प्रश्नावली - 4.2

Q.1 गुणनखण्ड विधि से निम्न द्विघात समीकरण के मूलम ज्ञात कीजिए :-

(i) $x^2 - 3x - 10 = 0$

हल $x^2 - 3x - 10 = 0$

$1 \times -10 = -10$
$= -3$
$-5, 2$

$\Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$

$\Rightarrow x(x-5) + 2(x-5) = 0$

$\Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$

$\Rightarrow x - 5 = 0$ या $x + 2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 5}$ या $\boxed{x = -2}$

अतः 5 व -2 वर्ग समीकरण के दो मूल हुये

(ii) $2x^2 + x - 6 = 0$

हल $2 \times -6 = -12$
$= 1$
$-3, 4$

$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 4x - 6 = 0$

$\Rightarrow x(2x-3) + 2(2x-3) = 0$

$\Rightarrow (2x-3)(x+2) = 0$

$\Rightarrow 2x-3=0$ या $x+2=0$

$2x=3$ या $\boxed{x=-2}$

$\Rightarrow \boxed{x=\frac{3}{2}}$ या

अतः $\frac{3}{2}$ व -2 वर्ग समीकरण के दो मूल होंगे।

(iii) $\sqrt{2}x^2+7x+5\sqrt{2}=0$

हल $\sqrt{2}x^2+7x+5\sqrt{2}=0$

$\boxed{\begin{array}{l}\sqrt{2}\times 5\sqrt{2}=10 \\ =7 \\ 5.2\end{array}}$

$\Rightarrow \sqrt{2}x^2+5x+2x+5\sqrt{2}=0$

$\Rightarrow x(\sqrt{2}x+5)+\sqrt{2}(\sqrt{2}x+5)=0$

$\Rightarrow (\sqrt{2}x+5)(x+\sqrt{2})=0$

$\Rightarrow \sqrt{2}x+5=0$ या $x+\sqrt{2}=0$

$\Rightarrow \boxed{\sqrt{2}x=-5}$ या $\boxed{x=-\sqrt{2}}$

$x=\frac{-5}{\sqrt{2}}$ अतः $\frac{-5}{\sqrt{2}}$ व $-\sqrt{2}$ वर्ग के दो मूल हैं।

(iv) $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

हल $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

$\Rightarrow 16x^2 - 8x + 1 = 0$

$16 \times 1 = 16$
$= -8$
$-4, -4$

$\Rightarrow 16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$
$\Rightarrow 4x(4x-1) - 1(4x-1) = 0$
$\Rightarrow (4x-1)(4x-1) = 0$

$\Rightarrow 4x - 1 = 0$ या $4x - 1 = 0$
$\Rightarrow 4x = 1$ या $4x = 1$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{4}}$ या $\boxed{x = \frac{1}{4}}$

अतः $\frac{1}{4}$ व $\frac{1}{4}$ वर्ग समीकरण के दो मूल होंगे।

(v) $100x^2 - 20x + 1 = 0$

हल $100x^2 - 20x + 1 = 0$

$100 \times 1 = 100$
$= -20$
$-10, -10$

$\Rightarrow 100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0$

$\Rightarrow 10x(10x-1) - 1(10x-1) = 0$

$\Rightarrow (10x-1)(10x-1) = 0$

$\Rightarrow 10x - 1 = 0$ या $10x - 1 = 0$

$\Rightarrow 10x = 1$ या $10x = 1$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{10}}$ या $\boxed{x = \frac{1}{10}}$

अतः $\frac{1}{10}$ व $\frac{1}{10}$ वर्ग समीकरण के दो मूल होंगे।

Q-2 ऐसी दो संख्या ज्ञात कीजिए, जिनका योग 27 हो और गुणनफल 182 हो?

