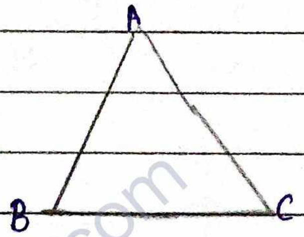
Chapter-7

निर्देशांक ज्यामिति

भुजा के आधार पर त्रिभुज के प्रकार –

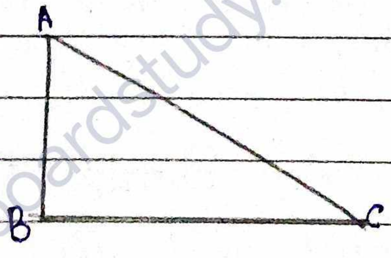
(i) समबाहु (ii) विषम बाहु त्रिभुज (iii) समद्विबाहुत्रिभुज

(1) समबाहु त्रिभुज ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनो भुजाए समान्न हो समबाहु त्रिभुज कहलाता है



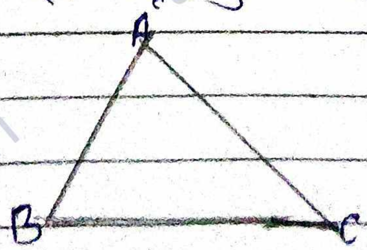
$AB = BC = CA$

(2) विषम बाहु त्रिभुज : ऐसी त्रिभुज जिसकी तीनो भुजाऐ असमान हो विषम बाहु त्रिभुज कहलाता है



$AB \neq BC \neq CA$

(3) समद्विबाहुत्रिभुज :– 'ऐसी' त्रिभुज जिसकी दो भुजा बराबर हो एक भुजा असमान हो समद्विबाहु त्रिभुज कहलाता है।



$AB = BC \neq CA$

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

(4) परिभाषा :-

भुज :- किसी बिन्दु को y अक्ष से दूर उस बिन्दु का भुज कहलाती है, इसे 'x' से बताते है।

कोटि :- किसी बिन्दु की x अक्ष से दूरी कोटि कहलाती है। इसे y से बताते है।

अतः किसी बिन्दु (p) के निर्देशक p(x, y)

महत्वपूर्ण ① (x, 0) ② (0, y) होते है।

(5) यदि बिन्दु x अक्ष पर स्थित है, तो उसका y वाला मान शून्य होता है। तथा x अक्ष पर स्थिति पर बिन्दु के निर्देशांक x, 0 होते है।

(6) यदि बिन्दु y अक्ष पर स्थित है, तब x का मान शून्य होता है, तथा बिन्दु के निर्देशक 0, y होते है।

x अक्ष और y अक्ष के प्रतिछेद बिन्दु को मूल्य बिन्दु कहते है। तथा मूल्य बिन्दु के निर्देशक (0, 0) होते है।

दूरी सूत्र –

① $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$

P ———— Q

दो बिन्दुओ के बीच की दूरी

① $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

② $PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

बिन्दु $P(x, y)$ की मूल बिन्दुसे दूरी

$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$

प्रश्नावली - 7.1

प्रश्न 1 बिन्दुओ के निम्नलिखित युग्मो के बीच की दूरिया ज्ञात कीजिए :

① $(2, 3), (4, 1)$

हल $(2, 3), (4, 1)$

$P(2, 3)$, $Q(4, 1)$

$P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$

theboardstudy.com

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

$x_1 = 2$, $x_2 = 4$

$y_1 = 3$, $y_2 = 1$

P और Q के बीच की दूरी

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$PQ = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2}$

$PQ = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$

$PQ = \sqrt{4+4}$

$PQ = \sqrt{8}$

$PQ = \sqrt{2 \times 2 \times 2}$

$PQ = 2\sqrt{2}$ Ans

(ii) $(-5, 7), (-1, 3)$

हल $(-5, 7), (-1, 3)$

$P(-5, 7), Q(-1, 3)$

$x_1 = -5$, $x_2 = -1$
$y_1 = 7$, $y_2 = 3$

theboardstudy.com

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

P और Q के बीच की दूरी

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$PQ = \sqrt{(-1+5)^2 + (3-7)^2}$

