Date: ______ Page no: ______

Chapter - 3

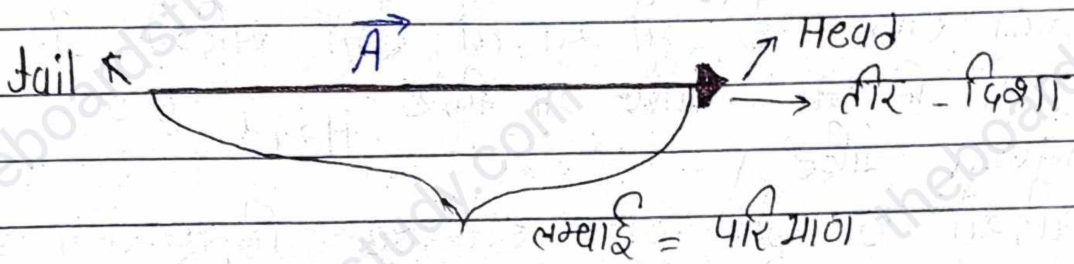
समतल में गति (द्विविमीय गति)

Q. सदिश एवं अदिश में अन्तर लिखिए ?

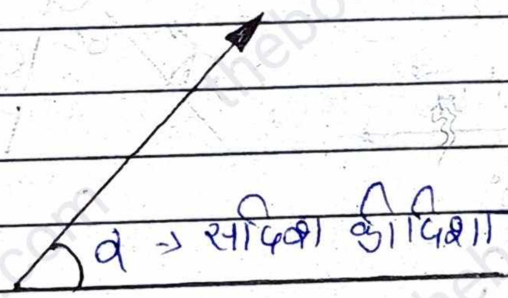
Ans

सदिश	अदिश
1) वे भौतिक राशियाँ जिन्हें व्यक्त करने के लिये परिमाण के साथ - साथ दिशा की भी आवश्यकता होती है, सदिश राशियाँ कहलाती है।	वे भौतिक राशियाँ जिन्हें व्यक्त करने के लिये केवल परिमाण की आवश्यकता होती है, दिशा की नहीं, अदिश राशियाँ कहलाती है।
2) सदिश राशियों का जोड़, घटाव, गुणा तथा भाग सामान्य बीजगणितीय नियमों द्वारा हल नहीं किया जा सकता है।	अदिश राशियों का जोड़, घटाव, गुणा तथा भाग सामान्य बीजगणितीय नियमों द्वारा हल किया जा सकता है।
3) सदिश राशियों का परिमाण धनात्मक, ऋणात्मक एवं शून्य भी हो सकता है।	अदिश राशियों का परिमाण या तो धनात्मक होता है या फिर शून्य होता है।
उदा:- विस्थापन, वेग, त्वरण, बल आदि।	उदा:- द्रव्यमान, समय, कार्य, तापमान आदि।

सदिशों का प्रदर्शन (निरूपण) :- [सदिश = परिमाण + दिशा]



सदिश राशियों को ग्राफ पर एक सरल रेखा द्वारा प्रदर्शित किया जाता है तब उस सरल रेखा की लम्बाई सदिश के परिमाण को एवं सरल रेखा का तीर सदिश की दिशा उसके x- अक्ष के साथ बनाए गए कोण से प्रदर्शित होती है।

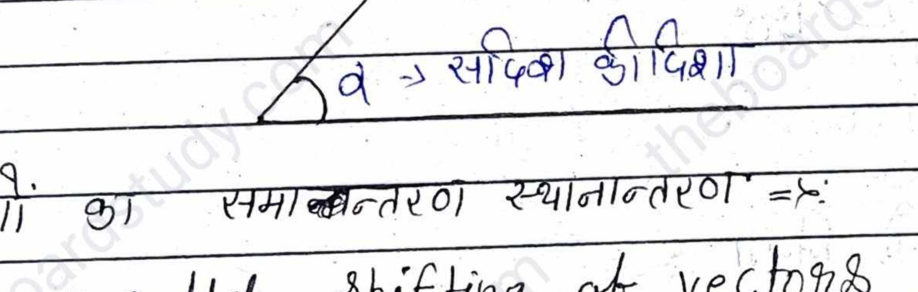


सदिशों का समान्तरण स्थानान्तरण :-

parallel shifting of vectors

हम सदिश को एक जगह से दूसरी जगह स्थानान्तरित कर सकते है बस हमें दो बातों का ध्यान रखना होता है

i) सदिश की लम्बाई में कोई परिवर्तन न हो।
ii) सदिश के कोण (दिशा) में कोई भी परिवर्तन न हो।



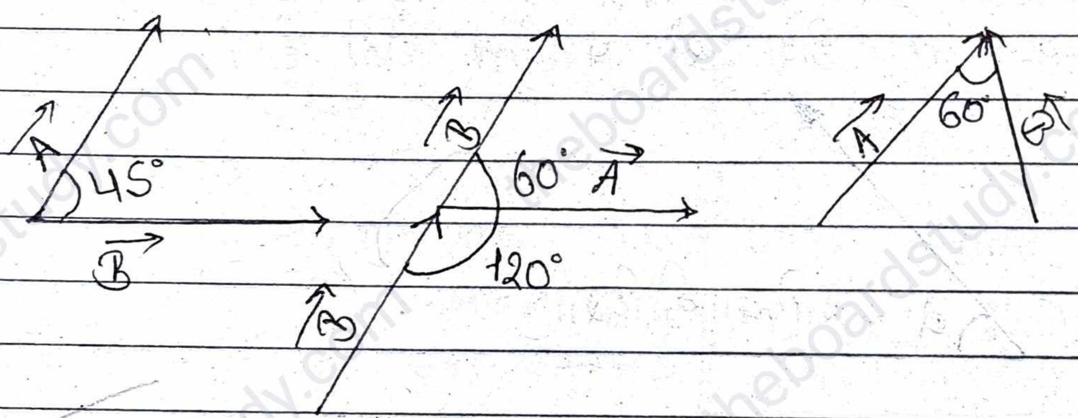
theboardstudy.com

दो सदिशों के मध्य कोण ज्ञात करना :

