प्रश्नावली : 4.3

Rajshree DATE: 110 PAGE NO.:

उदा.8 द्विघात समीकरण $2x^2 - 4x + 3 = 0$ का विविक्तकर ज्ञात कीजिए और फिर मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

हल $2x^2 - 4x + 3 = 0$

समी $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$a = 2,\ b = -4,\ c = 3$

विविक्तकर $(D) = b^2 - 4ac$

$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 3$

$= 16 - 24$

$\boxed{= -8}$

यहाँ - विविक्तकर का मान 0 से छोटा है अतः मूलों की प्रकृति वास्तविक नहीं होगी।

उदा 9 समीकरण $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ का विविक्तकर ज्ञात कीजिए और फिर मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि वे वास्तविक हैं, तो उन्हें ज्ञात कीजिए?

हल $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

$\Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$

$\Rightarrow$ समी $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$\Rightarrow a = 9, b = -6, c = 1$

$\Rightarrow$ विविक्तर $(D) = b^2 - 4ac$

$\Rightarrow (-6)^2 - 4 \times 9 \times 1$

$\Rightarrow 36 - 36$

$\boxed{0}$

अतः द्विघात समी के दोनो मूल बराबर व वास्तविक होगे।

$$= x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2 \times 9}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{18}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm 0}{18}$$

(+) चिन्ह लेने पर

$$x = \frac{6+0}{18}$$

$$x = \frac{6}{18} \quad \boxed{x = \frac{1}{3}}$$

(-) चिन्ह लेने पर

$$= x = \frac{6-0}{18}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{18}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{3}}$$

Q-1 निम्न द्विघात समीकरणों के मूलों के प्रकृति ज्ञात कीजिए यदि मूलों का अस्तित्व हो उन्हें ज्ञात कीजिए?

(i) $2x^2 - 3x + 5 = 0$

हल $2x^2 - 3x + 5 = 0$

समी $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$a = 2, b = -3, c = 5$

विविक्तकर $(D) = b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5$

$= 9 - 40$

$= -31$

यहाँ, - विविक्तकर का मान 0 से छोटा है। मूलों का प्रकृति वास्तविक नहीं होगा।

(ii) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

हल $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

समी $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$\Rightarrow a = 3, b = -4\sqrt{3}, c = 4$

विविक्तकर $(D) = b^2 - 4ac$

$\Rightarrow (-4\sqrt{3})^2 - 4 \times 3 \times 4$

$\Rightarrow 16 \times 3 - 48$

$\Rightarrow 48 - 48$

$= \boxed{0}$

अब :-

दोनो मूल बराबर व वास्तविक है।

अतः मूलो का अस्तित्व है।

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-4\sqrt{3}) \pm \sqrt{0}}{2 \times 3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4\sqrt{3} \pm 0}{6}$$

= (+) चिन्हे लेने पर

$$x = \frac{4\sqrt{3} + 0}{6}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3} + 0}{3}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3} \pm 0}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$\boxed{x = \frac{2}{\sqrt{3}}}$$

- चिन्हे लेने पर

$$x = \frac{4\sqrt{3} - 0}{6}$$

$$x = \frac{4\sqrt{3}}{6}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$\boxed{x = \frac{2}{\sqrt{3}}}$$

(iii) $2x^2 - 6x + 3 = 0$

हल $2x^2 - 6x + 3 = 0$

समी $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$a = 2, b = -6, c = 3$

विविक्तकर $(D) = b^2 - 4ac$

$\Rightarrow (-6)^2 - 4 \times 2 \times 3$

$= 36 - 24$

$\boxed{= 12}$

यहा

दोनो मूल भिन्न व वास्तविक हैं।

अतः

मूलो का अस्तित्व है।

$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{12}}{2 \times 2}$

$\Rightarrow \frac{6 \pm 12}{4}$

$\Rightarrow \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm (3+\sqrt{3})}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$= x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

(+) चिन्ह लेने पर -

$$\boxed{x = \frac{3+\sqrt{3}}{2}}$$

(−) चिन्ह लेने पर

$$\boxed{x = \frac{3-\sqrt{3}}{2}}$$

Q-2 निम्न प्रत्येक द्विघात समीकरण में k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि उनके k के बराबर मूल हो।

(i) $2x^2 + kx + 3 = 0$

हल $2x^2 + kx + 3 = 0$

समी $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$a = 2, b = k, c = 3$

माना दो मूल बराबर हो -

$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$\Rightarrow k^2 - 4 \times 2 \times 3 = 0$

$= k^2 - 24 = 0$

$\Rightarrow k^2 = 24$

$\Rightarrow k = \pm \sqrt{24}$

$= k = \pm \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3}$

$\Rightarrow \boxed{k = \pm 2\sqrt{6}}$

(ii) $kx(x-2) + 6 = 0$

हल $kx(x-2) + 6 = 0$

$\Rightarrow kx^2 - 2kx + 6 = 0$

~~समी~~ $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$\Rightarrow a = k, \; b = -2k, \; c = 6$

माना - दो मूल बराबर हो,

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow (-2k)^2 - 4 \times k \times 6 = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 24k = 0$$

$$\Rightarrow 4k(k-6) = 0$$

$$\Rightarrow 4k = 0 \text{ या } k - 6 = 0$$

$$\Rightarrow k = \frac{0}{4} \text{ या } k = 6$$

$$\boxed{k = 0 \text{ या } k = 6}$$

---

(4) $x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(5) विविक्तकर $(D) = b^2 - 4ac$

(6) $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$ दोनो मूल भिन्न व वास्तविक होगे

(7) $b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow$ दोनो मूल बराबर व वास्तविक होगे

(8) $b^2 - 4ac < 0 =$ दोनो मूल वास्तविक नही होगे।