$PQ = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$

$PQ = \sqrt{16 + 16}$

$PQ = \sqrt{32}$

$PQ = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$

$PQ = 2 \times 2\sqrt{2}$

$PQ = 4\sqrt{2}$

(iii) $(a, b), (-a, -b)$

हल $(a, b), (-a, -b)$

$P(a, b), Q(-a, -b)$

$\Rightarrow x_1 = a, \quad x_2 = -a$

$y_1 = b, \quad y_2 = -b$

P और Q के बीच की दूरी

theboardstudy.com

४१

$PQ = \sqrt{(x^2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$PQ = \sqrt{(-a-a)^2 + (-b-b)^2}$

$PQ = \sqrt{(-2a)^2 + (-2b)^2}$

$PQ = \sqrt{4a^2 + 4b^2}$

$PQ = 4(a^2 + b^2)$

$\boxed{PQ = 2\sqrt{a^2 + b^2}}$

प्रश्न-3 बिंदुओ (0,0) और (36,15) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए ?

(0·0), (36,15)

$\Rightarrow O(0,0),\ P(36,15)$

$x_1 = 0 \quad , \quad x_2 = 36$

$y_1 = 0 \ , \ y_2 = 15$

$OP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$OP \sqrt{(36-0)^2 + (15-0)^2}$

$OP \sqrt{(36)^2 + (15)^2}$

$OP = \sqrt{1296 + 225}$

$OP = \sqrt{1521}$

$OP = \sqrt{3 \times 3 \times 13 \times 13}$

$OP = 3 \times 13$

$\boxed{OP = 39}$

theboardstudy.com

प्रश्न 3 निर्धारित कीजिए कि क्या बिंदु (1,5), (2,3) और (-2,-11) संरेखी है -

हल A (1,5), B (2,3), (-2,-11)

(1,5) (2,3) (-2,-11)

A ——— B ——— C

यदि बिन्दु रेखा है.

$$AB + BC = AC$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (3-5)^2}$$

$$AB \sqrt{(1)^2 + (-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{1+4}$$

$$AB = \sqrt{5}$$

$$\therefore BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2-2)^2 + (-11-3)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-14)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 196}$$

theboardstudy.com

$$BC = \sqrt{212}$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-2-1)^2 + (-11-5)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-3)^2 + (-16)^2}$$

$$AC = \sqrt{9+256}$$

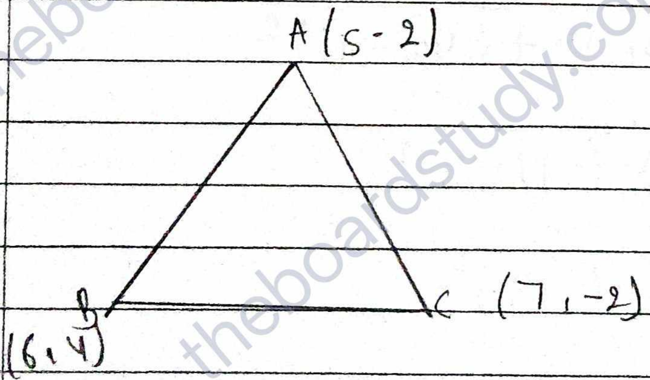
$$AC = \sqrt{265}$$

$\because \quad AB + BC \neq AC$

$$\sqrt{5} + \sqrt{212} \neq \sqrt{1265}$$

अतः बिन्दु सरिख नहीं है।

प्रश्न-4 जाँच कीजिए कि क्या बिंदु (5,-2), (6,4) और (7,-2) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष है



हल

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

theboardstudy.com

$AB = \sqrt{(6-5)^2 + (4+2)^2}$

$AB = \sqrt{(1)^2 + (6)^2}$

$AB = \sqrt{1+36}$

$AB = \sqrt{37}$

$\because \; BC = \sqrt{(x_2 y_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(7-6)^2 + (-2-4)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (-6)^2}$

$BC = \sqrt{1+36}$

$BC = \sqrt{37}$

$CA = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)^2}$

$CA = \sqrt{(5-7)^2 + (-2+2)^2}$

$CA = \sqrt{(-2)^2 + (0)^2}$

$CA = \sqrt{4+0}$

$CA = \sqrt{4}$

$A = 2$

$\because \; AB = BC = \sqrt{37}$

अतः Δ ABC समद्विबाहु त्रिभुज है।

Rajshree

DATE: PAGE NO.:

प्रश्न 7 x- अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो (2, -5) और (-2, 9) से समदूरस्थ है?