जब दो सदिशों के मध्य कोण देखा जाता है, तो या तो दोनों सदिशों की tail एक दूसरे से मिलनी चाहिए या फिर Head एक दूसरे से मिलना चाहिए।

दो सदिशों का कोण सदैव इस प्रकार लिया जाता है कि कोण का मान 180° से अधिक न हो $[0° \leq \theta \leq 180°]$

दो सदिशों के मध्य कोण :



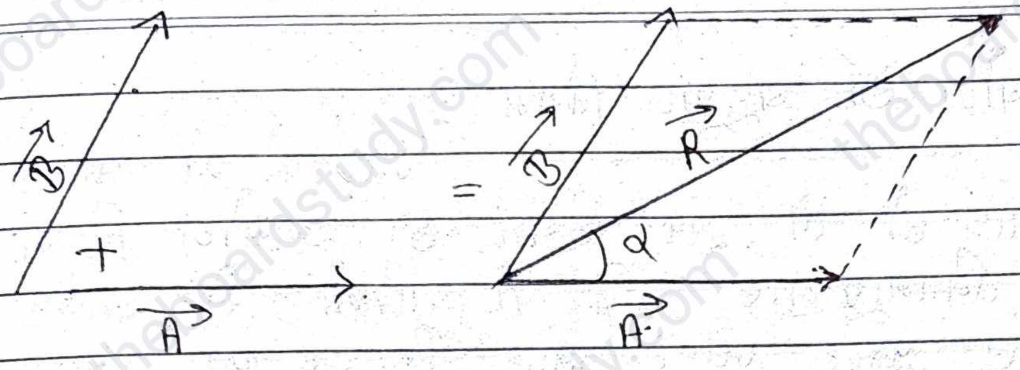
सदिशों के योग के नियम :

1) सदिशों के योग का समान्तर चतुर्भुज नियम -
2) सदिशों के योग का त्रिभुज नियम -
3) सदिशों के योग का बहुभुज नियम -

1) सदिशों के योग का समान्तर चतुर्भुज नियम ⇒

यदि दो सदिशों को किसी समान्तर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं द्वारा निरूपित किया जाए तो उनका परिणामी उन दोनों भुजाओं के मिलान बिन्दु से जाने वाले विकर्ण द्वारा विपरित दिशा में प्रदर्शित किया जाता है।

theboardstudy.com

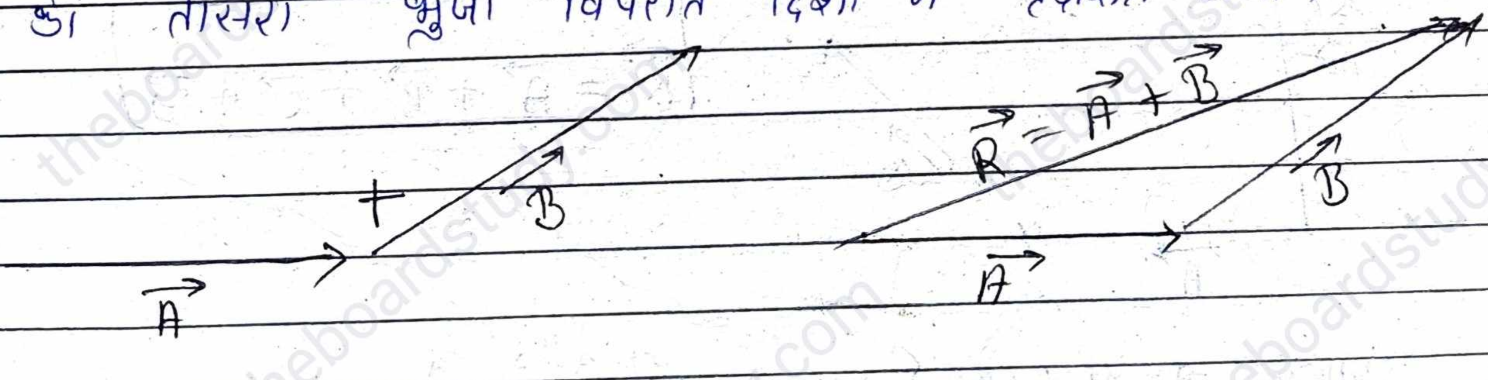


$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

परिणामी का परिमाण $R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

परिणामी की दिशा $\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$

2) सदिशों के योग का त्रिभुज नियम :- यदि दो सदिशों को किसी त्रिभुज की दो संलग्न भुजाओं द्वारा एक ही दिशा में प्रदर्शित किया जाए तो उनका परिणामी त्रिभुज की तीसरी भुजा विपरीत दिशा में प्रदर्शित होगा।



$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

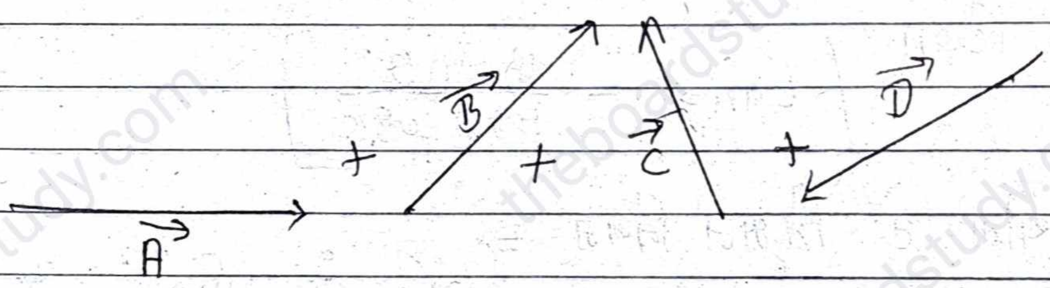
$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

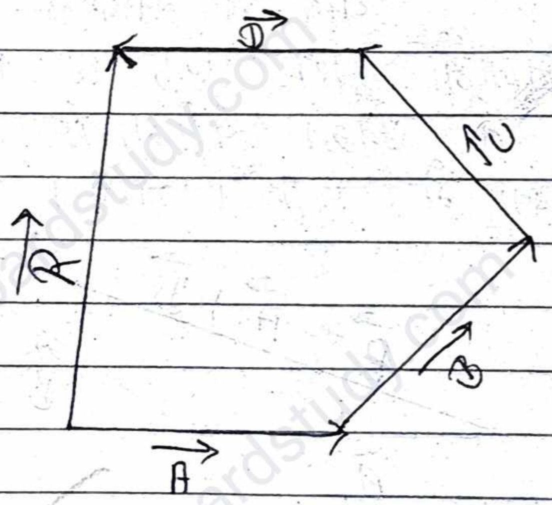
theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

