

प्रश्नावली $\Rightarrow$ 3-1
 Q-1 निम्न समस्याओं में रेखिक समीकरण के युग्म, बनाएँ और उनके ग्राफीय विधि से हल प्राप्त कीजिए -

(i) कक्षा X के 10 विद्यार्थियों में एक गणित की पहली प्रतिभागिता में भाग लिया। यदि लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या 4 आधिक हो तो प्रतिभागिता में भाग लिए लड़कों और लड़कियों की संख्या प्राप्त कीजिए।

(ii) माना कि लड़कों की संख्या = x
 लड़कियों की संख्या = y

प्रश्नानुसार :

$$x + y = 10 \quad \text{--- (i)}$$

पुनः प्रश्नानुसार :

$$y = x + 4$$

$$\Rightarrow -x + y = 4 \quad \text{--- (ii)}$$

(ii) 5 पेन्सिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य रु 50 है। जबकि 7 पेन्सिल तथा 5 कलमों का मूल्य 46 है। एक पेन्सिल का मूल्य तथा एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए, माना की -

$$\begin{aligned} \perp \text{ पेन्सिल का मूल्य} &= x \text{ रु} \\ \perp \text{ कलम का मूल्य} &= y \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार -

$$\begin{aligned} &= 5 \text{ पेन्सिल} + 7 \text{ कलम} = 50 \\ \Rightarrow 5x + 7y &= 50 \quad \text{--- (i)} \end{aligned}$$

पुनः प्रश्नानुसार -

$$\begin{aligned} &= 7 \text{ पेन्सिल} + 5 \text{ कलम} = 46 \\ &= 7x + 5y = 46 \quad \text{--- (ii)} \end{aligned}$$

Q 2 अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना

कर ज्ञात कीजिए कि निम्न समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं, समांतर हैं, अथवा संपाती हैं।

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 5x + 4y + 8 &= 0 \\ 7x + 6y - 9 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x + 4y + 8 &= 0 \quad \text{--- (1)} & a_1x + b_1y + c_1 &= 0 \\ 7x + 6y - 9 &= 0 \quad \text{--- (2)} & a_2x + b_2y + c_2 &= 0 \end{aligned}$$

समी. (1) से तुलना करने पर -

$$a_1 = 5, b_1 = -4, c_1 = 8$$

समी. (2) से तुलना करने पर -

$$a_2 = 7, b_2 = 6, c_2 = -9$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{-9} = \frac{-8}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{7} \neq \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

अतः रेखाएँ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं।

$$(ii) \quad \begin{aligned} 9x + 3y + 12 &= 0 \\ 18x + 6y + 24 &= 0 \end{aligned}$$

Solve $9x + 3y + 12 = 0$ --- (1) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$
 $18x + 6y + 24 = 0$ --- (2) $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

सीमी (1) से तुलना करने पर

$$a_1 = 9, b_1 = 3, c_1 = 12$$

सीमी (2) से तुलना करने पर

$$a_2 = 18, b_2 = 6, c_2 = 24$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ अतः रेखाएँ संपाती रेखाएँ हैं।

(iii)

$$6x - 3y + 10 = 0$$

$$2x - y + 9 = 0$$

जहाँ $6x - 3y + 10 = 0$ — (i) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$
 $2x - y + 9 = 0$ — (ii) $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Q. 1

समी ① से तुलना करने पर

$$a_1 = 6, b_1 = -3, c_1 = 10$$

समी ② से तुलना करने पर -

$$a_2 = 2, b_2 = -1, c_2 = 9$$

$$\frac{a_1}{b_2} = \frac{6}{-1} = -6$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{1} \neq \frac{3}{1} \neq \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः रेखाएँ समांतर रेखाएँ नहीं हैं।

प्रश्न 3 अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ का तुलना कर बात कीजिए कि निम्न रेखिक समीकरण के युग्म संगत हैं या असंगत :

(i) $3x + 2y = 5$; $2x - 3y = 7$

हल

$$3x + 2y = 5 \text{ ---- (i)}$$

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$2x - 3y = 7 \text{ ---- (ii)}$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

समी (i) से तुलना करने पर

$$\Rightarrow a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = 5$$

समी (ii) से तुलना करने पर

$$\Rightarrow a_2 = 2, b_2 = -3, c_2 = 7$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$$

$$a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = 5$$

समीकरण (ii) से तुलना करने पर

$$a_2 = 2, b_2 = -3, c_2 = 7$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \neq \frac{2}{-3}$$

अतः समीकरण निकाम का हल संगत है।

(ii) $2x - 3y = 8$, $4x - 6y = 9$

~~है~~ $2x - 3y = 8$ --- (i) $a_1x + b_1y = c_1$
 $4x - 6y = 9$ --- (ii) $a_2x + b_2y = c_2$

समी (i) से तुलना करने पर

$$a_1 = 2 , b_1 = -3 , c_1 = 8$$

समी (ii) से तुलना करने पर

$$a_2 = 4 , b_2 = -6 , c_2 = 9$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः समीकरण निकाय का हल अस्तित्व है।

