Tue Aug 19, 10:33 PM

Chapter-1

मात्रक एवं मापन

By Deepak sir

MP Board

भौतिक राशिया (Physical quantities)

- वे राशियाँ जिन्हें किसी उपकरण की सहायता से मापा जा सकता है, भौतिक राशियाँ कहलाती है |

$PQ = n \times u$ → मात्रक : 66 kg

↓

संख्यात्मक मान

संख्यातमक मान :

मात्रक :-

उदाहरण :- लम्बाई (दूरी), ~~प्यार~~, समय, तापमान, द्रव्यमान, ~~गुस्सा~~

Tue Aug 19, 10:33 PM

भौतिक राशियों के प्रकार :-

(i) आधारभूत भौतिक राशियाँ (मूल राशियाँ)

(ii) व्युत्पन्न भौतिक राशियाँ

★ पूरक भौतिक राशि

Tue Aug 19, 10:33 PM

आधारभूत भौतिक राशियां :- वे राशियां जो अन्य भौतिक राशियो से स्वतंत्र होती है, आधारभूत राशियां कहलाती है।

ये संख्या में 7 होती है

लम्बाई, समय, द्रव्यमान, तापमान, विद्युत धारा, ज्योति तीव्रता, पदार्थ की मात्रा

Tue Aug 19, 10:33 PM

व्युत्पन्न भौतिक राशियाँ :- वे भौतिक राशियाँ जो आधारभूत राशियों पर निर्भर होती हैं। व्युत्पन्न भौतिक राशियाँ कहलाती हैं।

उदा॰

① चाल (speed) = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

② क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

③ घनत्व = $\frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$

④ बल

⑤ दाब

⑥ वेग

⑦ कार्य

Tue Aug 19, 10:33 PM

पूरक भौतिक राशियाँ :- 2

$\pi\ rd = 180^\circ$

(i) समतल कोण :-

$$\text{कोण} = \left(\frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}\right)$$

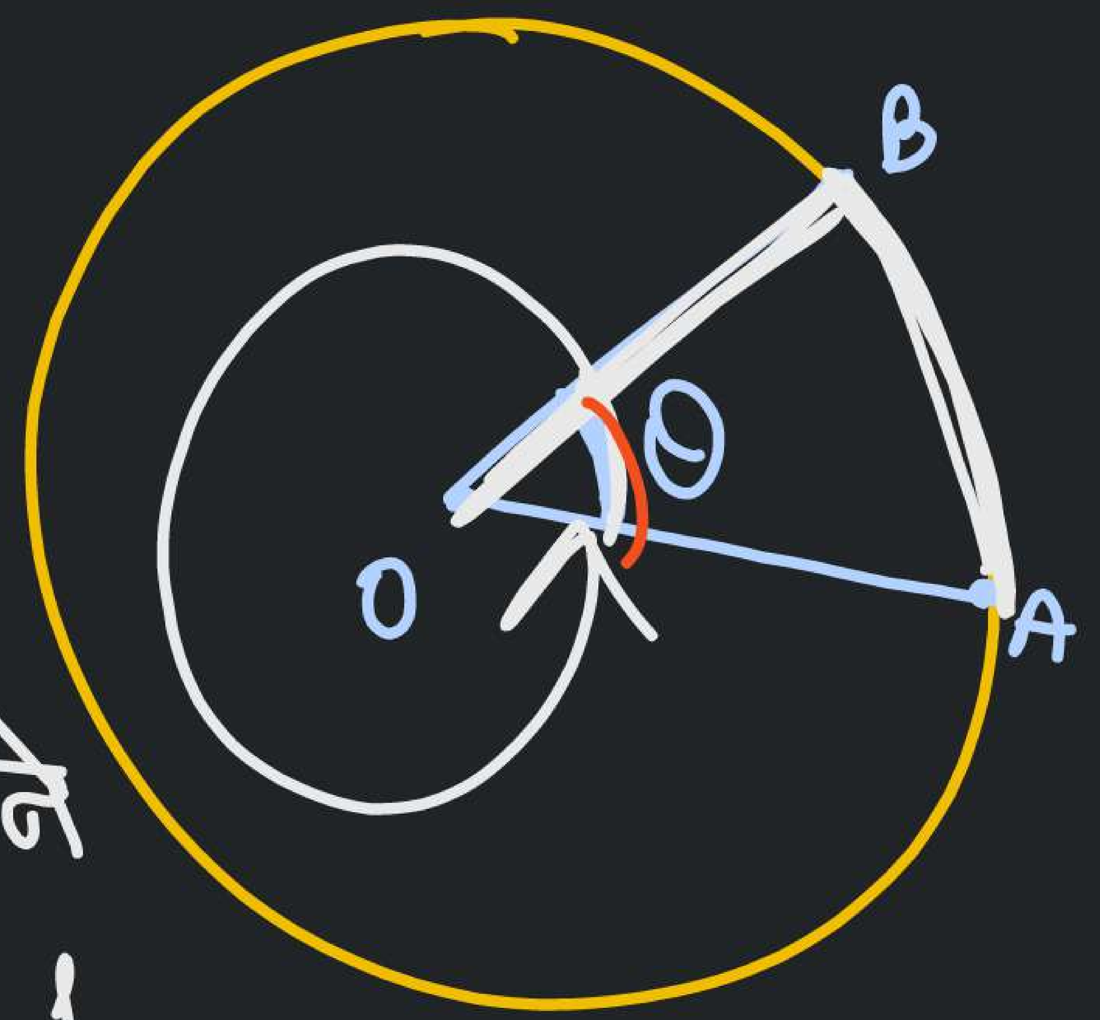
मात्रक : रेडियन (rd)