(3) सदिशों के योग का बहुभुज नियम :-

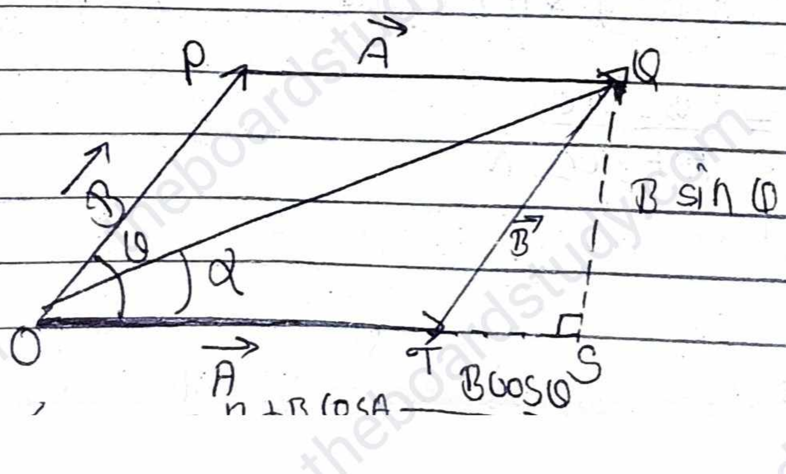
जब दो से अधिक सदिशों को जोड़ना हो तो इस नियम का उपयोग किया जाता है। इस नियमानुसार यदि दो सदिशों से अधिक सदिशों को इस प्रकार जोड़ा जाए कि वह एक बहुभुज का निर्माण करे एवं सभी समान दिशा में हो तो इन सदिशों का परिणामी उस भुजा द्वारा निरूपित किया जाएगा जो कि इस बहुभुज को बन्द करेगी एवं विपरीत दिशा में होगी।





$$\boxed{\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}}$$

समान्तर चतुर्भुज के नियम से सदिशों के योग का व्यंजक :



Date: ______ Page no: ______

समकोण त्रिभुज ΔQTS

$\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$

$\sin\theta = \frac{QS}{QT}$

$\sin\theta = \frac{QS}{B}$

$\boxed{QS = B\sin\theta}$

एवं $\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

$\cos\theta = \frac{TS}{QT}$

$\cos\theta = \frac{TS}{B}$

$\boxed{TS = B\cos\theta}$

समकोण त्रिभुज ΔOQS में PGT से

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$

$(OQ)^2 = (QS)^2 + (OS)^2$

$R^2 = (B\sin\theta)^2 + (A+B\cos\theta)^2$

$\boxed{(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB}$

$R^2 = B^2\sin^2\theta + A^2 + B^2\cos^2\theta + 2AB\cos\theta$

Date: Page no:

$R^2 = A^2 + B^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + 2AB\cos\theta$

$[R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta]$

तथा दिशा

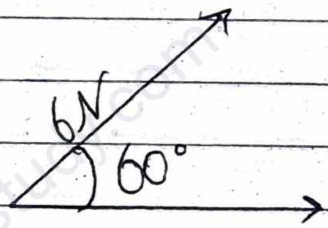
$\tan\alpha = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$\tan\alpha = \frac{QS}{OS}$

$\left[\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}\right]$ Ans

Q. निम्न चित्र में दर्शाये गये सदिशों का परिणामी ज्ञात कीजिए ?

Ans



दिया है :-

$A = 6$

$B = 6$

$\theta = 60°$

$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

$R^2 = 6^2 + 6^2 + 2 \times 6 \times 6 \times \cos 60°$

$R^2 = 36 + 36 + 2 \times 36 \times 1/2$

$R^2 = 3 \times 36$

Date: ______ Page no: ______

$R^2 = \sqrt{3 \times 6 \times 6}$

$\boxed{R^2 = 6\sqrt{3}}$

$\tan\alpha = \dfrac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$

$\tan\alpha = \dfrac{6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{6 + 6 \times \frac{1}{2}}$

$\tan\alpha = \dfrac{3\sqrt{3}}{9}$

$\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

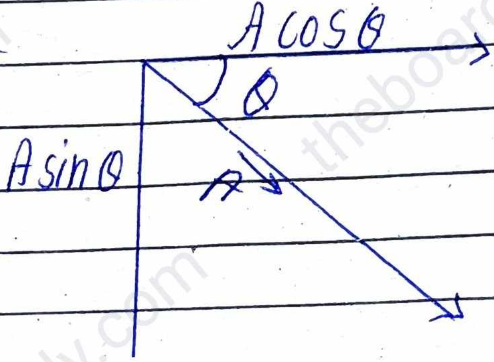
$\tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan\alpha = \tan 30^\circ$

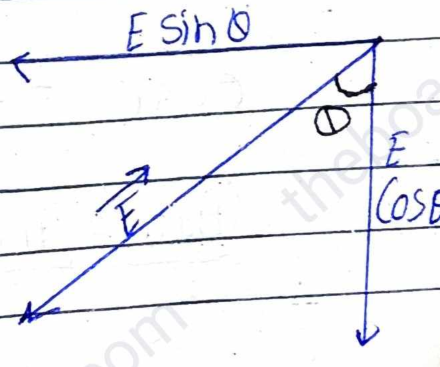
$\boxed{\alpha = 30^\circ}$ Ans

ex:-

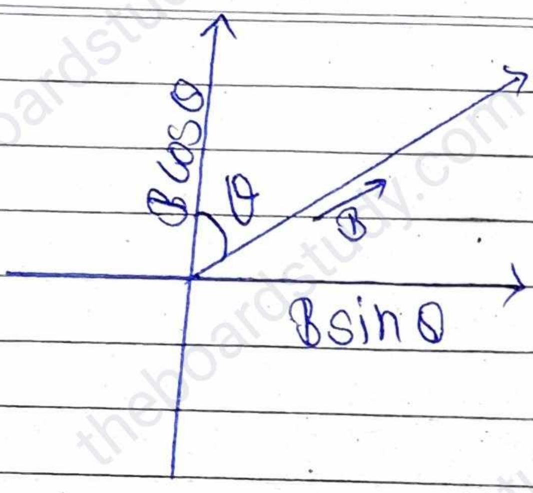
i)



