u^2 + 8u$

हल

$\Rightarrow p(u) = 4u^2 + 8u$

$\Rightarrow p(u) = 4u(u+2)$

माना कि -

$4u = 0$ या $u + 2 = 0$

$\Rightarrow u = \frac{0}{4}$ या $u = -2$

$\Rightarrow \boxed{u = 0}$ या $\boxed{u = -2}$

$\boxed{\alpha = 0}$ या $\boxed{\beta = -2}$

शून्यकों का योगफल

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(u \text{ का गुणांक})}{(u^2 \text{ का गुणांक})}$$

$$0 + (-2) = \frac{-8}{4}$$

$$0 - 2 = -2$$

$$\boxed{-2 = -2}$$

शून्यकों का गुणनफल

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{(\text{अचर पद})}{(u^2 \text{ का गुणांक})}$$

$$0 \times -2 = \frac{0}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{0 = 0}$$

theboardstudy.com

(v) $p(t) = t^2 - 15$

हल $p(t) = t^2 - 15$

$\Rightarrow p(t) = t^2 - (\sqrt{15})^2$

$\because a^2 - b^2 = (a+b)(t - \sqrt{15})$

$p(t) = (t + \sqrt{15})(t - \sqrt{15})$

माना की -

$t + \sqrt{15} = 0$ या $t - \sqrt{15} = 0$

$\boxed{t = -\sqrt{15}}$ या $\boxed{t = \sqrt{15}}$

$\boxed{\alpha = -\sqrt{15}}$ या $\boxed{\beta = \sqrt{15}}$

शून्यको का योगफल $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{(t \text{ का गुणांक})}{(t^2 \text{ का गुणांक})}$

$-\sqrt{15} + \sqrt{15} = \frac{-0}{1}$

$\Rightarrow \boxed{0 = 0}$

शून्यको का गुणनफल $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{(\text{अचर पद})}{(t^2 \text{ का गुणांक})}$

$-\sqrt{15} \times \sqrt{15} = \frac{-15}{1}$

$\Rightarrow \boxed{-15 = -15}$

(vi) $3x^2 - x - 4$

हल

बहुपद $p(x) = 3x^2 - x - 4$

$3 \times -4 = -12$
$\Rightarrow -1$
$3, -4$

$p(x) = 3x^2 + 3x - 4x - 4$

$p(x) = 3x(x+1) - 4(x+1)$

$p(x) = (x+1)(3x-4)$

माना की

$x+1 = 0$ या $3x - 4 = 0$

$x = -1$ या $3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

$\alpha = -1$ या $\beta = \frac{4}{3}$

शून्यकों का योगफल $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(x \text{ का गुणांक})}{(x^2 \text{ का गुणांक})}$

$\frac{-1}{1} + \frac{4}{3} = \frac{-(-1)}{3}$

$\Rightarrow \frac{-3+4}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

theboardstudy.com

शून्यकों का गुणनफल $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{(\text{अचर पद})}{(x^2 \text{ का गुणांक})}$

$= -1 \times \frac{4}{3} = \frac{-4}{3}$

$= \boxed{\frac{-4}{3} = \frac{-4}{3}}$

Q-2 एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः दी गई संख्याएँ है :-

(i) $\frac{1}{4}, -1$

हल

बहुपद बनाना

शून्यकों का योगफल $= \alpha + \beta = \frac{1}{4}$

शून्यकों का गुणनफल $\alpha\beta = -1$

बहुपद $(p(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$\Rightarrow p(x) = x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)x - 1$

$\Rightarrow p(x) = x^2 - \frac{x}{4} - 1$

$= p(x) = 4x^2 - \frac{x}{4} - 4$

$\Rightarrow \boxed{p(x) = 4x^2 - x - 4}$

theboardstudy.com

Rajshree DATE: 42 PAGE NO.:

(ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$

हल

शून्यको का योगफल $\Rightarrow \alpha + \beta = \sqrt{2}$

शून्यको का गुणनफल $\Rightarrow \alpha \beta = \frac{1}{3}$

बहुपद $\Rightarrow p(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$= p(x) \Rightarrow x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{3}$

$= p(x) = \frac{3x^2 - \sqrt{2}x + 1}{3}$

$\Rightarrow \boxed{p(x) = 3x^2 - \sqrt{2}x + 1}$

(iii) $0, \sqrt{5}$

हल :-

शून्यको का योगफल $= \alpha + \beta = 0$

शून्यको का गुणनफल $= \alpha \cdot \beta = \sqrt{5}$

$=$ बहुपद $= p(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$.

$= p(x) = x^2 - 0x + \sqrt{5}$

$\Rightarrow \boxed{p(x) = x^2 + \sqrt{5}}$

(iv) $1, 1$

शून्यको का योगफल $\Rightarrow \alpha + \beta = 1$

शून्यको का गुणनफल $= \alpha \cdot \beta = 1$

बहुपद $= p(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x - \alpha \cdot \beta$

$= p(x) = x^2 - 1 \cdot x - 1$

$= \boxed{p(x) = x^2 - x}$

(v) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}$

हल

शून्यको का योगफल $\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-1}{4}$

शून्यको का गुणनफल $= \alpha \cdot \beta = \frac{1}{4}$

बहुपद $\Rightarrow p(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha \cdot \beta$

$\Rightarrow p(x) \Rightarrow x^2 - \left(\frac{-1}{4}\right)x + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow p(x) = \frac{x^2}{1} + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow p(x) = \frac{4x^2 + 1x + 1}{4}$

$\boxed{p(x) = 4x^2 + x + 1}$

(vi) 4, 1

हल

शून्यको का योगफल $\Rightarrow \alpha + \beta = 4$

शून्यको का गुणनफल $= \alpha \cdot \beta = 1$

बहुपद $\Rightarrow p(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + (\alpha \cdot \beta)$

$\Rightarrow p(x) = x^2 - 4x + 1$

$\Rightarrow \boxed{p(x) = x^2 - 4x + 1}$

theboardstudy.com