एक रेडियन की परिभाषा।

यदि चाप = त्रिज्या

$$\text{कोण} = \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{त्रिज्या}} = 1\ rd$$

अत: यदि चाप एवं वृत के त्रिज्या की लम्बाई बराबर हो तो वृत के केन्द्र पर बनने वाला कोण 1 रेडियन होता है।



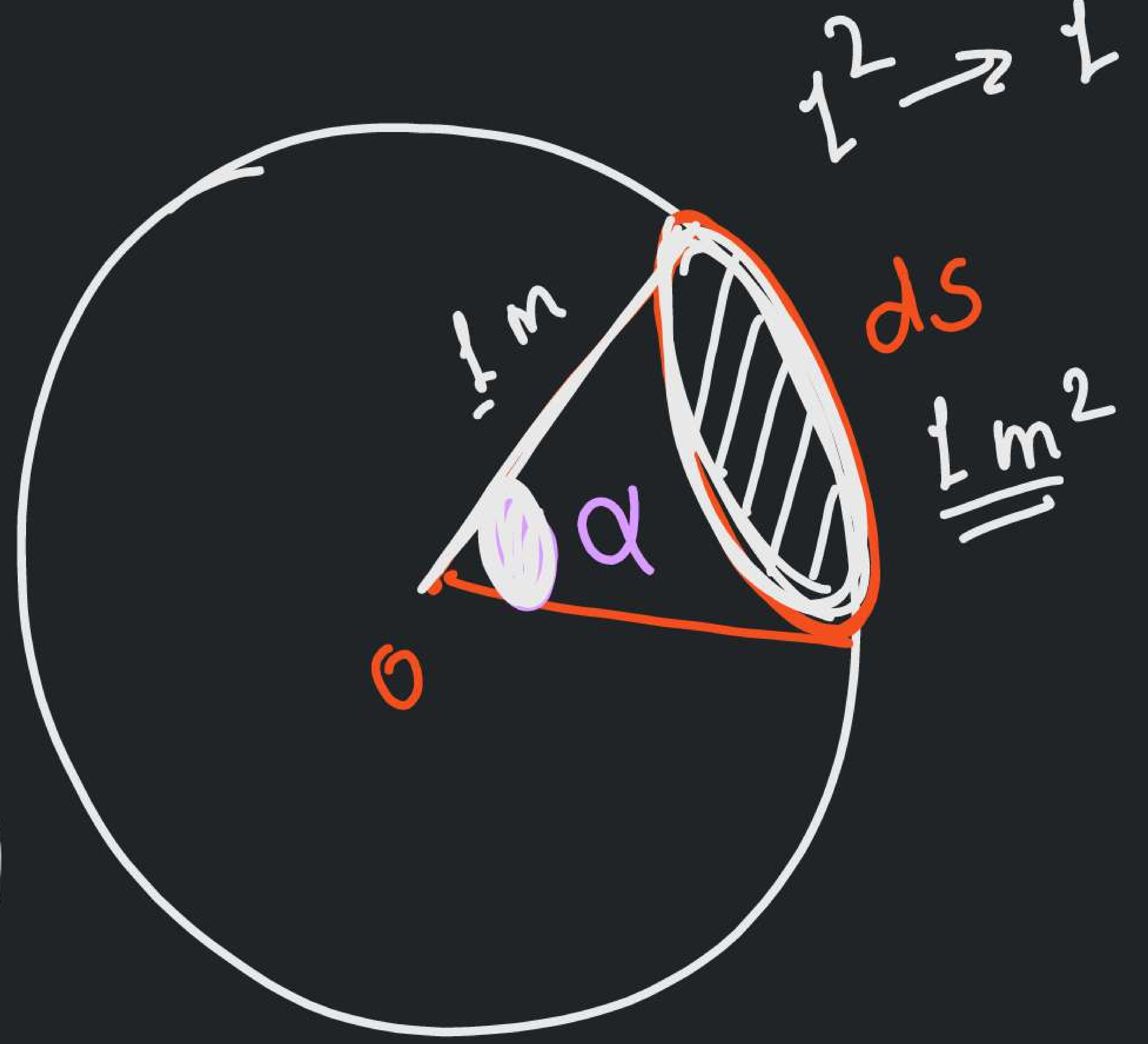
सम्पूर्ण वृत के केन्द्र पर बना समतल कोण = 2π

Tue Aug 19, 10:33 PM

② घन कोण :-

$$\text{घन कोण} = \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{त्रिज्या}^2}$$

मात्रक :- Steradian (स्टेरेडियन) (Sr)



गोला (sphere)

एक स्टेरेडियन की भाषा :-

गोले के पृष्ठ पर त्रिज्या के वर्ग के क्षेत्रफल के द्वारा जो कोण गोले के केन्द्र बनाया जाता है उसे घन कोण कहते हैं।

मात्रक :- (Units)

मात्रक की परिभाषा (Definition of Unit)

fix standard

किसी भौतिक राशि को मापने के लिए, उसी प्रकार की एक निश्चित और मानक मात्रा को चुन लिया जाता है। इस निश्चित और मानक मात्रा को **मात्रक (Unit)** कहा जाता है।

उदाहरण :

- लंबाई मापने का मात्रक → **मीटर (m)**
- समय मापने का मात्रक → **सेकंड (s)**
- द्रव्यमान मापने का मात्रक → **किलोग्राम (kg)**

Tue Aug 19, 10:33 PM

विभिन्न मात्रक पद्धतियाँ :-

(i) M.K.S. पद्धति :- लम्बाई → मीटर | द्रव्यमान → kg | समय → sec

(ii) C.G.S. पद्धति :- लम्बाई → सेन्टीमीटर | द्रव्यमान → ग्राम | समय → sec

(iii) F.P.S. पद्धति :- लम्बाई → फूट | द्रव्यमान → पाउण्ड | समय → sec

Tue Aug 19, 10:33 PM

(iv) S. I. पद्धति :- इसे मात्रकों की अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति कहते हैं इसमें कुल 7 मात्रक होते हैं।