हल x - अक्ष पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक

$P(x, 0)$

$A(2, -5), B(-2, 9)$

प्रश्नानुसार

$AB = PB$

$= \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(2 - x)^2 + (-5 - 0)^2} = \sqrt{(-2 - x)^2 + (9 - 0)^2}$

दोनो पक्षो का वर्ग करने पर

$\Rightarrow (2 - x)^2 + (-5)^2 = (-2 - x)^2 + (9)^2$

$\Rightarrow (2 - x)(2 - x) + 25 = (-2 - x)(-2x) + 81$

$= 4 - 2x - 2x + x^2 + 25 = 4 + 2x + 2x + x^2 + 81$

$= 4 - 4x + x^2 + 25 = 4 + 4x + x^2 + 81$

$= 29 - 4x = 85 + 4x$

$-4x - 4x = 85 - 29$

$-8x = 56$

Rajshree

DATE: ______ PAGE NO.: ______

$x = \frac{56}{-8}$

$x = -7$

अतः x- अक्ष पर स्थित बिन्दु के लिए

$P(x, 0)$

$P(-7, 0)$

प्रश्न 8 y का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिंदु $P(2, -3)$ और $Q(10, y)$ के बीच की दूरी 10 मात्रक है?

हल $P(2, -3)$, $Q(10, y)$ $PQ = 10$

$y = ?$

$x_1 = 2, x_2 = 10$

$y_1 = -3, y_2 = y$

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= 10 = \sqrt{(10-2)^2 + (y+3)^2}$

$10 = \sqrt{(8)^2 + (y+3)^2}$

दोनो पक्षो का वर्ग करने पर

$= (10)^2 = (8)^2 + (y+3)^2$

theboardstudy.com

$= 100 = 64 + (y+3)(y+3)$

$= 100 = 64 + y^2 + 3y + 3y + 9$

$= 100 = 73 + y^2 + 6y$

$y^2 + 6y + 73 - 100 = 0$

$y^2 + 6y - 27 = 0$

$1 \times -27 = -27$

$9 \times -3 = -27$

$y^2 + 9y - 3y - 27 = 0$

$= y(y+9) - 3(y+9) = 0$

$(y+9)(y-3) = 0$

$\Rightarrow y+9 = 0$ या $y-3 = 0$

$= y = -9$ या $y = 3$

प्रश्न 9 यदि Q(0, 1) बिन्दुओं P(5, -3) और (x, 6) से समदूरस्थ है, तो x के मान ज्ञात कीजिए।

हल Q(0, 1), P(5, -3), R(x, 6)

$x = ?$

प्रश्नानुसार

$$QP = QR$$

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\sqrt{(5-0)^2+(-3-1)^2} = \sqrt{(x-0)^2+(6-1)^2}$$

$$\sqrt{(5)^2+(-4)^2} = \sqrt{x^2+(5)^2}$$

$$= \sqrt{25+16} = \sqrt{x^2+25}$$

पदो पक्षो का वर्ग करने पर

$$= 25+16 = x^2+25$$

$$= x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16}$$

$$\boxed{= x = \pm 4}$$

प्रश्न 10 x और y में एक ऐसा संबंध ज्ञात कीजिए कि बिंदु (x, y) बिंदुओं $(3, 6)$ और $(-3, 4)$ से समदूरस्थ हो ?

हल $P(x, y)$, $A(3, 6)$, $B(-3, 4)$

प्रश्नानुसार

Rajshree

DATE: ______ PAGE NO.: ______

$PA = PB$

$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\sqrt{(3-x)^2+(6-y)^2} = \sqrt{(-8-x)^2+(4-y)^2}$

दोनो पक्षो का वर्ग करने पर

$= (3-x)^2 + (6-y)^2 = (-3-x)^2 + (4-y)^2$

$= (3-x)\cdot(3-x) + (6-y)(6-y) = (-3-x)\cdot(-3-x)$

$+ (4-y)(4-y)\cdot$

$= 9 - 3x + x^2 + 36 - 6y - 6y + y^2 = 9 + 3x + 3x + x^2$

$+ 16 - 4y - 4y + y^2$

$= 45 - 6x - 12y = 25 + 6x - 8y$

$= -6x - 6x - 12y + 8y = 25 - 45$

$-12x - 4y = -20$

$= 12x + 4y = 20$

4 से भाग देने पर

$\boxed{3x + y = 5}$

Rajshree

DATE: ________ PAGE NO.: ________

उदा.5 y अक्ष पर एक ऐसा बिंदु ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं $A(6,5)$ और $B(-4,3)$ से समदूरस्थ हो ?