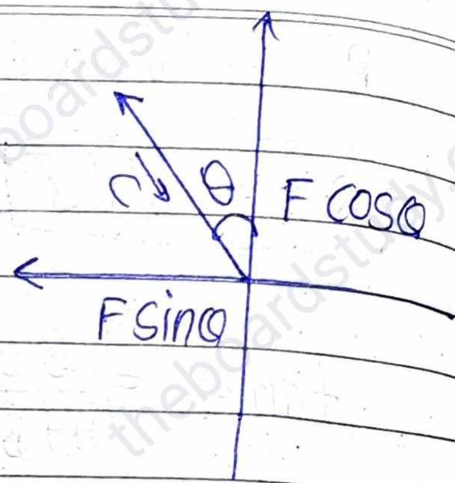
ii)



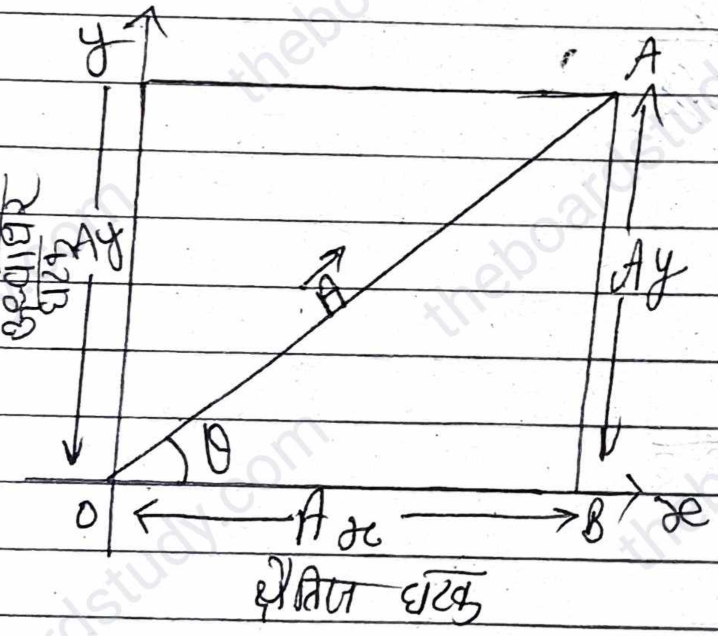
iii)



iv)



सदिशों का वियोजन =



~~क्षैतिज घटक~~

समकोण Δ ~~OB~~ OAB में

$$\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$

$$\cos\theta = \frac{A_x}{A}$$

$$\boxed{A_x = A\cos\theta}$$

तथा

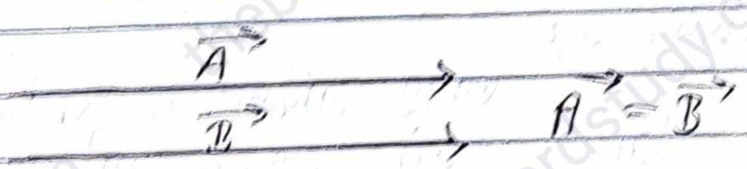
$$\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A}$$

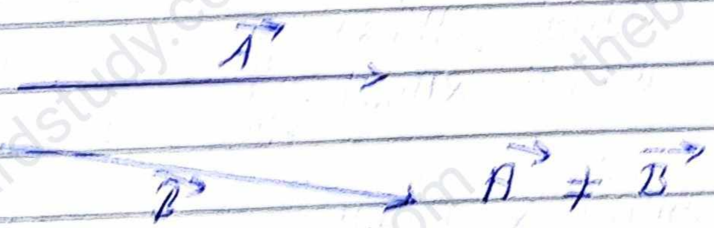
$$\boxed{A_y = A\sin\theta}$$

सदिशों के प्रकार :-

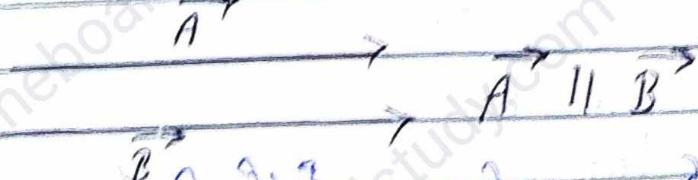
1) समान सदिश => दो सदिशों को तब समान कहा जाता है जब उनका मापांक और दिशा एक जैसी हो।



(2) असमान सदिश => यदि दो सदिशों की दिशा एवं मापांक में से कोई एक भी अलग हो तो इस प्रकार के सदिशों को असमान सदिश कहते हैं।



(3) समान्तर सदिश => दो सदिशों को समान्तर सदिश कहेंगे यदि उनकी दिशाएँ समान हो।

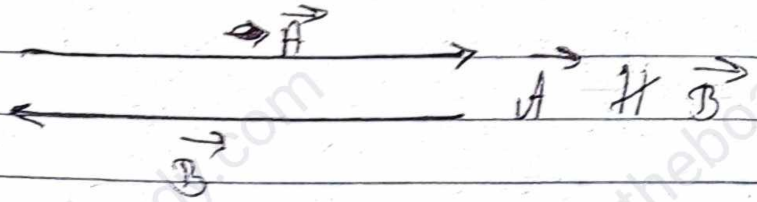


दो समान्तर सदिशों के मध्य कोण 0° होता है।

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

4) असमान्तर सदिश =>
(प्रति समान्तर) दो सदिशों को असमान्तर सदिश कहेंगे यदि इन दोनों की दिशाएँ एक-दूसरे के विपरीत हो।



5) शून्य सदिश => ऐसा सदिश वह ~~सदिश~~ जिसका मापांक शून्य हो एवं जिसकी दिशा कुछ भी ली जा सके शून्य सदिश कहते है।

