प्रश्नावली :- 5.3

प्रश्न ① निम्नलिखित समांतर श्रेढियो का योग ज्ञात कीजिए :-

ⓘ 2, 7, 12, ... 10 पदो तक

हल 2, 7, 12, ... 10 पदो का योग

श्रेणी का प्रथम पद $a = 2$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = 7 - 2$

$\boxed{d = 5}$

पदो कि संख्या $n = 10$

$S = ?$

योग $S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S = \frac{10}{2}[2 \times 2 + (10-1) \times 5]$

$S = 5[4 + 9 \times 5]$

$S = 5[4 + 45]$

$S = 5 \times 49$

$\boxed{S = 245}$

(ii) $-37, -33, -29, \ldots\ldots\ldots$ 12 पदों तक

हल $-37, -33, -29 \ldots\ldots\ldots$ 12 पदों तक

श्रेणी का प्रथम पद $a = -37$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = -33 + 37$

$\boxed{d = 4}$

पदों कि संख्या $n = 12$

$S = ?$

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S = \frac{12}{2}[2 \times -37 + (12-1) \times 4]$$

$$S = 6[-74 + 11 \times 4]$$

$$S = 6[-74 + 44]$$

$$S = 6 \times -30$$

$$\boxed{S = -180}$$

(iii) $0.6, 1.7, 2.8, \ldots\ldots\ldots$ 100 पदों तक

श्रेणी का प्रथम पद $a = 0.6$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = 1.7 - 0.6$

$\boxed{d = 1.1}$

पदो कि संख्या $n = 100$

$S = ?$

योग $S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S = \frac{100}{2}^{50}[2 \times 0.6 + (100-1) \times 1.1]$

$S = 50[1.2 + 99 \times 1.1]$

$S = 50[1.2 + 108.9]$

$S = 50 \times 110.1$

$S = 5505.0$

$\boxed{S = 5505}$

प्रश्न 2 नीचे दिए हुए योगफलो को ज्ञात कीजिए :-

(i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \ldots\ldots\ldots + 84$

हल $7 + \frac{21}{2} + 14 + \ldots\ldots\ldots + 84$

श्रेणी का प्रथम पद $a = 7$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = \frac{21}{2} - \frac{7}{1}$

$d = \frac{21 - 14}{2}$

Rajshree
DATE: _____ PAGE NO.: _____

$d = \frac{7}{2}$

श्रेणी का n वाँ पद $a_n = 84$

$n = ?$

$S = ?$

श्रेणी का n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d$

$84 = 7 + (n-1)\frac{7}{2}$

$84 - 7 = \frac{7(n-1)}{2}$

$77 = \frac{7n-7}{2}$

$77 \times 2 = 7n - 7$

$154 = 7n - 1$

$154 + 7 = 7n$

$161 = 7n$

$n = \frac{161}{7}^{23}$

$\boxed{n = 23}$

$S = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$S = \frac{23}{2}[7 + 84]$

$S = \frac{23}{2} \times 91$

$\boxed{S = \frac{2093}{2}}$

(ii) $34+32+30+\ldots\ldots\ldots+10$

हल श्रेणी का प्रथम पद $a = 34$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = 32 - 34$

$\boxed{d = -2}$

श्रेणी का n वाँ पद $a_n = 10$

$n = ?$

$S = ?$

श्रेणी का n वाँ पद $a_n = a + (n-1) \cdot d$

$\Rightarrow 10 = 34 + (n-1) \times -2$

$\Rightarrow 10 = 34 - 2n + 2$

$\Rightarrow 10 = 36 - 2n$

$\Rightarrow 2n = 36 - 10$

$\Rightarrow 2n = 26$

$\Rightarrow n = \frac{26}{2} = 13$

$\boxed{n = 13}$

$S = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$$S = \frac{13}{2}\ [34+10]$$

$$S = \frac{13}{2} \times 44^{22}$$

$$S = 13 \times 22$$

$$\boxed{S = 286}$$

(iii) $-5+(-8)+(-11)+ \ldots\ldots\ldots +(-230)$

हल पहला पद $a = -5$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$$d = -8-(-5)$$
$$d = -8+5$$

