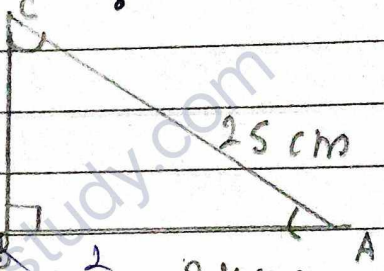
Rajshree
DATE: _____ PAGE NO.: _____

प्रश्नावली 8.1

प्रश्न 1 $\triangle ABC$ में, जिसका कोण B समकोण है, और $AB = 24$ cm $BC = 7$ cm है निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए ?



हल $AB = 24$ cm, $BC = 7$ cm

कर्ण $AC = ?$

समकोण $\triangle ABC$ में पाइथगोरस प्रमेय से

$$\text{कर्ण}^2 = \text{लम्ब}^2 + \text{आधार}^2$$

$$\text{कर्ण}^2 = (7)^2 + (24)^2$$

$$\text{कर्ण}^2 = 49 + 576$$

$$\text{कर्ण}^2 = 625$$

$$\text{कर्ण} = (25)^2$$

$$\boxed{\text{कर्ण} = 25 \text{ cm}}$$

(i) $\sin A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{7}{25}$

$\cos A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{24}{25}$

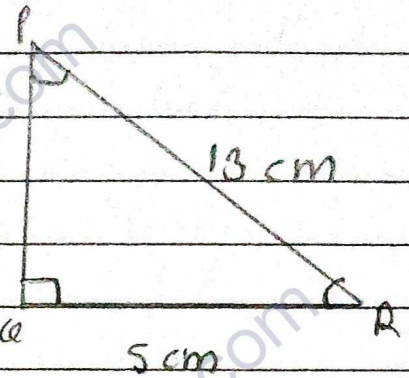
(ii) $\tan C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{24}{25}$

$\cot C = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{7}{25}$

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

प्रश्न 2 आकृति 8.13 में $\tan P - \cot P$ का मान ज्ञात कीजिए

हल $\tan P - \cot R = ?$



समकोण $\triangle PQR$ में पाइथगोरस प्रमेय से

कर्ण^2 = लम्ब^2 + आधार^2

$(13)^2 = (12)^2 +$ आधार^2

$= 169 = 144 +$ आधार^2

$= 169 - 144 =$ आधार^2

$25 =$ आधार^2

$(5)^2 =$ आधार^2

आधार $= 5$

$\therefore \tan P - \cot R$

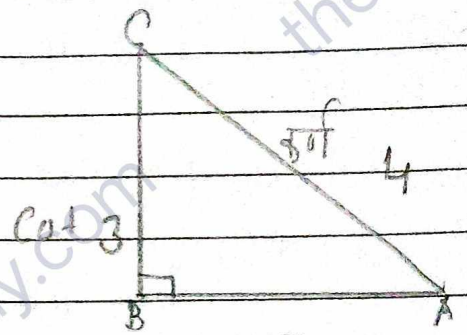
$= \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} - \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$

$= \frac{5}{12} - \frac{5}{12}$

$= 0$

प्रश्न 3 यदि $15 \cot A = 8$ हो तो $\sin A$ और $\sec A$ का मान ज्ञात कीजिए ?

हल $\sin = \frac{3}{4} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$



$\cos A = ?$ $\tan A = ?$

लम्ब $= 3$
कर्ण $= 4$
आधार $= ?$

समकोण $\triangle$ ABC में पाइथगोरस प्रमेय से

$\text{कर्ण}^2 = \text{लम्ब}^2 + \text{आधार}^2$

$(4)^2 = (3)^2 + \text{आधार}^2$

$16 = 9 + \text{आधार}^2$

$16 - 9 = \text{आधार}^2$
$7 = \text{आधार}^2$

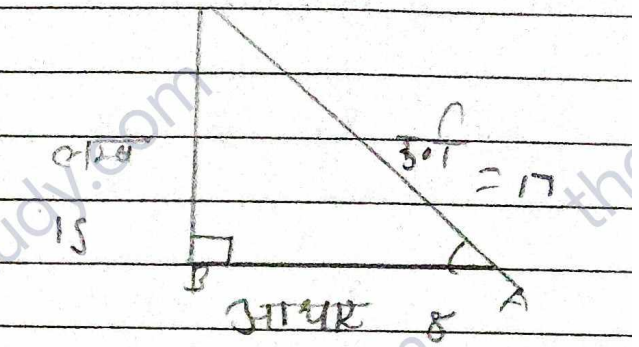
$(\sqrt{7})^2 = \text{आधार}^2$

$\text{आधार} = \sqrt{7}$

$\cos A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ पाइथगोरस प्रमेय

$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$

प्रश्न 4 यदि 15 $\cot A = 8$ होतो $\sin A$ और $\sec A$ का मान ज्ञात कीजिए?



