प्रश्नावली 12.2

Q.1 एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है। जिसकी त्रिज्याएँ 1 cm है, तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए?

Ans. अर्धगोले की त्रिज्या $r = 1\text{cm}$

शंकु की त्रिज्या $r = 1\text{cm}$

ऊँचाई $h = 1\text{cm}$

ठोस का आयतन = अर्धगोले का आयतन + शंकु का आयतन

$$= \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\frac{2}{3}\pi \times (1)^3 + \frac{1}{3}\pi \times (1)^2 \times 1$$

$$= \frac{2}{3}\pi \times 1 + \frac{\pi}{3} \times 1 \times 1$$

$$= \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{2\pi + \pi}{3}$$

$$\frac{3\pi}{3}$$

$\pi\ cm^2$

Q-2 एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया, जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लम्बाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अन्तर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए ?

Sol. बेलन का व्यास = 3 cm

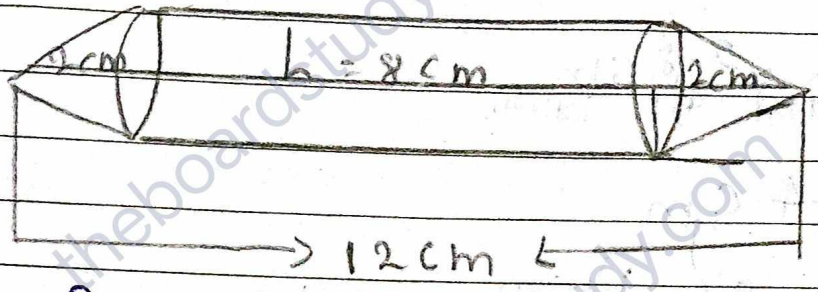
बेलन की त्रिज्या $r = \frac{3}{2}$ cm

ऊँचाई $h = 12 - (2+2)$

$h = 12 - 4$

$h = 8$ cm

शंकु की त्रिज्या $r = \frac{3}{2}$ cm



शंकु की ऊंचाई $H = 2\,cm$

मॉडल का आयतन = बेलन का आयतन + 2 × शंकु का आयतन

$$= \pi r^2 h + 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 H$$

$$= \pi \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 8 + 2 \times \frac{1}{3} \pi \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 2$$

$$= 18\pi + 3\pi$$

$$= 21\pi$$

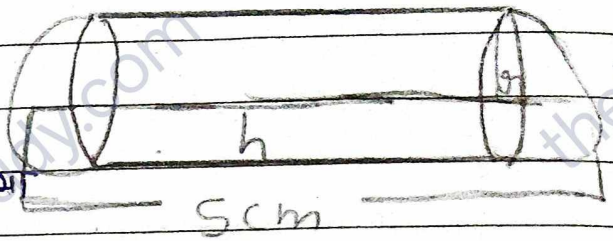
$$\times \frac{22}{7}$$

$$= 66\ cm^2$$

Q-3 एक गुलाबजामुन में उसके आयतन का लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है, 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी? माना प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है। जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार है तथा इसकी लम्बाई 5 cm और व्यास 2.8 cm है।

Date:
P. No:

Ans. अर्द्ध गोले का व्यास = 2.8 cm



अर्द्धगोले की त्रिज्या $r = 1.4$ cm

बेलन की त्रिज्या $r = 1.4$ cm

बेलन की ऊँचाई $h = 5 - (1.4 + 1.4)$

$h = 5 - 2.8$

$\boxed{h = 2.2}$

गुलाबजामुन का आयतन = बेलन का आयतन + 2 × अर्द्धगोले का आयतन

$\Rightarrow \pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3$

$\pi r \left(rh + \frac{4}{3} \cdot r^2\right]$

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times \frac{14}{10} \left[1.4 \times 2.2 + \frac{4}{3} \times 1.4 \times 1.4\right]$

$\frac{22}{5} \left[3.08 + \frac{4}{3} \times 1.96\right]$

$\frac{22}{5} \left[3.08 + \frac{7.84}{3}\right]$

$\frac{22}{5} \left[3.08 + 2.61\right]$

$\frac{22}{5} \times 5.69$

$\frac{22}{5}$

$\frac{125.18}{5}$

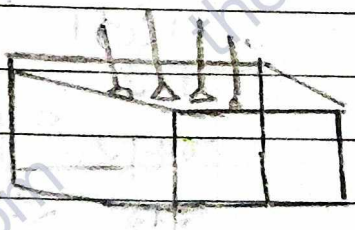
अतः 45 गुलाबजामुन का आयतन = $\frac{125.18 \times 45^{9}}{5_{1}}$

चाशनी की मात्रा $1126.62 \times \frac{30}{100} = \frac{33798.6}{1000}$

$\Rightarrow \approx 337.986$

$\boxed{338\ cm^3}$ Ans.