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$, $9x - 10y = 14$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$$

$$\Rightarrow 9x + 10y = 7$$

$$\Rightarrow 9x + 10y = 7 \times 6$$

$$\Rightarrow 9x + 10y = 42 \quad \dots (i) \quad a_1x + b_1y = C_1$$

$$\Rightarrow 9x - 10y = 14 \quad \dots (ii) \quad a_2x + b_2y = C_2$$

= समी (i) से तुलना करने पर

$$\Rightarrow a_1 = 9, b_1 = 10, C_1 = 42$$

= समी (ii) से तुलना करने पर

$$\Rightarrow a_2 = 9, b_2 = -10, C_2 = 14$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{9} = 1$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{10}{-10} = -1$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{42}{14} = 3$$

$$= 1 \neq -1$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

अतः समीकरण निकाय का हल संगत है।

(iv) $5x - 3y = 11$; $-10x + 6y = -22$

हल $5x - 3y = 11$ ——— (1)

$-10x + 6y = -22$ ——— (2)

समी (1) से तुलना करने पर

$$a_1 = 5, b_1 = -3, c_1 = 11$$

समी (2) से तुलना करने पर

$$a_2 = -10, b_2 = 6, c_2 = -22$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{11}{-22} = -\frac{1}{2}$$

$$= \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$= \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अतः समीकरण त्रिकम का हल अनंत है।

(v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8$; $2x + 3y = 12$

हल $4x + 2y = 8$

$$\frac{4x + 6y}{3} = 8$$

$$4x + 6y = 8 \times 3$$

$$4x + 6y = 24 \quad \text{--- (1)}$$

$$2x + 3y = 12 \quad \text{--- (2)}$$

समी. (1) से तुलना करने पर

$$a_1 = 4, b_1 = 6, c_1 = 24$$

समी. (2) से तुलना करने पर

$$a_2 = 2, b_2 = 3, c_2 = 12$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{24}{12} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{2}{1}$$

अतः समीकरण निकाय का हल संगत है।

प्रश्न 4 निम्न रेखिक समीकरणों के युग्मों में से कौन से युग्म संगत / असंगत हैं, यदि संगत हैं, तो ग्राफीय विधि से हल प्राप्त कीजिए।

(i) $x + y = 5$, $2x + 2y = 10$

हल $x + y = 5$ — (1)

$2x + 2y = 10$ — (2)

समी. (1) से तुलना करने पर

$a_1 = 1$, $b_1 = 1$, $c_1 = 5$

समी. (2) से तुलना करने पर

$a_2 = 2$, $b_2 = 2$, $c_2 = 10$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

अतः, समीकरण प्रणाली का हल संगत है।

(ii) $x - y = 8$, $3x - 3y = 16$

हल $x - y = 8$ — (1)

$3x - 3y = 16$ — (2)

समी (1) से तुलना करने पर

$a_1 = 1$, $b_1 = -1$, $c_1 = 8$

समी. (2) से तुलना करने पर

$a_2 = 3$, $b_2 = -3$, $c_2 = 16$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2}$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अतः समीकरण निकाय का हल असंगत है।

(iii) $2x + y - 6 = 0$
 $4x - 2y - 4 = 0$

हल

$$2x + y - 6 = 0 \text{ ——— ①}$$

$$4x - 2y - 4 = 0 \text{ ——— ②}$$

समी. ① से तुलना करने पर

$$a_1 = 2, b_1 = 1, c_1 = -6$$

समी. ② से तुलना करने पर

$$a_2 = 4, b_2 = -2, c_2 = -4$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{1}{-2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

अतः समीकरण निकाय का हल संगत है।

(iv) $2x - 2y - 2 = 0$, $4x - 4y - 5 = 0$

हल $2x - 2y - 2 = 0$ ——— (1)

$4x - 4y - 5 = 0$ ——— (2)

समी. (1) से तुलना करने पर

$a_1 = 2$, $b_1 = -2$, $c_1 = -2$

समी. (2) से तुलना करने पर

$a_2 = 4$, $b_2 = -4$, $c_2 = -5$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{5}$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अतः समीकरण निकाय का हल अस्वगत है।

प्रश्न 7 प्रतिस्थापन विधि द्वारा निम्न रेखीय समीकरण युग्म का हल निम्नलिखित :

हल $7x - 15y = 12$ — (1)

$x + 2y = 3$ — (2)

समीकरण (2) से

$$x + 2y = 3$$

$$x = 3 - 2y \quad \text{--- (3)}$$

x का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$7x - 15y = 12$$

$$\Rightarrow 7(3 - 2y) - 15y = 12$$

$$\Rightarrow 21 - 14y - 15y = 12$$

$$\Rightarrow 21 - 29y = 12$$

$$\Rightarrow -29y = 12 - 21$$

$$\Rightarrow -29y = -9$$

$$\Rightarrow y = \frac{9}{29}$$

y का मान समी. (3) में रखने पर

$$x = 3 - 2y$$

$$x = 3 - 2 \times \frac{9}{29}$$

$$x = \frac{3}{1} - \frac{18}{29}$$

$$x = \frac{87 - 18}{29}$$

$$x = \frac{69}{29}$$

अतः हल $x = \frac{69}{29}$

$$y = \frac{9}{29}$$