हल $15 \cdot \cot A = 8$

$\cot a = \frac{8}{15} = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$

$\sin A = ?$

$\sec A = ?$

आधार = 8

लम्ब = 15

कर्ण = ?

समकोण $\triangle$ ABC में पाइथागोरस प्रमेय से

$\text{कर्ण}^2 = \text{लम्ब}^2 + \text{आधार}^2$

$\text{कर्ण}^2 = (15)^2 + (8)^2$

$\text{कर्ण}^2 = 225 + 64$

$\text{कर्ण} = 289$

$\text{कर्ण}^2 = (17)^2$

$\text{कर्ण} = 17$

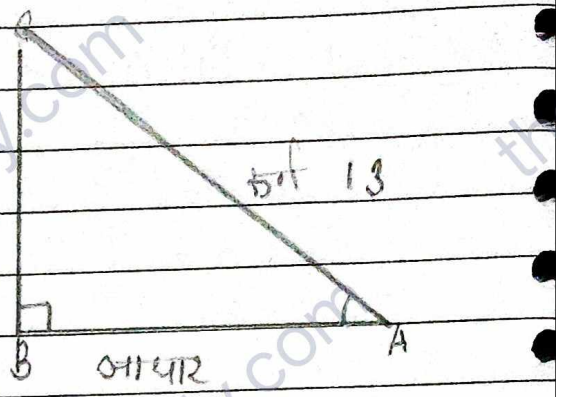
$\sin A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{15}{17}$

$\sec A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{17}{8}$

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

प्रश्न-5 यदि $\sec\theta = \frac{13}{12}$ हो तो अन्य सभी त्रिकोणमितिय अनुपात परिकलित कीजिए ?

हल $\sec\theta = \frac{13}{12} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}}$



कर्ण = 13
आधार = 12
लम्ब = ?

समकोण $\triangle ABC$ में पाइथोगोरस प्रमेय से -

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$

$(13)^2 = (\text{लम्ब})^2 + (12)^2$

$169 = (\text{लम्ब})^2 + 144$

$169 - 144 = (\text{लम्ब})^2$

$25 = (\text{लम्ब})^2$

$(5)^2 = (\text{लम्ब})^2$

$\boxed{\text{लम्ब} = 5}$

$\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{5}{13}$

$\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{12}{13}$

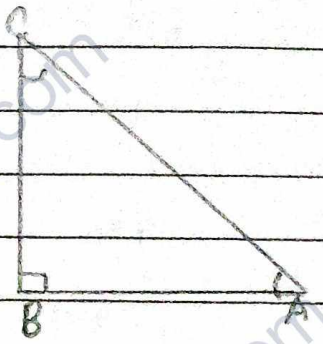
$\tan = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{5}{12}$

$\text{Cosec}\,\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{13}{5}$

$\cot\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} = \frac{12}{5}$

प्रश्न यदि $\angle A$ और $\angle B$ न्यून कोण हो, जहाँ $\cos A = \cos$ तो दिखाइए कि $\angle A = \angle B$

हल $\because \cos A = \cos B$ [दिया है]



$\frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

$= \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AB}$

$= AC = BC$

हम जानते हैं कि दो बराबर भुजाओं के सामने के कोण भी बराबर होते हैं; अतः

$\boxed{\angle A = \angle B}$

प्रश्न 3 त्रिभुज ABC में जिसका कोण B समकोण है, यदि $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$, तो निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए:

