$OP = PQ$ (उभयनिष्ठ भुजा)

RHS प्रमेय से -

$\triangle OAP \cong \triangle OBP$

सगत भुजाएँ बराबर होगी

$\boxed{PA = PB}$

प्रश्नावली :- 10.2

Ex 10.2

प्रश्न 1 एक बिन्दु Q से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 cm तथा Q को केन्द्र से दूरी 25 cm है। वृत्त की त्रिज्या है :-

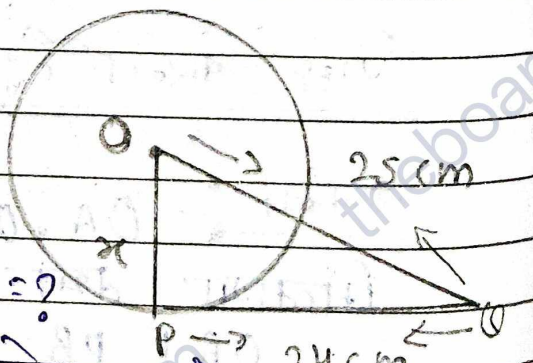
(a) 7 cm (b) 12 cm (c) 15 cm (d) 24.5 cm

हल

स्पर्श रेखा की लम्बाई $PQ = 24$ cm

$OQ = 25$ cm

वृत्त की त्रिज्या $OP = r$ cm = ?



समकोण $\triangle OPQ$ में पाइथागोरस प्रमेय से -

कर्ण^2 = लम्ब^2 + आधार^2

$\Rightarrow (25)^2 = (r)^2 + (24)^2$

$\Rightarrow 625 = x^2 + 576$

$\Rightarrow 625 - 576 = x^2$

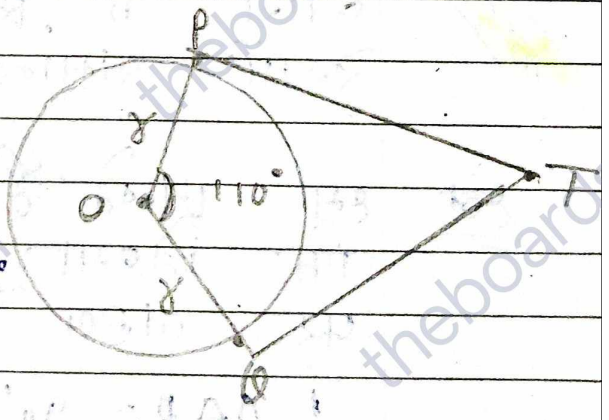
$\Rightarrow 49 = x^2$

$\Rightarrow (7)^2 = x^2$

$\Rightarrow \boxed{x = 7 \text{ cm}}$

प्रश्न 2 आकृति 10.11 वाले में यदि TP तथा TQ केन्द्र O पर दो रेखाएँ इस प्रकार हैं, कि $\angle POQ = 110^\circ$ तो $\angle PTQ$ बराबर है।

(a) 60° (b) 70° (c) 80° (d) 90°



हल हम जानते हैं, की $\square$ OPTQ के चारो कोणो का योग 360° होता है।

अतः -

$\Rightarrow \angle OPT + \angle PTQ + \angle TQO \angle POQ = 360^\circ$

$\Rightarrow 90^\circ + \angle PTQ + 90^\circ + 110^\circ = 360^\circ$

$\Rightarrow 290^\circ + \angle PTQ = 360^\circ$

$\angle PTQ = 360^\circ - 290^\circ$

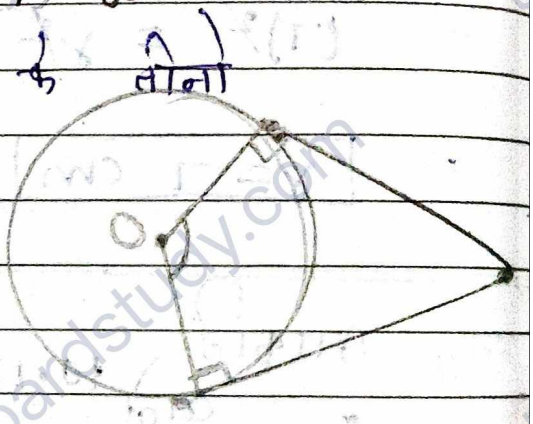
$\boxed{\angle PTQ = 70^\circ}$ Ans

Date:
P. No:

प्रश्न 3 यदि एक बिन्दु P से केन्द्र वाले किसी वृत्त पर PA, PB स्पर्श रेखाएँ परस्पर 80° के कोण पर झुकी हो तो ∠POA बराबर है ?