$$\boxed{d = -3}$$

$a_n = -230$

वां पद- n

$$a_n = a+(n-1)d$$

$$-230 = -5+(n-1)\times -3$$

$$-230 = -5-3n+3$$
$$-230 = -2-3n$$
$$3n = -2+230$$
$$3n = 228$$

$$n = \frac{228}{3}$$

$$\boxed{n = 76}$$

Rajshree
DATE: _____ PAGE NO.: _____

~~n पदों की~~
n पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$$

$$S_n = \frac{76}{2}[-5 - 230]$$

$$S_n = \frac{76^{38}}{2} \times -235$$

$$S_n = 38 \times -235$$

$$\boxed{S_n = -8930}$$

प्रश्न-3 एक A.P में :-

(i) $a = 5, d = 3$ और $a_n = 50$ दिया है। n और S_n ज्ञात कीजिए।

हल श्रेणी का nवाँ पद,

$$a_n = a + (n-1)d$$
$$50 = 5 + (n-1) \times 3$$
$$50 = 5 + 3n - 3$$
$$50 = 2 + 3n$$
$$3n = 2 - 50$$
$$3n = 48$$
$$n = \frac{48}{3} \quad 16$$

$\boxed{n=16}$

पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2}[a+an]$$

$$S_n = \frac{16}{2}^{8}[5+50]$$

$$S_n = 8[55]$$

$$S_n = 8 \times 55$$

$$\boxed{S_n = 440}$$

(ii). $a=7$ और $a_{13}=35$ दिया है। d और S_{13} ज्ञात कीजिए?

हल पहला पद $a=7$

$a_3 = 35$

$n = 13$

n वाँ पद -

$$a_n = a+(n-1)d$$

$$\Rightarrow 35 = 7+(13-1)d$$

$$\Rightarrow 35 = 7+12d$$

$$\Rightarrow 35-7 = 12d$$

$$\Rightarrow 28 = 12d$$

$$\Rightarrow 12d = 28$$

$\Rightarrow d = \frac{28}{12} \frac{7}{3}$

$\Rightarrow \boxed{d = \frac{7}{3}}$

पदों का योग -

$S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$S_{13} = \frac{13}{2}[7 + 35]$

$S_{13} = \frac{13}{2}[42]$

$S_{13} = \frac{13}{2} \times 42^{21}$

$S_{13} = 13 \times 21$

$\boxed{S_{13} = 273}$

(iii) $a_{12} = 37$ और $d = 3$ दिया है, a और S_{12} ज्ञात कीजिए।

हल सार्वअन्त $d = 3$

$a_{12} = 37$

$n = 12$

n वाँ पद

$a_n = a + (n-1)d$

$37 = a + (12-1) \times 3$

$37 = a + 11 \times 3$

$37 = a + 33$

$37 - 33 = a$

$4 = a$

$\boxed{a = 4}$

n पदों का योग -

$S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$S_n = \frac{12}{2}[4 + 37]$

$S_{12} = 6[41]$

$S_{12} = 6 \times 41$

$\boxed{S_{12} = 246}$

(vi) $a = 2$, $d = 8$ और $S_n = 90$ दिया है n और a_n ज्ञात कीजिए

हल पहला पद $a = 2$

सार्वअन्तर $d = 8$

$S_n = 90$

n पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{n}{2}[2\times 2+(n-1)8]$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{n}{2}[4+8n-8]$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{n}{2}[-4+8n]$$

$$\Rightarrow 90\times 2 = n[-4+8n]$$

$$\Rightarrow 180 = -4n+8n^2$$

$$\Rightarrow 180 = 8n^2-4n$$

$$\Rightarrow 0 = 8n^2-4n-180$$

$$\Rightarrow 8n^2-4n-180 = 0$$

4 से भाग देने पर —

$$\Rightarrow 2n^2-n-48 = 0$$

$$\Rightarrow 2n^2+9n-10n-45 = 0$$

$$\Rightarrow n(2n+9)-5(2n+9) = 0$$

$$\Rightarrow (2n+9)(n-5) = 0$$

$$\Rightarrow 2n+9 = 0 \text{ या } n-5 = 0$$

$\Rightarrow 2n = -9$ अतः $\boxed{n = 5}$

$\Rightarrow \boxed{n = -\frac{9}{2}}$ असंभव

$n^{\text{वाँ}}$ पद –

$$a_n = a + (n-1)d$$
$$a_n = 2 + (5-1) \times 8$$
$$a_n = 2 + 4 \times 8$$
$$a_n = 2 + 32$$
$$\boxed{a_n = 34}$$