I.m 6) एकांक सदिश => एकांक सदिश वह सदिश होते है जिनका मापांक 1 होता है एवं एकांक सदिश का उपयोग केवल भौतिक राशि की दिशा बतलाने के लिए किया जाता है।

☆ एकांक सदिश का प्रदर्शन =>

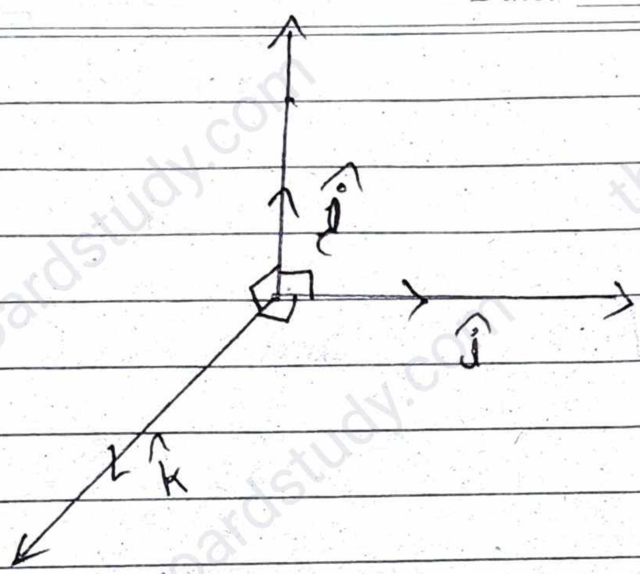
$\vec{A}$ का एकांक सदिश $\hat{A}$
$\vec{B}$ का एकांक सदिश $\hat{B}$

सदिश = मापांक × दिशा

$$\vec{A} = |A|\hat{A}$$

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|A|}$$

theboardstudy.com



Note : $|\hat{i}| = 1$

$|\hat{j}| = 1$

$|\hat{k}| = 1$

सदिशों का कार्तीय रूप :

किसी सदिश को एकांक सदिशों ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) के रूप में प्रदर्शित करने के लिए जिन समीकरणों का उपयोग किया जाता है, उन्हें सदिशों का कार्तीय रूप कहते हैं।

i) उदा : $[\vec{A} = 3\hat{i}, -2\hat{j}, +\hat{k}]$

$3 \rightarrow A_x$, $-2 \rightarrow A_y$, $1 \rightarrow A_z$

$A_x = 3$

$A_y = -2$

$A_z = 1$

ii) $[\vec{B} = 4\hat{i}, +3\hat{j} - \hat{k}]$

$4 \rightarrow B_x$, $3 \rightarrow B_y$, $-1 \rightarrow B_z$

theboardstudy.com

$B_x = 4$
$B_y = 3$
$B_z = -1$

(iii) $[\vec{C} = \hat{k} + \hat{j}]$

$C_x = 0$
$C_y = 1$
$C_z = 1$

★ सदिशों के कार्तीय रूप से सदिशों का मापांक ज्ञात करना :

$$[|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

ex :(i) $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$

$|A| = \sqrt{4^2 + 3^2}$

$|A| = \sqrt{16 + 9}$

$|A| = \sqrt{25}$

$[|A| = 5]$ Ans

(2) $\vec{A} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

$|A| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-1)^2}$

$|A| = \sqrt{4 + 9 + 1}$

$[|A| = \sqrt{14}]$ Ans

मापांक ज्ञात कीजिए :

(i) $\vec{A} = 2\hat{i} + 5\hat{k}$

$|A| = \sqrt{2^2 + 5^2}$

$|A| = \sqrt{4 + 25}$

$|A| = \sqrt{29}$ Ans

ii) $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

हल $|A| = \sqrt{1^2+1^2+1^2}$

$|A| = \sqrt{3}$ Ans

iii) $\vec{A} = 3\hat{j} + 4\hat{k}$

हल $|\vec{A}| = \sqrt{3^2+4^2}$

$|A| = \sqrt{9+16}$

$|A| = \sqrt{25}$

$|A| = 5$ Ans

कार्तीय रूप में सदिशों की दिशा ज्ञात करना :

(कार्तीय रूप में सदिशों का एकांक सदिश)

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|A|}$$

उदा:- $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ इसकी दिशा ज्ञात किजीए।

~~इस सदिश~~ इस सदिश की दिशा में एकांक सदिश ज्ञात किजिए।

theboardstudy.com

Date: Page no:

$|A| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}$

$|A| = \sqrt{4 + 9 + 1}$

$|A| = \sqrt{14}$

$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|A|}$

$\hat{A} = \frac{2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{14}}$

$\vec{A} = \frac{2\hat{i}}{\sqrt{14}} + \frac{3\hat{j}}{\sqrt{14}} + \frac{\hat{k}}{\sqrt{14}}$

$\vec{A}$ के अनुदिश एकांक सदिश ज्ञात करना :

1) $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

हल $|A| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}$

$|A| = \sqrt{1 + 4 + 4}$

$|A| = \sqrt{9}$

$|A| = 3$ Ans

$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|A|}$

$\hat{A} = \frac{\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}}{3}$

$\hat{A} = \frac{\hat{i}}{3} + \frac{2\hat{j}}{3} + \frac{2\hat{k}}{3}$

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

(ii) $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j}$

हल $|A| = \sqrt{1^2 + 1^2}$

$|A| = \sqrt{1+1}$

$|A| = \sqrt{2}$

$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|A|}$

$\hat{A} = \frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$

$\hat{A} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\hat{j}}{\sqrt{2}}$

(iii) $\vec{A} = 4\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$

$|A| = \sqrt{4^2 + (-1^2) + (-1^2)}$

$|A| = \sqrt{16+1+1}$

$|A| = \sqrt{18}$

$|A| = \sqrt{3\times3\times2}$

$|A| = 3\sqrt{2}$

$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|A|}$

$\hat{A} = \frac{4\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}}{3\sqrt{2}}$

घातीय रूप में सदिशों को जोड़ना एवं घटाना :

Ex : यदि $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$
एवं $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$