हल y-अक्ष पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक $P(0,y)$

$A(6,5), B(-4,3)$

प्रश्नानुसार

$PA = PB$

$= \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(6-0)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-y)^2}$

दोनो पक्षो का वर्ग करने पर

$(6-0)^2 + (5-y)^2 = (-4-0)^2 + (3-y)^2$

$= (6)^2 + (5-y)(5-y) = (-4)^2 + (3-y)(3-y)$

$\Rightarrow 36 + 25 - 5y - 5y + y^2 = 16 + 9 - 3y - 3y + y^2$

$= 61 - 10y = 25 - 6y$

$-10y + 6y = 25 - 61$

$-4y = -36$

$4y = 36$

$y = \frac{36}{4}$ $\boxed{y = 9}$

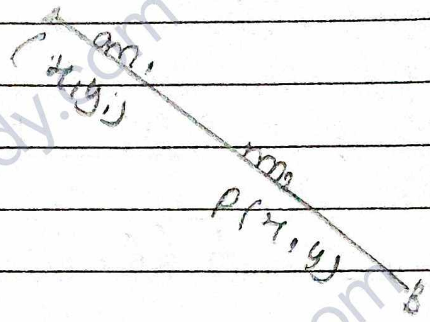
अतः y-अक्ष पर स्थित बिन्दु $(0, 9)$ है।

$\boxed{P(0,9)}$

theboardstudy.com

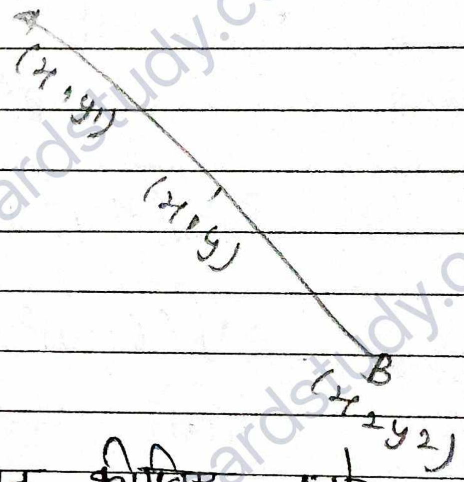
① विभाजन सूत्र

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$



$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$



$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

प्रश्न 6 उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओ (4, -3) और (8, 5) को जोड़ने वाले रेखाखंड को आंतरिक रूप से 3 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है -

हल बिन्दु p(x, y), बिन्दुओ A (4, 3) और B (8, 5) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को अंतरिक रूप से 3 : 1 में विभाजित करता है।

$x_1 = 4$, $y_1 = 3$
$x_2 = 8$, $y_2 = 5$
$m_1 = 3$, $m_2 = 1$

विभाजन सूत्र

theboardstudy.com

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$x = \frac{3 \times 8 + 1 \times 4}{3 + 1}$$

$$x = \frac{24 + 4}{4}$$

$$x = \frac{24}{4}$$

$$\boxed{x = 7}$$

अतः बिन्दु P

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{3 \times 5 + 1 \times -3}{3 + 1}$$

$$y = \frac{15 - 3}{4}$$

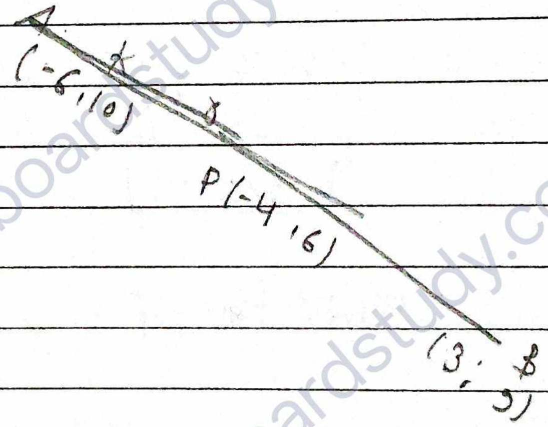
$$y = \frac{12}{4}$$

$$\boxed{y = 3}$$

theboardstudy.com

उदा.7 बिंदु (-4, 6) बिंदुओ A(-6, 10) और B(3-8) को जोड़ने वाले रेखाखंड को किस अनुपात में विभाजित करता है?

