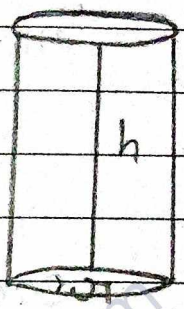
Date 07/11/2024

Date:
P. No:

Chapter - 12

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

(1) बेलन :-



(i) बेलन के वक्रपृष्ठीय का क्षेत्रफल

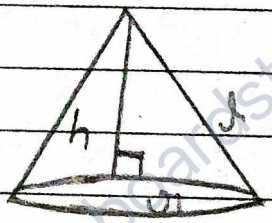
$$C = 2\pi rh$$

(ii) बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय

$$S = 2\pi r(r+h)$$

(iii) बेलन का आयतन $V = \pi r^2 h$

(2) शंकु :-



(i) शंकु के वक्रपृष्ठीय का क्षेत्रफल

$$C = \pi r l$$

(ii) शंकु के सम्पूर्ण पृष्ठीय का क्षेत्रफल

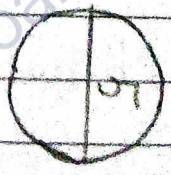
$$S = \pi r(r+h)$$

(iii) शंकु का आयतन

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$l^2 = r^2 + h^2$$
$$\Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

(3) गोला :-



Date:
P. No:

(i) गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल

$$S = 4\pi r^2$$

(ii) गोले का आयतन

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

(4) अर्द्धगोला :-

(5) घन :-

(i) घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

l = घन की भुजा

(ii) घन का आयतन

$$V = l^3$$

(6)(i) घनाभ :-

घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$S = 2[lb + bh + hl]$$

∴ l = लम्बाई, b = चौड़ाई, h = ऊँचाई

(ii) घनाभ का आयतन

$V = l \times b \times h$

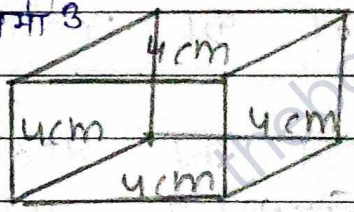
प्रश्नावली 12.1

~~(i)~~

प्रश्न 1 दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन $64\ cm^3$ है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

हल घन का आयतन $= 64$ सेमी^{3}

∴ घन का आयतन $= l^3$



$64 = l^3$

$= (4)^3 = l^3$

$= l = 4\ cm$

घनाभ की लम्बाई $l = 4 + 4 = 8\ cm$

चौड़ाई $b = 4\ cm$

ऊँचाई $h = 4\ cm$

घनाभ का पृष्ठीय क्षे. $S = 2[lb + bh + hl]$

$= 2[8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8]$

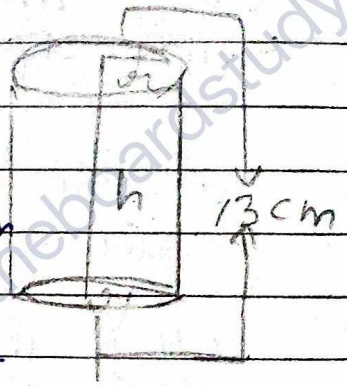
$= 2[32 + 16 + 32]$

$= 2 \times 80$

$S = 160$ वर्ग सेमी

प्रश्न-2 कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है। जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14cm है। और इस बर्तन [पात्र] का कुल ऊँचाई 13cm है। इस बर्तन का आंतरिक प्रष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

हल



अर्धगोले का व्यास $= 14cm$

अर्धगोले की त्रिज्या $= r = 7cm$

बेलन की ऊँचाई $h = 13 - 7 = 6cm$

बर्तन का प्रष्ठीय क्षेत्रफल = अर्धगोले का वक्र प्रष्ठीय क्षेत्र. + बेलन का क्षे.

$\Rightarrow 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$\Rightarrow 2\pi r(r+h)$

$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 7 (7+6)$

$= 44 \times 13$

$\Rightarrow \boxed{572 cm^2}$

Date:
P. No:

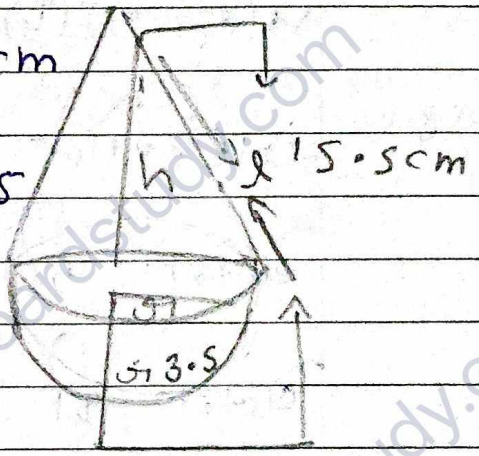
उदाहरण 0-3 एक खिलौना त्रिज्या 3.5 cm वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्द्ध गोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की सम्पूर्ण ऊँचाई 15.5 cm है। इस खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