हल $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

लम्ब $= 1$
आधार $= \sqrt{3}$
कर्ण $= ?$

समकोण $\triangle ABC$ में पाइथागोरस प्रमेय से

कर्ण^2 = लम्ब^2 + आधार^2

Rajshree
DATE: _____ PAGE NO.: _____

$$\text{कर्ण}^2 = (1)^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$\text{कर्ण}^2 = 1 + 3$$

$$\text{कर्ण}^2 = 4$$

$$\text{कर्ण} = (2)^x$$

$$\boxed{\text{कर्ण} = 2}$$

$$\sin A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{1}{2}$$

(i) $\sin A \cos C + \cos A \cdot \sin C$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1+3}{4}$$

$$= \frac{4}{4} = \boxed{1}$$

(ii) $\cos A \cdot \cos C - \sin A \sin C$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$= 0$$

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

(ii) $\cot^2 \theta$

$\left(\frac{7}{8}\right)^2$

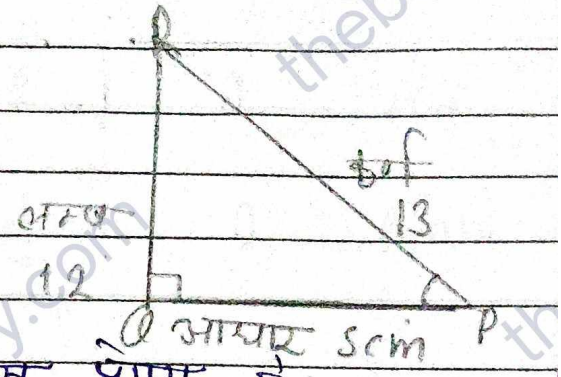
$= \frac{49}{64}$ Ans

प्रश्न = 11 बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है, या असत्य कारण सहित अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

(1) $\tan A$ का मान सदैव 1 से कम होता है। असत्य
(2) कोण A के किसी मान के लिए $\sec A = \frac{12}{5}$ सत्य
(3) $\cos A$, कोण A के Cosecant के प्रयुक्त एक संक्षिप्त रूप है। असत्य
(4) $\cot A$, $\cot$ और A का गुणनफल होता है। असत्य
(5) किसी भी कोण θ के लिए $\sin \theta = \frac{4}{3}$ असत्य

प्रश्न-10 ΔPQR में जिसका कोण Q समकोण है, PR + R = 25 cm और PQ = 5 cm $\sin P$, $\cos P$ और $\tan P$ के मान ज्ञात कीजिए ?

Rajshree
DATE: _____ PAGE NO.: _____



हल $PR + QR = 25$ — ①

$\sin = ?$ $\cos = ?$
$\tan p = ?$

समकोण $\triangle PQR$ में पाइथागोरस प्रमेय से —

कर्ण^2 = लम्ब^2 + आधार^2

$PR^2 = QR^2 + (5)^2$

$(PR)^2 - (QR)^2 = 25$

$= (PR - QR) \cdot (PR + QR) = 25$

सभी ① से

$= (PR - QR) \cdot 25 = 25$

$= PR - QR = 1$ — ②

सभी ① या ② से

$PR + QR = 25$
$PR - QR = 1$

$2PR = 26$

$PR = \frac{26}{2} \quad 13$

$\boxed{PR = 13}$

सभी ① से

$PR + QR = 25$

$13 + QR = 25$

$QR = 25 - 13$

$\boxed{QR = 12}$

$\sin p = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{12}{13}$

$\cos p = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{5}{13}$

$\tan p = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{12}{5}$

Rajshree

DATE: _____ PAGE NO: _____

Date 30/09/2024

∠A	0°	30°	45°	60°	90°
Sin A	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos A	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan A	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
Cosec A	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
Sec A	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
cot A	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

प्रश्नावली 8.2

प्रश्न 1 निम्नलिखित के मान निकालिए :-

(i) $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

हल $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{3+1}{4}$

$\frac{4}{4}$

$= 1$

Rajshree

DATE: _____ PAGE NO.: _____

(ii) $2\tan^2 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$

हल $= (\tan 45°)^2 + (\cos 30°)^2 - (\sin 60°)^2$

$= 2 \cdot (1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 2 \times 1$

$\boxed{= 2}$

(iii) $\frac{\cos 45°}{\sec 30° + \operatorname{cosec} 30°}$

$\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{1}}$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$2 + 2\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2+2\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}(2+2\sqrt{3})}$

(iv) $\frac{\sin 30° + \tan 45° - \operatorname{cosec} 60°}{\sec 30° + \cos 60° + \cot 45°}$

$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}}$

$\frac{1\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4}{2\sqrt{3}}$

$4 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}$

$\frac{1\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4}{4 + 1\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}$