(v) (~~iv~~) $a = 3, n = 8$ और $S = 192$ दिया है। d ज्ञात कीजिए।

हल: पहले पद $a = 3$

$n = 8$

$S = 192$

$d = ?$

n पदों का योग –

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow 192 = \frac{8^4}{2}[2 \times 3 + (8-1)d]$$

$$\Rightarrow 192 = 4[6 + 7d]$$

$$\Rightarrow \frac{192}{4}^{48} = 6 + 7d$$

$\Rightarrow 48 = 6 + 7d$

$\Rightarrow 48 - 6 = 7d$

$\Rightarrow 42 = 7d$

$\Rightarrow 7d = 42$

$\Rightarrow d = \frac{42^{6}}{7}$

$\Rightarrow \boxed{d = 6}$

~~(x)~~ (vi) $l = 28, S = 144$ और कुल 9 पद हैं। a ज्ञात कीजिए

हल :

$l = 28$

$S = 144$

$n = 9$

$a = ?$

n पदों का योग –

$$S_n = \frac{n}{2}[a + d]$$

$$\Rightarrow 144 = \frac{9}{2}[a + 28]$$

$$\Rightarrow \frac{144 \times 2}{9} = a + 28$$

$$\Rightarrow 32 = a + 28$$

$$32 - 28 = a$$

$$a = a$$

$$\boxed{a = 4}$$

Rajshree
DATE: _____ PAGE NO.: _____

प्रश्न किसी A.P का प्रथम पद 5 अंतिम पद 45 और योग 400 है पदो की संख्या और सार्वअंतर ज्ञात कीजिए।

हल श्रेणी का प्रथम पद $= a = 5$
अंतिम पद $a_n = 45$
योग $S = 400$
पदो की संख्या $n = ?$
सार्वअन्तर $d = ?$

$\because S = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$\Rightarrow 400 = \frac{n}{2}[5 + 45]$

$\Rightarrow 400 = \frac{n}{2} \times 80^{25}$

$\Rightarrow n = \frac{400}{25_8}^{16}$

$\Rightarrow \boxed{n = 16}$

$\because a_n = a + (n-1)d$

$45 = 5 + (16-1)d$

$45 - 5 = 15d$

$40 = 15d$

$d = \frac{40}{15}^{8}$

$\boxed{d = \frac{8}{3}}$

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

प्रश्न-65 किसी A.P के प्रथम और अंतिम पद क्रमश 17 और 350 है। यदि सार्वअन्तर 9 है, तो इसमें कितने पद है, और इनका योग क्या है?

हल श्रेणी का प्रथम पद $a = 17$

अंतिम पद $a_n = 350$

सार्वअन्तर $d = 9$

पदो कि संख्या $n = ?$

योग $S = ?$

श्रेणी का n वाँ पद $a_n = a + (n-1)d$

$350 = 17 + (n-1) \times 9$

$350 = 17 + 9n - 9$

$350 = 8 + 9n$

$350 - 8 = 9n$

$342 = 9n$

$n = \frac{342}{9}$ 38

$\boxed{n = 38}$

$\because S = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$S = \frac{38}{2}^{19}[17 + 350]$

$S = 19 \times 367$

$\boxed{S = 6973}$

Rajshree
DATE: _____ PAGE NO.: _____

प्रश्न 6 उस A.P ज्ञात कीजिए, जिसमे 22 पदो का योग सात है, d=7 है. 22 वाँ पद 149 है।

हल ~~पदो की संख्या~~ n=22

~~सार्वअन्तर~~ d=7

~~श्रेणी~~

श्रेणी का प्रथम पद a=22

सार्वअन्तर d = 7

श्रेणी का 22 वाँ पद =149

योग S=?

∴ श्रेणी का 22 वाँ पद 149

$a+2n = 149$

$a+21\times7=149$

$a+147=149$

$a+149-149$

$a=2$

योग $S=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$S=\frac{22}{2}[2\times2+(22-1)\times7$

$S=11[4+21\times7]$

$S=11[4+147]$

$S=11\times151$

$S=1661$ Ans

प्र 87 उस A.P के प्रथम 51 पदों का योग ज्ञात कीजिए जिसके दूसरे और तीसरे पद क्रमशः 14 और 18 है।

हल पदों की संख्या $n = 51$

श्रेणी का दूसरा पद $a = 51$

$a + d = 14$ ——— ①

श्रेणी का तीसरा पद = 18

$a + 2d = 18$ ——— ②

समी (i) व (ii) से

$a + d = 14$

$a + 2d = 18$ घटने पर

$- \quad - \quad -$

$-d + 4$

$d = 4$

समी ① से

$a + d = 14$

$a + 4 = 14$

$a = 14 - 4$

$\boxed{a = 10}$

योग $S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d$

$S = \frac{51}{2}[2 \times 10 + (51-1) \times 4]$

$S = \frac{51}{2}[20 + 50 \times 4]$

$S = \frac{51}{2}[20 + 200]$

$S = \frac{51}{2} \times 220$

$S = 51 \times 100$

$\boxed{S = 5610}$

प्र. 8 दर्शाइए कि $a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$ से एक A.P. बनती है, यदि a_n नीचे दिए अनुसार परिभाषित है:

(i) $a_n = 3 + 4n$ (ii) $a_n = 9 - 5n$

$a_n = 3 + 4n$

$n = 1$ रखने पर $a_1 = 3 + 4 \times 1 = 3 + 4 = 7$

$n = 2$ रखने पर $a_2 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$

$n = 3$ रखने पर $a_3 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 12 = 15$

अतः श्रेणी $7, 11, 15 \ldots$

श्रेणी का प्रथम पद $a = 7$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = 11 - 7$

$d = 4$

पदो की संख्या $n = 15$

$S = ?$

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S = \frac{15}{2}[2 \times 7 + (15-1) \times 4]$$

$$S = \frac{15}{2}[14 + 14 \times 4]$$

$$S = \frac{15}{2}[14 + 56]$$

$$S = \frac{15}{2} \times 70^{35}$$

$$S = 15 \times 35$$

$$S = 525$$

(ii) $a_n = 9 - 5n$

$n = 1$ रखने पर $\quad a_1 = 9 - 5 \times 1 = 9 - 5 = 4$

$n = 2$ रखने पर $\quad a_2 = 9 - 5 \times 2 = 9 - 10 = -1$

$n = 3$ रखने पर $\quad a_3 = 9 - 5 \times 3 = 9 - 15 = -6$

अत: श्रेणी

$4, -1, -6, \ldots\ldots$

श्रेणी का प्रथम पद $a = 4$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = -1 - 4$

$d = -5$

पदों की संख्या $n = 15$

$S = ?$

$\therefore$

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S = \frac{15}{2}[2 \times 4 + (15-1) \times -5]$$

$$S = \frac{15}{2}[8 + 14 \times -5]$$

$$S = \frac{15}{2}[8 - 70]$$

$$S = \frac{15}{2} \times -62^{31}$$

$$S = 15 \times -31$$

$$S = -465$$

प्र. 8 6 से विभाज्य धन पूर्णांक

$6 + 12 + 18 + 24 \ldots$

पहला पद $a = 6$

सार्व अन्तर $= d = a_2 - a_1$

$d = 12 - 6$

$d = 6$

$n = 40$

n पदों का योग

$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S = [2 \times 6 + (40-1) \times 6]$

$S = 20\ [12 + 39 \times 6]$

$S = 20\ [12 + 234$

$S = 20 \times 246$

$S = 4920$

अतः 6 से विभाज्य 40 धन पूर्णांकों का योग 4920 होगा।

10. 8 के गुणज

$8 + 16 + 24 + 32 + \ldots\ldots$

श्रेणी का प्रथम पद $a = 8$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = 16 - 8$

$d = 8$

$n = 15$

on पदों का योग

$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S = \frac{15}{2}[2 \times 8 + (15-1) \times 8]$

$S = \frac{15}{2}[16 + 14 \times 8]$

$S = \frac{15}{2}[16 + 112]$

$S = \frac{15}{2} \times 128^{64}$

$S = 15 \times 64$

$S = 960$

अतः 8 के प्रथम 15 गुणजों का योग 960 है।

Q1 $1+3+5+7+\ldots\ldots+49$

श्रेणी का प्रथम और 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए?

हल 0 व 50 के बीच विषम संख्या -

1, 3, 5, 7 ---- 49

श्रेणी का प्रथम पद $= a = 1$

सार्वअन्तर $d = a_2 - a_1$

$d = 3 - 1$

$\boxed{d = 2}$

$a_n = 49$

श्रेणी का $n^{\text{वाँ}}$ पद -

$a_n = a + (n-1)d$

$49 = 1 + (n-1) \times 2$

$49 = 1 + 2n - 2$

$49 = -1 + 2n$

$-2n = -1 - 49$

$+2n = +50$

$2n = 50$

$n = \frac{50}{2}$

$\boxed{n = 25}$

योग $S = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$S = \frac{25}{2}[1 + 49]$

$S = \frac{25}{2} \times 50$

$S = 25 \times 25$

$\boxed{S = 625}$ Ans

अतः 0 व 50 के बीच विषम संख्याओं का योग 625 होगा।