ज्ञात किजिए (i) $\vec{A} + \vec{B}$, (ii) $\vec{A} - \vec{B}$

(i) $\vec{A} + \vec{B} = (\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) + (\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k})$

$= 2\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$

Date: ______ Page no: ______

(ii) $\vec{A} - \vec{B} = (\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) - (\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k})$

$= \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} - \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$

$= \hat{j} - 5\hat{k}$

☆ $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$

$\vec{B} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$

i) $\vec{A} + \vec{B}$ (ii) $\vec{A} - \vec{B}$ (iii) $\vec{B} - \vec{A}$

Sol (i) $\vec{A} + \vec{B} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}) + (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$

$= 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k} + \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$

$= 4\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$

(ii) $\vec{A} - \vec{B} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}) - (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$

$= 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k} - \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

$= 2\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$

(iii) $\vec{B} - \vec{A} = (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) - (3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k})$

$= \hat{i} - \hat{j} - \hat{k} - 3\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$

$= -2\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

* $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j}$ $\vec{B} = \hat{j} - \hat{k}$

(1) $\vec{A} + \vec{B}$ (ii) $\vec{A} - \vec{B}$ (3) $\vec{B} - \vec{A}$

हल (1) $\vec{A} + \vec{B} = (\hat{i} + \hat{j}) + (\hat{j} - \hat{k})$

$= \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

$\vec{A} - \vec{B} = (\hat{i} + \hat{j}) - (\hat{j} - \hat{k})$

$= \hat{i} + \hat{j} - \hat{j} + \hat{k}$

$= \hat{i} + \hat{k}$

$\vec{B} - \vec{A} = (\hat{j} - \hat{k}) - (\hat{i} + \hat{j})$

$= \hat{j} - \hat{k} - \hat{i} - \hat{j}$

$= -\hat{k} - \hat{i}$

* दो सदिशों का गुणनफल :- दो सदिशों का गुणा निम्न प्रकार से किया जा सकता है।

i) अदिश x सदिश = सदिश
ii) सदिश x सदिश = अदिश
(iii) सदिश x सदिश = सदिश

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

1) अदिशा × सदिशा = सदिशा

उदा:- यदि $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ तब ज्ञात किजिए
(i) $2\vec{A}$ (ii) $\frac{3}{2}\vec{A}$ (iii) $-3\vec{A}$ (iv) $-\vec{A}$

(i) $2\vec{A} = 2(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$

$= 4\hat{i} - 2\hat{j} + 8\hat{k}$

(ii) $\frac{3}{2}\vec{A} = \frac{3}{2}(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$

$= \frac{6}{2}\hat{i} - \frac{3}{2}\hat{j} + \frac{12}{2}\hat{k}$

$= 3\hat{i} - \frac{3}{2}\hat{j} + 6\hat{k}$

(iii) $-3\vec{A} = -3(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$

$= -6\hat{i} + 3\hat{j} - 12\hat{k}$

(iv) $-\vec{A} = -1(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$

$= -2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$

2) सदिशों का अदिश गुणन :- जब दो सदिशो का गुणा इस प्रकार किया जाए की उनसे प्राप्त होने वाला उत्तर एक अदिश राशि हो तो इस प्रकार के गुणनफल को सदिशो का अदिश गुणन कहते है।

इस गुणन फल को (dot product) डॉट प्रोडक्ट के नाम से भी जाना जाता है।

सदिश x सदिश = अदिश

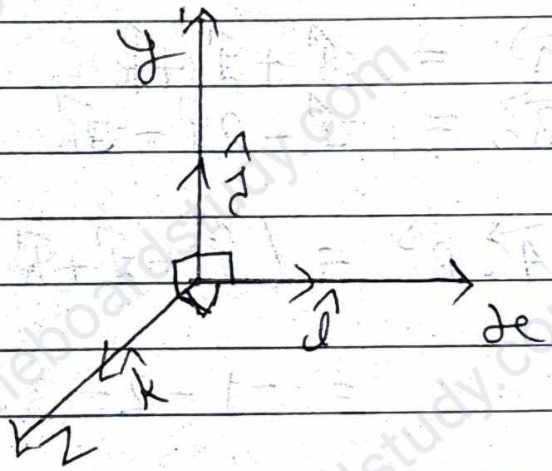
$\vec{A}\cdot\vec{B} = |A||B|\cos\theta$ [जहाँ θ - दोनों सदिशों का मध्य कोण है]

एकांक सदिशों का अदिश गुणन ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$)

$\hat{i}\cdot\hat{i} = |\hat{i}||\hat{i}|\cos 0^\circ$

$= 1\times1\times1$

$= 1$



$\hat{j}\cdot\hat{j} = |\hat{j}||\hat{j}|\cos 0^\circ$

$= 1\times1\times1$

$= 1$

$\hat{k}\cdot\hat{k} = |\hat{k}||\hat{k}|\cos 0^\circ$

$= 1\times1\times1$

$= 1$

$\hat{i}\cdot\hat{j} = |\hat{i}||\hat{j}|\cos 90^\circ$

$= 1\times1\times0$

$= 0$

$\hat{j}\cdot\hat{k} = 0$

$\hat{k}\cdot\hat{i} = 0$

theboardstudy.com

Date: Page no:

Q. यदि $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{B} = \hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ हो तो $\vec{A}.\vec{B}$ का मान ज्ञात कीजिए ?

i) Ans $\vec{A}\cdot\vec{B} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}).(\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$

$= 2 + 12 + 2$

$= 16$ Ans

ii) $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

$\vec{B} = -\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$

Ans $\vec{A}.\vec{B} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}).(-\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k})$

$= -1 - 2 - 3$

$= -6$ Ans

(iii) $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j}$

$\vec{B} = \hat{j} - \hat{k}$

Ans $\vec{A}.\vec{B} = (2\hat{i} + \hat{j}).(\hat{j} - \hat{k})$

$= 0 + 1 - 0$

$= 1$

theboardstudy.com

Date: Page no:

Q. यदि $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} - x\hat{k}$ होतो $\vec{A}$ एवं $\vec{B}$ परस्पर एक-दूसरे के लम्बवत हो तो x का मान ज्ञात किजिए ?