(a) 50° (b) 60° (c) 70° (d) 80°

हल हम जानते है, कि त्रिभुज के तीनो कोणो का योग 180° होता है।



$\Rightarrow \angle OAP + \angle APO + \angle POA = 180°$

$\Rightarrow 90° + 40° + \angle POA = 180°$

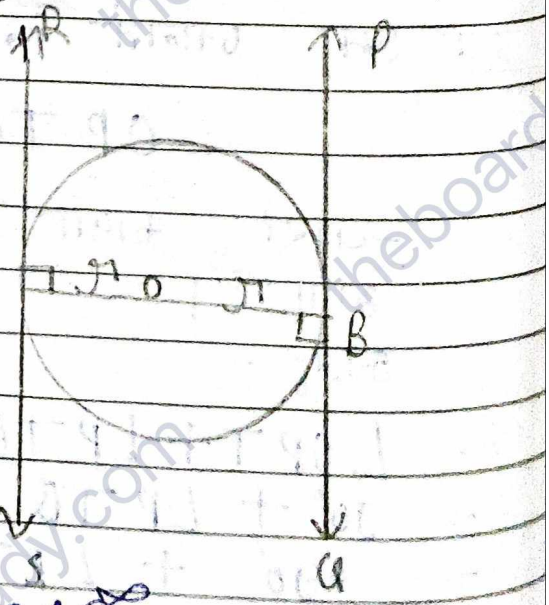
$\Rightarrow 130° + \angle POA = 180°$

$\angle POA = 180° - 130$

$\boxed{\angle POA = 50°}$ Ans.

प्रश्न 4 सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरो पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समान्तर होती है।

हल हम जानते है, कि एक स्पर्श रेखा कि त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है।



$\angle OAR = 90°$ —— (i)

$\angle OBQ = 90°$ —— (ii)

समी (i) व (ii) से

$\angle OAR = \angle OBQ = 90°$ है।

एकान्तर कोणो का युग्म बराबर है

अतः $\boxed{PQ \parallel RS}$ Ans.

प्रश्न 5 एक बिन्दु A से, जो एक वृत्त के केन्द्र से 5 cm दूरी पर है, वृत्त पर स्पर्श रेखा की लम्बाई 4 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल स्पर्श रेखा की लम्बाई $PA = 4cm$

वृत्त की त्रिज्या $OA = 5cm$

$OP = r\,cm = ?$

समकोण $\triangle OPA$ में पाइथगोरस प्रमेय से -

कर्ण^2 = लम्ब^2 + आधार^2

$(5)^2 = r^2 + (4)^2$

$25 = r^2 + 16$

$25 - 16 = r^2$

$9 = r^2$

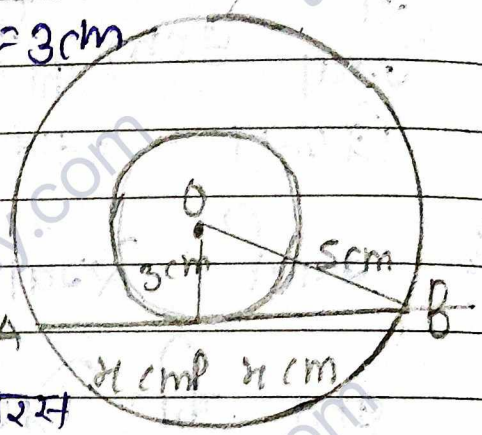
$(3)^2 = r^2$

$\boxed{r = 3cm}$ अतः वृत्त की त्रिज्या 3cm है।

प्रश्न 6 दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्या 5 cm तथा 3 cm है। बड़े वृत्त की उस जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करता है।

Date:
P. No:

हल बड़े वृत्त की त्रिज्या $OB = 5\,cm$
छोटे वृत्त की त्रिज्या $OP = 3\,cm$



$OP = 3\,cm$
$PB = x\,cm$
जीवा AB की लम्बाई = ?