(1)	लम्बाई	मीटर	m
(2)	द्रव्यमान	किलोग्राम	kg
(3)	समय	second	s
(4)	तापमान	kelvin	K
(5)	विद्युत धारा	Ampere	A
(6)	ज्योति तीव्रता	Candela	cd
(7)	पदार्थ की मात्रा	mole	mol

दुरी को मापने के विभिन्न मात्रक :-

दूरी को मापने के विभिन्न मात्रक (Units of Distance/Length)

1. **मिलीमीटर** (mm) = 10^{-3} मीटर
2. **सेंटीमीटर** (cm) = 10^{-2} मीटर
3. **डेसीमीटर** (dm) = 10^{-1} मीटर
4. **मीटर** (m) = मूल मात्रक (SI Unit)
5. **किलोमीटर** (km) = 10^{3} मीटर
6. **माइक्रोमीटर** (μm) = 10^{-6} मीटर = $\mu = 10^{-6}$
7. **नैनोमीटर** (nm) = 10^{-9} मीटर
8. **आंग्स्ट्रॉम** (Å) = 10^{-10} मीटर
9. **प्रकाश वर्ष** (Light Year) = वह दूरी जो प्रकाश 1 वर्ष में तय करता है ($\approx 9.46 \times 10^{15}$ m)
10. **खगोलीय इकाई** (Astronomical Unit, AU) = पृथ्वी और सूर्य के बीच की औसत दूरी ($\approx 1.496 \times 10^{11}$ m)
11. **पारसेक** (Parsec, pc) = $\approx 3.086 \times 10^{16}$ m

$C = 3 \times 10^{8}$ m/s

Tue Aug 19, 10:33 PM

विमाय :- Dimensions

लम्बाई | 1 m → 100 cm → 1000 mm.

1. लम्बाई → [L]
2. द्रव्यमान → [M]
3. समय → [T]

most of time

4. तापमान → [K/θ] → कभी - कभी

5. विद्युत धारा → [A] → 12th

Tue Aug 19, 10:33 PM

- परिभाषा: विमाएँ (dimensions) वे घात हैं जो मूल इकाइयों (fundamental units) पर लगाई जाती है ताकि किसी व्युत्पन्न इकाई (derived unit) को व्यक्त किया जा सके।

विमीय सूत्र :-

$[M\ L\ T]$

L → लम्बाई (length) → मीटर (m)

M → mass (द्रव्यमान) → kg

T → time (समय) → sec

विभिन्न भौतिक राशियों के विमीय सूत्र / मात्रक (Units)

1. क्षेत्रफल = ल. x चौ. = m x m = m^2 => $[M^0L^2T^0]$ => $[L^2]$
2. आयतन = l x b x h = m x m x m = m^3 => $[M^0L^3T^0]$ => $[L^3]$
3. चाल / वेग = दूरी/समय = m/s = ms^{-1} => $[M^0L^1T^{-1}]$ => $[LT^{-1}]$ => Imp
4. संवेग = द्रव्यमान x वेग = kg ms^{-1} => $[M^1L^1T^{-1}]$ => $[MLT^{-1}]$
5. त्वरण = वेग/समय = (m/s)/s = m/s^2 = ms^{-2} => $[M^0L^1T^{-2}]$ => $[LT^{-2}]$ => Imp
6. बल = द्रव्यमान x त्वरण = kg ms^{-2} = Newton => $[M^1L^1T^{-2}]$ => $[MLT^{-2}]$
7. कार्य = बल x विस्थापन = kg ms^{-2} x m = kg m^2s^{-2} = Joule => $[M^1L^2T^{-2}]$ => $[ML^2T^{-2}]$
8. उर्जा = kg m^2s^{-2} => $[ML^2T^{-2}]$
9. शक्ति = कार्य/समय = kg m^2s^{-2}/s = kg m^2s^{-3} => $[ML^2T^{-3}]$ => $[ML^2T^{-3}]$