$= \frac{3\sqrt{3} - 4}{4 + 3\sqrt{3}}$

$\frac{3\sqrt{3} - 4}{3\sqrt{3} + 4}$

Rajshree
DATE: PAGE NO.:

प्रश्न 2 सही विकल्प चुनिए और अपने विकल्प का औचित्य दीजिए :

हल (i) $\frac{2\tan 30^\circ}{1+\tan^2 30^\circ}$

$= \frac{2\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{3}}$

$\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3+1}{3}}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{4}\sqrt{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \sin 60^\circ$

हल (iii) $\frac{1-\tan^2 45^\circ}{1+\tan^2 45^\circ}$

$= \frac{1-(1)^2}{1+(1)^2}$

$= \frac{1-1}{1+1}$

$= \frac{0}{2}$

$= 0$

$\sin = 40^\circ$

(iv) $\frac{2\tan 30^\circ}{1-\tan^2 30^\circ}$

हल

$\frac{2\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{1-\frac{1}{3}}}$

$= \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

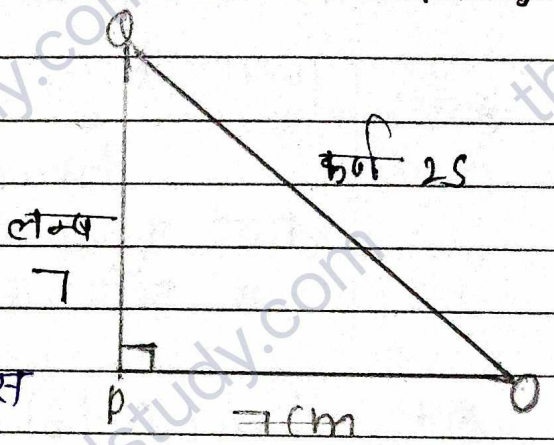
$\frac{3-1}{3}$

$\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2}\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$

$\tan 60^\circ$

उदा.5 $\triangle OPQ$ में, जिसका कोण P समकोण है, $OP = 7$ cm और $OQ - PQ = 1$ cm (देखिए आकृति 8.12) $\sin Q$ और $\cos Q$ के मान ज्ञात कीजिए?



हल $OQ - PQ = 1$ cm — (i)

$OP = 7$ cm

$\sin Q = ?$, $\cos Q = ?$

चूंकि समकोण $\triangle$ में पाइथागोरस प्रमेय से

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$

$(OQ)^2 = (OP)^2 + (PQ)^2$

$(OQ)^2 - (PQ)^2 = (7)^2$

$(OQ - PQ) \cdot (OQ + PQ) = 49$

समी (i) से -

$OQ + PQ = 1$ — (ii)

$(OQ + PQ) \cdot 1 = 49$

$OQ + PQ = \frac{49}{1}$

$OQ + PQ = 49$ — (iii)

समी (i) व (iii) से

$OQ - PQ = 1$ — (i)

$OQ + PQ = 49$ — (ii)

$2OQ = 50$

$2OQ = 50$

$OQ = \frac{50}{2}$

$\boxed{OQ = 25}$

समी (i) से

$OQ - PQ = 1$

$25 - PQ = 1$

$-PQ = 1 - 25$

$\times \quad PQ = +25$

$\boxed{PQ = 24}$

$\sin = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{7}{25}$

$\cos Q = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{24}{25}$

Rajshree2

DATE: PAGE NO:

प्रश्न 3 यदि $\tan(A+B) = \sqrt{3}$ और $\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $0° < A+B \leq 90°$; $A > B$ तो A और B का मान ज्ञात कीजिए?

हल दिया है —

$$\tan(A+B) = \sqrt{3}$$

ज्ञात करना है —

A और B का मान

हल $\tan(A+B) = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \tan(A+B) = \tan 60°$

$\Rightarrow A+B = 60° \quad \text{——} (i)$

पुनः प्रश्नानुसार :-

$$\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\tan(A-B) = \tan 30°$

$A-B = 30 \quad \text{——} (ii)$

सभी (i) व (ii) से

$A+B = 60$

$A-B = 30$

$2A = 90$

$A = \frac{90}{2}$

$\boxed{A = 45}$

A का मान सभी (i) में रखने पर

$A+B = 60$

$45+B = 60$

$B = 60-45$

$\boxed{B = 15}$

$A = 45°$

$B = 15°$