Ans [यदि दो सदिशों एक-दूसरे के लम्बवत हो तो $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ हो जाता है।]

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ $[\vec{A} \perp \vec{B}]$

$(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) \cdot (\hat{i} + \hat{j} - x\hat{k}) = 0$

$2 + 3 + x = 0$

$5 + x = 0$

$\boxed{x = -5}$ Ans

(3) सदिशों का सदिश गुणन :

(सदिश x सदिश = सदिश)

दो सदिशों का गुणा करने पर यदि उत्तर में भी एक सदिश प्राप्त होता है तो उसे सदिशों का सदिश गुणन कहते है।

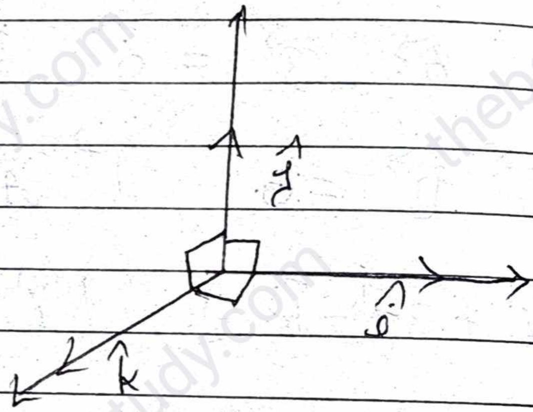
(1) इसे (cross product) भी कहते है।

$[\vec{A} \times \vec{B} = |A||B| \sin\theta \, \hat{n}]$

[जहाँ $\hat{n}$, $\vec{A}$ एवं $\vec{B}$ के लम्बवत् एकांक सदिश होगा]

एकांक सदिशों का सदिश गुणनफल :-

$(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$



$\hat{i} \times \hat{i} = |\hat{i}||\hat{i}| \sin 0^\circ \, \hat{n}$

$= 0$

$\hat{j} \times \hat{j} = 0$

$\hat{k} \times \hat{k} = 0$

different =

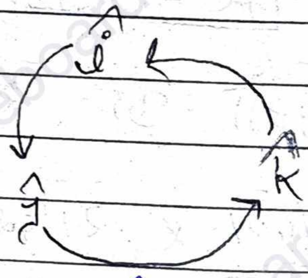
$\hat{i} \times \hat{j} = |\hat{i}||\hat{j}| \sin 90^\circ \, \hat{k}$

$= 1 \times 1 \times 1 \times \hat{k}$

$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$

$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$

$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$



$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$

$\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$

$\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$

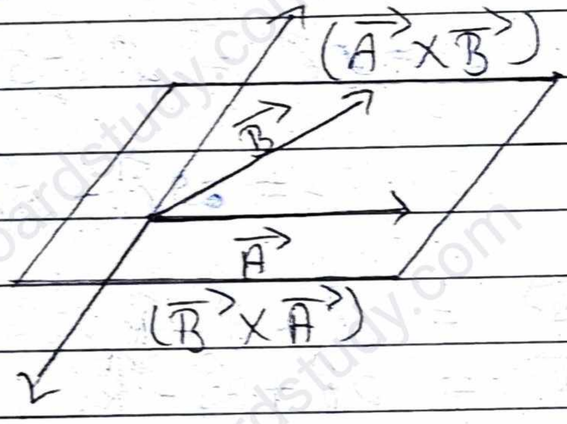
Date: ______ Page no: ______

दो सदिशों के सदिश गुणन की दिशा ज्ञात करना :-

दो सदिशों के सदिश गुणन की दिशा ज्ञात करने के लिए हम दांये हाथ के अंगूठे के नियम का उपयोग करते हैं।

इस नियमानुसार दांये हाथ के अंगूठे एवं अंगुलियों को इस प्रकार फैलाया जाए कि वह एक दूसरे के लम्बवत् हो तब सदिश के गुणन के दौरान प्रथम सदिश से दूसरे सदिश की ओर जाने पर अंगुलियों को उस दिशा में घुमाना है तब अंगूठा सदिश गुणन के परिणामी को प्रदर्शित करता है।

$(\vec{A} \times \vec{B})$ की दिशा
$(\vec{B} \times \vec{A})$ की दिशा



Q. यदि $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ तब ज्ञात किजिए :- $\vec{A} \times \vec{B}$

Solve :-

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$= +\hat{i}[1-2] - \hat{j}[-2-4] + \hat{k}[2-(-2)]$

$= -\hat{i}(-1) - \hat{j}(-6) + \hat{k}(2+2)$

$= -\hat{i} + 6\hat{j} + 4\hat{k}$ Ans

Date: Page no:

$\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

Q $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$

$\vec{A} \times \vec{B}$?

$$\vec{A} \times \vec{B} \quad \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}[-2-3] + \hat{j}[-2-(-2)] + \hat{k}[-3-2]$

$= \hat{i}(-5) + \hat{j}(-2+2) + \hat{k}(-5)$

$= -5\hat{i} - 5\hat{k}$

i) $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ (ii) $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j}$

$\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ $\vec{B} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

i) $\vec{A} \times \vec{B}$ (ii) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

i) $$\vec{A} \times \vec{B} \quad \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}[1+3] - \hat{j}[-1+2] + \hat{k}[3+2]$

$= \hat{i}(4) - \hat{j}(-1) + \hat{k}(5)$

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

$= 4\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ Ans

$\vec{A}.\vec{B} = (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}).(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$

$= 2 - 3 + 1$

$= 3 - 3$

$= 0$ Ans

(ii) $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}[2 - 0] - \hat{j}[2 - 0] + \hat{k}[-1 - 1]$

$= \hat{i}(2) - \hat{j}(2) + \hat{k}(-2)$

$= 2\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ Ans

$\vec{A}.\vec{B} = (\hat{i} + \hat{j}).(\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$