Tue Aug 19, 10:33 PM

दो पूरक राशियों के विमीय सूत्र नही होते है -

(1) समतल कोण
(2) घन कोण

} विमीहीन राशी

Tue Aug 19, 10:33 PM

- **विमीय विश्लेषण (Dimensional Analysis) के उपयोग:**
- **इकाई ज्ञात करने में** – किसी भी भौतिक राशि की सही इकाई पता करने के लिए विमीय विश्लेषण का प्रयोग किया जाता है।
- **इकाइयों का रूपांतरण करने में** – जब हमें किसी एक प्रणाली (जैसे MKS) से दूसरी प्रणाली (जैसे CGS) में इकाई बदलनी हो, तो इसका उपयोग किया जाता है।
- **समीकरण की सत्यता जाँचने में** – किसी भौतिक समीकरण (equation) के सही या गलत होने की जाँच करने के लिए विमीय संतुलन (dimensional balance) का प्रयोग किया जाता है।
- **संबंध स्थापित करने में** – विभिन्न भौतिक राशियों के बीच संबंध (relation) स्थापित करने के लिए विमीय विश्लेषण सहायक होता है।

Tue Aug 19, 10:33 PM

भौतिक राशियों के मात्रक ज्ञात करने में

- कार्य = $[ML^2T^{-2}]$
- जड़त्व आघूर्ण = $[ML^2]$

kg m2

work

Comment box

(1) कार्य → $[ML^2T^{-2}] \Rightarrow kg\,m^2 s^{-2}$

$= \frac{kg\,m^2}{s^2} =$ Joule

Tue Aug 19, 10:33 PM

विमाओं की समरूपता का सिद्धांत (Principle of Homogeneity of Dimensions)

- **किसी भी समीकरण में सभी पदों (terms) के विमा समान होने चाहिए।**
  या,
  सरल शब्दों में इसका अर्थ है कि हम केवल समान भौतिक राशियों को ही जोड़ या घटा सकते हैं।
- **उदाहरण:**
  i) आप समय को दूरी से नहीं जोड़ सकते → 2s + 4m = ?
  ii) आप धारा (current) को तापमान से नहीं घटा सकते → 273K – 5A = ?
- ☞ अतः, जिन "पदों" को जोड़ा या घटाया जाता है, उनके विमा समान होना अनिवार्य है।

$A + B + C + D = E$

विमा

मात्रक

Tue Aug 19, 10:33 PM

विमीय विश्लेषण का उपयोग करके किसी भी सूत्र (Formula) को कैसे व्युत्पन्न करें

MP Board

प्रश्न (हिंदी): लोलक का आवर्तकाल T (→ समय) लोलक की लंबाई l, बोब का द्रव्यमान m और गुरुत्वजनित त्वरण g पर निर्भर हो सकता है। T को m, l, g के रूप में व्यक्त कीजिए (विमीय विश्लेषण द्वारा)।[MP 2025]

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Solve :-

$$T \propto m^x l^y g^z \quad \text{---(1)}$$

तब विमीय सूत्र की सहायता :-

$$[T] \propto [M]^x [L]^y [LT^{-2}]^z$$

$$[M^0 L^0 T] \propto [M^x][L^y][L^z T^{-2z}]$$

$$[M^0 L^0 T^1] \propto [M^x L^{y+z} T^{-2z}]$$

घातो की तुलना :

$$x = 0$$

$$y + z = 0$$

$$y = -z$$

$$-2z = 1$$

$$z = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$y = \frac{1}{2}$$

अभी (1) से :-

$$T \propto m^0 l^{1/2} g^{-1/2}$$

$$T \propto \frac{l^{1/2}}{g^{1/2}}$$

$$T \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Tue Aug 19, 10:33 PM

Que. यदि वायु में ध्वनि का वेग v, वायु के घनत्व d एवं दाब P पर निर्भर करता है तो वेग का व्यंजक ज्ञात कीजिये [MP 2023]