समकोण $\triangle OPB$ में पाइथागोरस प्रमेय से -

कर्ण^2 = लम्ब^2 + आधार^2

$(5)^2 = (3)^2 + x^2$

$25 = 9 + x^2$

$25 - 9 = x^2$

$16 = x^2$

$(4)^2 = x^2$

$\boxed{x = 4\,cm}$

जीवा AB की लम्बाई $= x + x$

$AB = 4 + 4$

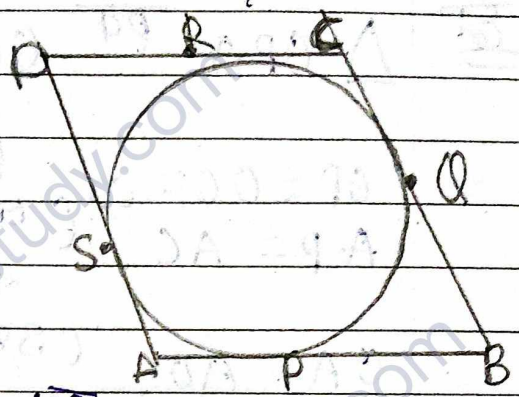
$\boxed{AB = 8\,cm}$

अतः जीवा AB की लम्बाई 8 cm है।

प्रश्न 1 एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है, सिद्ध कीजिए $AB + CD = AD + BC$

Date:
P. No:

हल हम जानते हैं, बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची स्पर्श रेखाओं की लम्बाई बराबर होती है। अतः



$\Rightarrow AP = AS$ — (1)

$\Rightarrow BP = BQ$ — (2)

$\Rightarrow CR = CQ$ — (3)

$\Rightarrow DR = DS$ — (4)

$\Rightarrow$

समी (i) व (ii) को जोड़ने पर

$\Rightarrow AP + BP = AS + BQ$

$\Rightarrow AB = AS + BQ$ — (5)

समी (3) व (4) को जोड़ने पर —

$\Rightarrow CR + DR = CQ + DS$

$\Rightarrow CD = CQ + DS$ — (6)

समी (3) व (6) को जोड़ने पर -

$\Rightarrow AB + CD = AS + BQ + CQ + DS$

$\Rightarrow AB + CD = (AS + DS) + (BQ + CQ)$

$$\boxed{AB + CD = AD + BC}$$

प्रश्न-8 आकृति 10.13 में XY तथा X'Y' केन्द्र वाले किसी वृत्त पर दो समान्तर स्पर्श रेखाएँ हैं, और स्पर्श बिन्दु C पर स्पर्श रेखा AB, XY को A तथा X'Y' को B पर प्रतिछेद करती है।

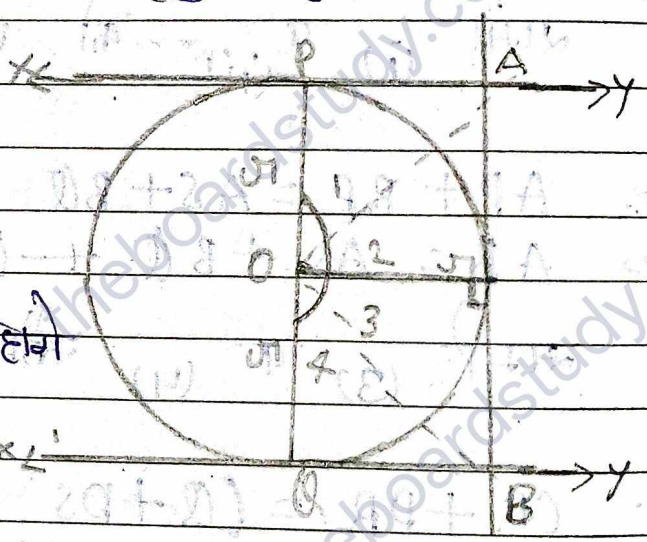
सिद्ध कीजिए की $\angle AOB = 90°$ है।

हल $\triangle OPA$ एवं OCA में

$\Rightarrow$ $OP = OC =$ त्रिज्या (वृत्त की त्रिज्या)
$AP = AC$ (बाह्य बिन्दु से खींची गई रेखा स्पर्श रेखा बराबर होती है)

$\Rightarrow$ $OA = AO$ (उभय निष्ठ भुजा)

SSS प्रमेय से



$\Rightarrow$ $\triangle OPA \cong \triangle OCA$

संगत कोण बराबर होंगे

$\angle 1 = \angle 2$ ——— (1)

इसी प्रकार –

$\triangle OQB \cong \triangle OCB$

संगत कोण बराबर होंगे –

$\angle 4 = \angle 3$ ——— (2)

हम जानते है, की

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180°$

समी (i) व (ii) से –

$= \angle 2 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 3 = 180°$

$\Rightarrow 2\angle 2 + 2\angle 3 = 180°$

$\Rightarrow 2(\angle 2 + \angle 3) = 180°$

$\Rightarrow AOB = \frac{180}{2}$

$\boxed{AOB = 90°}$ Ans