हल माना - बिन्दु P(-4, 6) बिन्दुओ A(-6, 10) और B(B-8) को जोड़के वाले रेखाखण्ड को k : 1 विभाजित करता है।



$x_1 = -6$, $y_1 = 10$
$x_2 = 3$, $y_2 = 8$
$x = -4$, $y = 26$
$m_1 = k$, $m_2 = 1$

विभाजन सूत्र

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$-4 = \frac{k_1 \times 3 + 1 \times -6}{k+1}$$

$$\frac{-4}{1} = \frac{3k - 6}{k+1}$$

$$= 3k - 6 = -4(k+1)$$

$$3k - 6 = -4k - 4$$

$$3k + 4k = -4 + 6$$

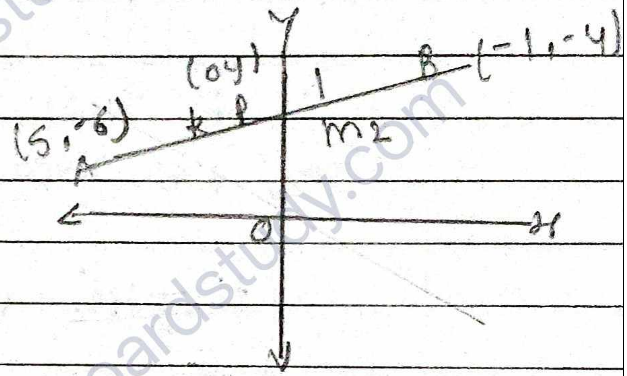
$$7k = 2$$

$$\boxed{k = \frac{2}{7}}$$

theboardstudy.com

प्रश्न 9 बिन्दुओं (5, -6) और (-1, -4) को जोड़ने वाले रेखाखंड को y अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है इस प्रतिच्छेद बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

हल 9 माना कि y - अक्ष AB को k : 1 में विभाजित करता विभाजक बिन्दु P के निर्देशांक



$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$0 = \frac{k \times -1 + 1 \times 5}{k+1}$$

$$0 = \frac{-k+5}{k+1}$$

$$0 \times (k+1) = -k+5$$

$$0 = -k+5$$

$$\frac{k}{1} = \frac{5}{1}$$

$$\therefore \boxed{k : 1 = 5 : 1}$$

बिन्दु 'P' के निर्देशांक

$x = 0$।

$$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{k \times -4 + 1 \times -6}{k+1}$$

$$y = \frac{5 \times -4 + 1 \times -6}{5+1}$$

$$y = \frac{-20-6}{6}$$

$$y = \frac{26}{6}$$

$$\boxed{y = \frac{-13}{3}}$$

अतः P के निर्देशांक $P(0, y)$

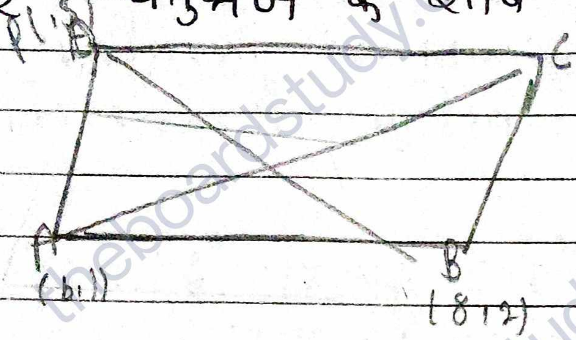
$P\left(0, -\frac{13}{3}\right)$

theboardstudy.com

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

प्रश्न 10 यदि बिन्दु A(6,1), B(8,2), C(9,4) और D(p,3) एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष इसी क्रम हों तो p का मान ज्ञात कीजिए।

हल 10



AC के मध्य बिन्दु P के निर्देशांक = BD के मध्य बिन्दु P के निर्देशांक

$$\Rightarrow \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{6+9}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{2+3}{2}\right)$$

$$\left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

तुलना करने पर

$$\frac{15}{2} = \frac{8+p}{2}$$

$$\Rightarrow 15 = 8+p$$

$$\Rightarrow 15-8 = p$$

$$\Rightarrow \boxed{p=7}$$

theboardstudy.com