v → वेग ⇒ $[LT^{-1}]$

d → घनत्व ⇒ $[ML^{-3}]$

P → दाब ⇒ $\frac{MLT^{-2}}{L^2} = [ML^{-1}T^{-2}]$

PDF → Solution

Tue Aug 19, 10:33 PM

समीकरण की सत्यता जाँच विमीय विश्लेषण द्वारा

- दिए गए समीकरण सही हैं या नहीं – जाँचिए।

1. $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

Tue Aug 19, 10:33 PM

Que. विमीय विधि से सूत्र $v = \sqrt{\frac{P}{d}}$ की सत्यता की जांच कीजिये | जहां P दाब , d घनत्व एवं V ध्वनि का वेग है | [MP 2025]

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

- **विमीय विश्लेषण की सीमाएँ (Limitations of Dimensional Analysis):**

1. यह विधि समानुपाती स्थिरांक (constant of proportionality) का मान नहीं निकाल सकती।
2. यदि समानुपाती स्थिरांक विमारहित (dimensionless) न हो तो यह विधि उपयोगी नहीं है।
3. यह विधि मिश्रित संबंधों (composite relations) को व्युत्पन्न करने में सक्षम नहीं है, जैसे
4. यह विधि उन व्यंजकों (expressions) पर लागू नहीं की जा सकती जिनमें घातांकी (exponential) या त्रिकोणमितीय (trigonometric) पद शामिल हों।

सार्थक अंक

•किसी भौतिक राशि के मापे गए मान में **सार्थक अंक (Significant Figures)** यह बताते हैं कि कितने अंकों पर हमें विश्वास है।

•माप में जितने अधिक **सार्थक अंक** होंगे, मापन की **सटीकता (accuracy)** उतनी ही अधिक होगी।

Tue Aug 19, 10:33 PM

Rules :-

- किसी संख्या में जितने भी **शून्य (0) के अलावा अंक** होते हैं, वे सभी **सार्थक (significant)** माने जाते हैं.

Example –

34.7

231.2

1123.24

Tue Aug 19, 10:33 PM

- यदि कोई **0** दो non-zero अंकों के बीच आता है, तो वह भी **सार्थक अंक (significant figure)** माना जाता है।

2.01

4.302

1.001

Tue Aug 19, 10:33 PM

- किसी संख्या में जो शून्य (0) सबसे आगे non-zero अंक से पहले आते हैं, वे केवल **place holder** माने जाते हैं, **significant figure** नहीं|.

Example –

0.024

0.241

0.0001

Tue Aug 19, 10:33 PM

- अगर दशमलव के बाद शून्य आते हैं और उनके आगे कोई non-zero अंक है, तो वे **significant figures** माने जाते हैं।
- 2.230
- 422.000
- 3.00
- 20.00
- 300
- 300.0
- 15000
- 15000.01

- अगर किसी संख्या के अंत में शून्य (0) हों लेकिन **decimal point न हो**, तो वे केवल **place holder** होते हैं और significant figures में नहीं गिने जाते।
- 1500
- 200
- 240

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

- किसी संख्या को वैज्ञानिक संकेतन (scientific notation) में लिखते समय, जो **10 की घात (power of 10)** लिखी जाती है, वह **सार्थक अंकों** (**significant figures**) की गिनती में शामिल नहीं होती।
- **13000**$= 1.3 \times 10^3$

जो संख्याएँ **गणना से प्राप्त होती हैं** (जैसे वस्तुओं की गिनती) या जो **सटीक गणितीय स्थिरांक (constants)** हैं, उनके significant figures **अनंत (infinite)** माने जाते हैं।

speed of light -

refractive index of water -

Tue Aug 19, 10:33 PM

प्रश्न: निम्नलिखित संख्याओं में सार्थक अंकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

1. 300
2. 300.01
3. 300.00
4. 0.010
5. 2.4201
6. 4.2×10^6
7. 0.004200
8. 2.10×10^3