Q-4 एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है, जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ 15 cm × cm × 3.5 cm है, प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है, और गहराई 1.4 cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए ?



घनाभ की लम्बाई $l = 15\ cm$

घनाभ की चौड़ाई $b = 10\ cm$

घनाभ की ऊँचाई $h = 3.5\ cm$

शंकु की त्रिज्या $r = 0.5\ cm$

शंकु की ऊँचाई $h = 1.4\ cm$

Date:
P. No:

कलमदान बनाने में प्रयुक्त लकड़ी का आयतन = घनाभ का आयतन - 4 × शंकु का आयतन

$= l \times b \times h - 4 \times \frac{1}{3} \pi r^2 H$

$\Rightarrow 15 \times 10 \times 3\frac{5}{10} - 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 0\frac{5}{10} \times 0\frac{5}{10} \times 14$

$\Rightarrow 525 - \frac{22}{15}$

$525 - 1.46$

523.24 cm^3 Ans.

Q-5 एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8 cm है और इसके ऊपरी सिरे [जो खुला हुआ है] की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5 cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए ?

Ans. शंकु की त्रिज्या $r = 5 \text{ cm}$

शंकु की ऊँचाई $h = 8 \text{ cm}$

गोले की त्रिज्या $r = 0.5$ cm

बहार निकले पानी का आयतन $= \frac{1}{4}$ × शंकु का आयतन

$\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 8^2$

बाहर निकले पानी का आयतन $= \frac{5 \times 5 \times 2 \times \pi}{3} cm^3$

∴ एक गोली का आयतन $= \frac{4}{3} \pi r^3$

$\Rightarrow \frac{4}{3} \pi \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5$

∴ गोली की संख्या $=$ बाहर निकले पानी का आयतन / एक गोली का आयतन

$\Rightarrow \frac{5 \times 5 \times 2 \times \pi}{3} \Big/ \frac{4\pi}{3} \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5$

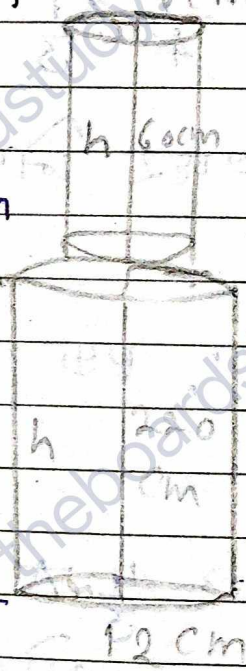
$\Rightarrow 5 \times 5 \times 2 \times \pi \times 10^2 \times 10^2 \times 10^2 \times \frac{3}{4\pi} \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5$

$\Rightarrow 5 \times 5 \times 4$

$\Rightarrow 25 \times 4$

$\Rightarrow 100$ गोलियां Ans.

Q-6 ऊँचाई 220 cm तथा आधार व्यास 24 cm वाले एक बेलन पर ऊँचाई 60 cm और त्रिज्या 8 cm वाला एक अन्य बेलन आरोपित है। से लोहे का एक स्तंभ बना है। इस स्तम्भ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए जबकि 1 cm³ लोहे का द्रव्यमान लगभग 8 होता है। ($\pi = 3.14$)



Ans. बड़े बेलन का व्यास = 24 cm

बड़े बेलन की त्रिज्या $r = 12$ cm

बड़े बेलन की ऊँचाई $h = 220$ cm

छोटे बेलन की त्रिज्या $r = 8$ cm

छोटे बेलन की ऊँचाई $h = 60$ cm

स्तम्भ का कुल आयतन = बड़े बेलन का आयतन + छोटे बेलन का आयतन

$\Rightarrow \pi r^2 H + \pi r^2 H$

$\Rightarrow 3.14 \times 12 \times 12 \times 220 + 3.14 \times 8 \times 8 \times 60$

$\Rightarrow 3.14 \times 12 \times 2640 + 25.12 \times 480$

$\Rightarrow 37.68 \times 2640 + 25.12 \times 480$

$\Rightarrow 99475.20 + 12057.60$

$= 111532.80 \text{ cm}^2$

Date:
P. No:

कुल लोहे का द्रव्यमान = 11532.80 × 8

$\Rightarrow 89226.40\,g$

$\Rightarrow \frac{89226.40\,kg}{100}$

$\Rightarrow 892.26240\,kg$

$\boxed{892.26\,kg}$