हल माना पहली संख्या $= x$

दूसरी संख्या $= 27 - x$

प्रश्नानुसार

$$x(27-x) = 182$$

$$\Rightarrow 27x - x^2 = 182$$

$$\Rightarrow -x^2 + 27x - 182 = 0$$

$(-)$ से भाग देने पर -

$$\Rightarrow x^2 - 27x + 182 = 0$$

$1 \times 182 = 182$

$= -27$

$-14 - 13$

$\Rightarrow x^2 - 14x - 13x + 182 = 0$

$\Rightarrow x(x-14) - 13(x-14) = 0$

$\Rightarrow (x-14)(x-13) = 0$

$= x - 14 = 0$ या $x - 13 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 14}$ या $\boxed{x = 13}$

पहली संख्या $= x = 14$

दूसरी संख्या $= 27 - x$

$= 27 - 14$

$\boxed{= 13}$

या

पहली संख्या $= x = 13$

दूसरी संख्या $= 27 - x$

$\Rightarrow 27 - 13$

$\boxed{14}$

Q-3 दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 हो?

हल माना

पहला क्रमागत धनात्मक पूर्णांक $= x$

दूसरा क्रमागत धनात्मक पूर्णांक $= x + 1$

प्रश्नानुसार

$x^2 + (x+1)^2 = 365$

$x^2 + (x+1)(x+1) = 365$

$\Rightarrow x^2 + x^2 + x + x + 1 = 365$

$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 365$

$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 - 365 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 364 = 0$

2 का भाग देने पर

$\Rightarrow x^2 + x - 182 = 0$

$1 \times -182 = -182$
$= +1$
$-13, +14$

$\Rightarrow x^2 - 13x + 14x - 182 = 0$

$\Rightarrow x(x-13)(x-13) = 0$

$\Rightarrow (x-13)(x+14) = 0$

$= x - 13 = 0$ या $x + 14 = 0$

$= \boxed{x = 13}$ या $\boxed{x = -14}$

~~असंभव~~

पहला क्रमागत धनात्मक पूर्णांक $= x = 13$

दूसरा क्रमागत धनात्मक पूर्णांक $= x + 1$

$= 13 + 1$

$= \boxed{14}$

Q.4 एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई इसके आधार से 7cm कम है, यदि कर्ण 13 cm का हो, तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए,

हल माना

समकोण त्रिभुज का आधार = x

समकोण त्रिभुज की ऊँचाई = $x-7$

ΔABC में पाइथागोरस प्रमेय से-

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$

$(13)^2 = (x-7)^2 + (x)^2$

$\Rightarrow 169 = (x-7)(x-7) + x^2$

$\Rightarrow 169 = x^2 - 7x - 7x + 49 + x^2$

$\Rightarrow 169 = 2x^2 - 14x + 49$

$= 0 = 2x^2 - 14x + 49 - 169$

$\Rightarrow 0 = 2x^2 - 14x - 120$

$= 2x^2 - 14x - 120 = 0$

2 से भाग देने पर

$\Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0$

$1 \times -60 = -60$

$= -7$

$-12, 5$

$x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$

$\Rightarrow x(x-12)+5(x-12)=0$

$\Rightarrow (x-12)(x+5)=0$

$x-12=0$ या $x+5=0$

$\boxed{x=12}$ या $\boxed{x=-5}$
असंभव

समकोण त्रिभुज का आधार $x=12$ cm

समकोण त्रिभुज की ऊंचाई $=x-7$

$=12-7$

$=\boxed{5\text{ cm}}$

Q-5 एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ बर्तनों का निर्माण करता है। एक विशेष दिन यह देखा गया कि प्रत्येक नग की निर्माण लागत (रु में) उस दिन के निर्माण किए बर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी। यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत ₹ 90 थी तो निर्मित बर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए?

हल माना बर्तनों की संख्या $=x$

प्रत्येक नग की लागत $=2x+3$

प्रश्नानुसार $x\times(2x+3)=90$

$\Rightarrow 2x^2+3x=90$

$2x^2+3x-90=0$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x = 90$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 90 = 0$

$2 \times -90 = -180$
$= +3$
$+15 : 12$

$\Rightarrow 2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$

$\Rightarrow x(2x+15) - 6(2x+15) = 0$

$\Rightarrow (2x+15)(x-6) = 0$

$2x + 15 = 0$ या $x - 6 = 0$

$\Rightarrow 2x = -15$ या $x = 6$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{-15}{2}}$ या $\boxed{x = 6}$

$\Rightarrow$ बत्तियों की संख्या $= x = 6$

प्रत्येक नग की लागत $= 2x + 3$

$\Rightarrow 2 \times 6 + 3$

$= 12 + 3$

$\boxed{= 15}$