Tue Aug 19, 10:33 PM

- **Number of significant figures do not change on changing the units . (express in order of magnitude)**

Example - $1.5m = 150cm$

$$4.2\frac{J}{g^0C} = 4200J/kg^0C$$

$$1000m = 1k\text{m}$$

$$1.0km = 1.0 \times 10^3 m$$

Tue Aug 19, 10:33 PM

राउंड ऑफ (Rounding off) के नियम

यदि छोड़ा जाने वाला अंक 5 से कम हो (0,1,2,3,4)
→ तो पिछले अंक को **जैसा है वैसा** रहने दें।
उदाहरण: 4.32
यदि छोड़ा जाने वाला अंक 5 से बड़ा हो (6,7,8,9)
→ तो पिछले अंक में **+1 जोड़ दें**।
उदाहरण: 7.68
यदि छोड़ा जाने वाला अंक ठीक 5 हो और उसके बाद कुछ भी नहीं हो
→ तो पिछले अंक **सम (even)** है तो **वैसा ही रखें**, और **विषम (odd)** है तो उसमें +1 जोड़ दें।
उदाहरण:
    12.5 →
    13.5 →
यदि छोड़ा जाने वाला अंक 5 हो और उसके बाद non-zero digits हों
→ तो पिछले अंक में हमेशा **+1 जोड़ दें**।
उदाहरण: 12.51

दो सार्थक अंकों तक राउंड ऑफ कीजिए।

2.82

i. 2.87

ii. 2.852

iii. 2.854

iv. 2.850

v. 2.750

vi. 4.351

vii. 4.350

viii. 4.450

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

Addition & Subtraction में Significant Figures (सार्थक अंक) का नियम

- **नियम** (Rule):
- जब हम **जोड़** (Addition) या **घटाव** (Subtraction) करते हैं, तो परिणाम को उतने ही **दशमलव स्थान** (decimal places) तक लिखना चाहिए, जितने सबसे कम दशमलव स्थान उस संख्या में हों।

Example –

a) 33.3 + 3.11 + 0.313

Tue Aug 19, 10:33 PM

- B) 3.1421 + 0.241 + 0.09

Tue Aug 19, 10:33 PM

Multiplication और Division में Significant Figures का नियम

- **नियम (Rule):**
- जब हम गुणा (Multiplication) या भाग (Division) करते हैं, तो परिणाम में उतने ही **सार्थक अंक (Significant Figures)** होने चाहिए जितने सबसे कम significant figures वाली संख्या में हैं।

a) $142.06 \times 0.23 =$

b) $\frac{0.90}{4.26} =$

c) 2.5×1.25=?

Tue Aug 19, 10:33 PM

त्रुटि (Error) क्या है?

किसी भौतिक मात्रा का मापा गया मान (measured value) और उसका वास्तविक मान (true value) समान नहीं होते।
उनके बीच का अंतर त्रुटि (Error) कहलाता है।

- **त्रुटियों के प्रकार (Types of Errors):**
- **सिस्टमैटिक त्रुटियाँ (Systematic Errors):**
  - जो बार-बार एक ही प्रकार से होती हैं।
  - कारण: यंत्र की खराबी, प्रयोगकर्ता की गलती, या विधि में दोष।
  - इन्हें सुधारना संभव है।
- **रैंडम त्रुटियाँ (Random Errors):**
  - जो बिना किसी नियम के, अचानक होती हैं।
  - जैसे: प्रयोग बार-बार करने पर थोड़े-थोड़े अलग परिणाम आना।
- **सर्वोच्च त्रुटि / व्यक्तिगत त्रुटि (Gross / Personal Errors):**
  - प्रयोगकर्ता की लापरवाही से हुई त्रुटि (जैसे पैमाना गलत पढ़ लेना)।