हल अर्द्धगोले की त्रिज्या $r = 3.5$ cm

शंकु की त्रिज्या $r = 3.5$ cm

शंकु की ऊँचाई $h = 15.5 - 3.5$

$h = 12$ cm



$\therefore l^2 = r^2 + h^2$

$l^2 = (3.5)^2 + (12)^2$

$l^2 = 12.25 + 144$

$l^2 = 156.25$

$l^2 = (12.5)^2$

$\boxed{l = 12.5 \text{ cm}}$

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = 12.5$ cm

खिलौने का पृष्ठीय क्षेत्रफल = अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षे. + शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$\Rightarrow 2\pi r^2 + \pi r l$

$\Rightarrow \pi r [2r + l]$

$\frac{22}{7} \times \frac{35}{10} [2 \times 3.5 + 12.5]$

$11 [7.0 + 12.5] = \boxed{214.5 \text{ cm}^2}$

$\Rightarrow 11 \times 19.5$

Vmost Imp

Q.4 दवा का एक कैप्सूल (capsule) एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्धगोला लगा हुआ है। (देखिए आकृति 12.10) पूरे कैप्सूल की लम्बाई 14 mm है, और इसका व्यास 5 mm है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

Ans: अर्धगोले की त्रिज्या $r = \frac{5}{2}$ mm $= 2.5$ mm

बेलन की त्रिज्या $r = \frac{5}{2}$ mm

बेलन की ऊँचाई $h = 14 - (2.5 + 2.5)$

$h = 14 - 5$

$\boxed{h = 9 \text{ mm}}$

कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का वक्र पृष्ठ का क्षे + 2 × अर्द्ध गोले का क्षे.

$\Rightarrow 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$

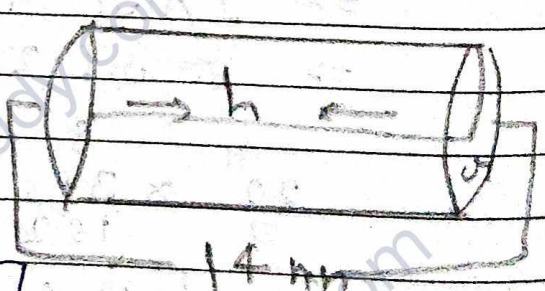
$2\pi r(h + 2r)$

$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \left[9 + 2 \times \frac{5}{2}\right]$

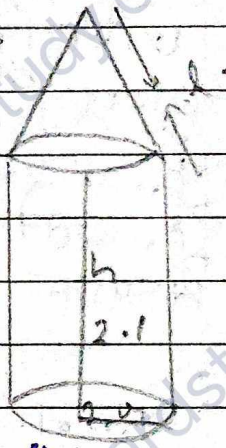
$\Rightarrow \frac{110}{7} \times [9 + 5]$

$= \frac{110}{17} \times 14$ 2

$= \boxed{220 \text{ mm}^2}$



Q-5 कोई तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1 m और 4 m है, तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 m है, तो इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवस (canvas) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। साथ ही ₹ 500 प्रति m^2 की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवास का लागत ज्ञात कीजिए।



Ans. बेलन का व्यास = 4 m

बेलन की त्रिज्या $r = 2$ m

ऊँचाई $h = 2.1$ m

शंकु का त्रिज्या $r = 2$ m

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = 2.8$ m

तंबू बनाने में लगे कैनवास का क्षे. = बेलन का वक्र + शंकु का वक्र

$= 2\pi rh + \pi rl$

$= \pi r(2h + l)$

$= \frac{22}{7} \times 2 (2 \times 2.1 + 2.8)$

$= \frac{22}{7} \times 2 (4.2 + 2.8)$

$\frac{22}{7} \times 2 \times 7$

$= 22 \times 2$

$\boxed{44 \text{ m}^2}$

∴ 1 m^2 कपड़े का मूल्य = 500 रु.

44 m^2 कपड़े का मूल्य = 44 × 500

22000 रु m^2

Q-6 लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला रखा हुआ निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई है, जैसाकि आकृति 12.11 में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है, और आधार की त्रिज्या 3.5 cm है, तो इस वस्तु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ?

हल बेलन की ऊँचाई त्रिज्या

$r = 3.5$ cm

ऊँचाई

$h = 10$ cm

अर्धगोले की त्रिज्या

$r = 3.5$ cm

सम्पूर्ण वस्तु का क्षेत्रफल = बेलन का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल + 2 × अर्धगोले का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल

$2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$

$\Rightarrow 2\pi r(2r + h)$

$\Rightarrow \frac{2}{1} \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{10} (2 \times 3.5 + 10)$