Tue Aug 19, 10:33 PM

- bsolute Error (सर्वोच्च त्रुटि)
- Mean Absolute Error (औसत त्रुटि)
- Relative Error (सापेक्ष त्रुटि)
- Percentage Error (प्रतिशत त्रुटि)

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

Q. किसी प्रयोग में बार-बार मापने पर प्राप्त मान हैं – 4.2, 4.4, 4.5, 4.3, 4.6
गणना कीजिए –

a) औसत मान (Mean Value)
b) सर्वोच्च त्रुटियाँ (Absolute Errors)
c) औसत त्रुटि (Mean Absolute Error)
d) सापेक्ष त्रुटि (Fractional Error)
e) प्रतिशत त्रुटि (Percentage Error)

Tue Aug 19, 10:33 PM

त्रुटियों का प्रसार (Propagation of Errors)
जब किसी भौतिक राशि (Physical Quantity) की गणना **दो या अधिक मापी गई राशियों** से की जाती है, तो उनकी त्रुटियाँ (Errors) भी उस परिणाम में आ जाती हैं। इन त्रुटियों के फैलने की प्रक्रिया को **त्रुटियों का प्रसार** (Propagation of Errors) कहते हैं।

- **जोड़ एवं घटाव में त्रुटियों का प्रसार (Propagation of Errors in Addition & Subtraction)**
- **उदाहरण :**
  किसी आयत की लंबाई = $1 \pm 0.1\,m$ चौड़ाई = $2 \pm 0.2\,m$ परिमाप ज्ञात कीजिए।

Tue Aug 19, 10:33 PM

Q. किसी प्रेक्षक दवारा जल का प्रारंभिक एवं अंतिम तापमान क्रमशः $(40.6 \pm 0.2)°C$ और $(78.3 \pm 0.3)°C$ मापा गया| सही सीमाओं (proper limits) के साथ तापमान में वृद्धि की गणना कीजिए|

Tue Aug 19, 10:33 PM

- **प्रश्न :**
  2) गुणा और भाग (Multiplication and Division)
- उदाहरण – किसी आयताकार मैदान की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः (4±0.4) m तथा (2±0.2) m मापी गई हैं। सही त्रुटि सीमा (proper error limit) सहित मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

Notes PDF :- theboardstudy.com

Online batches join करने के लिये सम्पर्क करे :-

9755440567

Tue Aug 19, 10:33 PM

- B) 3.1421 + 0.241 + 0.09

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

Mean absolute error :

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM

त्रुटियों का प्रसार (Propagation of Errors)
जब किसी भौतिक राशि (Physical Quantity) की गणना **दो या अधिक मापी गई राशियों** से की जाती है, तो उनकी त्रुटियाँ (Errors) भी उस परिणाम में आ जाती हैं। इन त्रुटियों के फैलने की प्रक्रिया को **त्रुटियों का प्रसार** (Propagation of Errors) कहते हैं।

- **जोड़ एवं घटाव में त्रुटियों का प्रसार (Propagation of Errors in Addition & Subtraction)**
- **उदाहरण :**
  किसी आयत की लंबाई = $1 \pm 0.1\, m$ चौड़ाई = $2 \pm 0.2\, m$ परिमाप ज्ञात कीजिए।

Tue Aug 19, 10:33 PM

Q. किसी प्रेक्षक द्वारा जल का प्रारंभिक एवं अंतिम तापमान क्रमशः $(40.6 \pm 0.2)°C$ और $(78.3 \pm 0.3)°C$ मापा गया। सही सीमाओं (proper limits) के साथ तापमान में वृद्धि की गणना कीजिए।

Tue Aug 19, 10:33 PM

- **प्रश्न :**
  2) गुणा और भाग (Multiplication and Division)
- उदाहरण – किसी आयताकार मैदान की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः (4 ± 0.4) m तथा (2 ± 0.2) m मापी गई हैं। सही त्रुटि सीमा (proper error limit) सहित मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Tue Aug 19, 10:33 PM

Tue Aug 19, 10:33 PM