$= 1 - 1 + 0$

$= 0$ Ans

theboardstudy.com

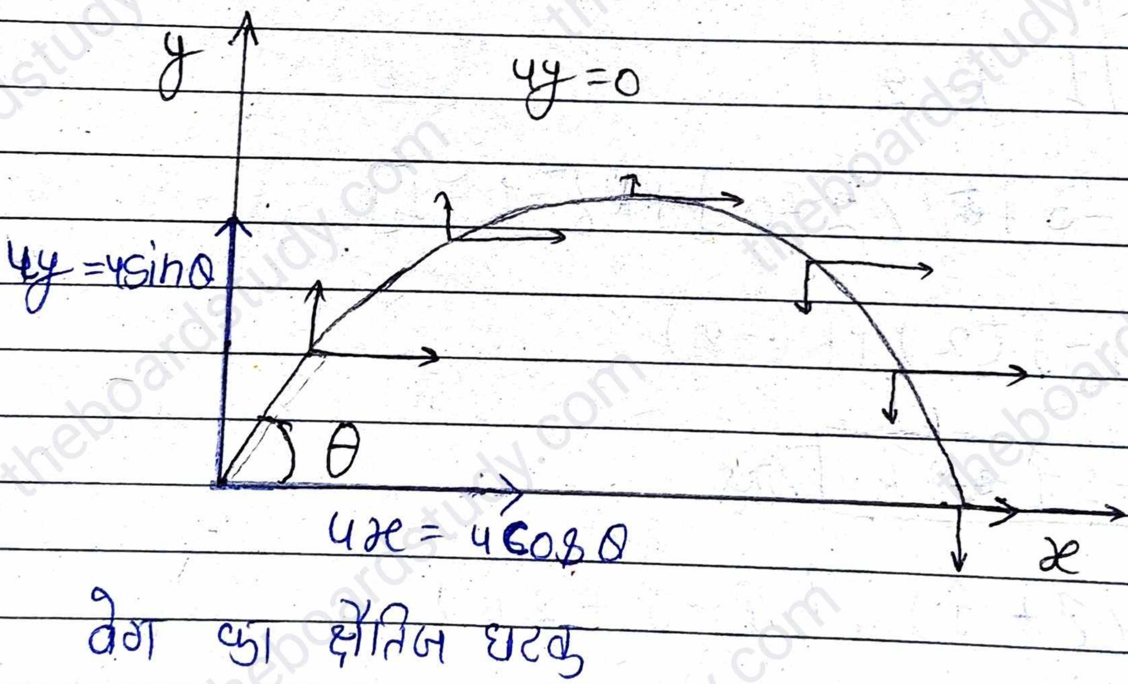
Date: ______ Page no: ______

प्रक्षेप्य गति (projectile motion)

जब किसी वस्तु को पृथ्वी से किसी कोण पर फेंका जाता है एवं वह वस्तु गुरुत्वाकर्षण के अधीन मुक्त रूप से गति करते हुए वक्रीय मार्ग का अनुसरण तो वस्तु की इस गति को प्रक्षेप्य गति कहते है एवं प्रक्षेप्य गति कर रही वस्तु को प्रक्षेपक कहते है।

Note* - प्रक्षेप्य गति में वस्तु का मार्ग परवलयाकार होता है।

प्रक्षेप्य गति :



वेग का क्षैतिज घटक

(x- अक्ष में गति)

$u_x = u\cos\theta$

u_x = नियत (constant)

$a_x = 0$

वेग का ऊर्ध्वाधर घटक

(y- अक्ष में गति)

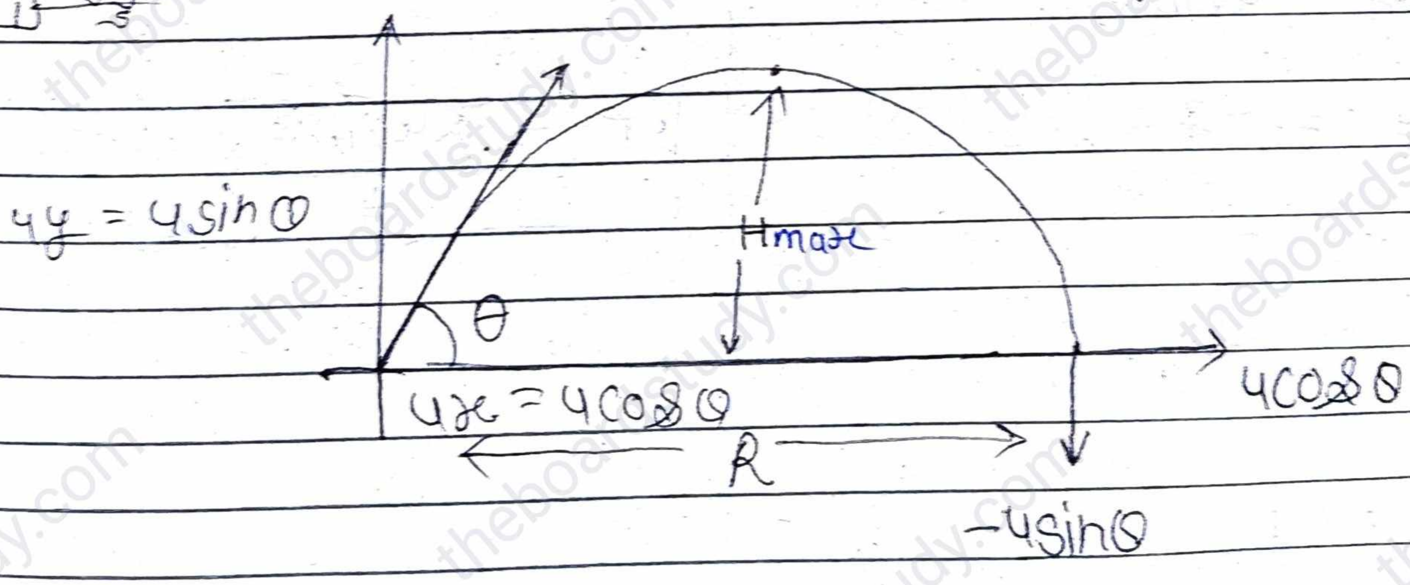
$u_y = u \sin\theta$

u_y = परिवर्ती (variable)

$a_y = -g$

प्रक्षेप्य गति में निम्न variables को ज्ञात किया जाता है?

~~i)~~



theboardstudy.com

Date: Page no:

i) उड्डयनकाल (Time of flight)
ii) अधिकतम ऊँचाई (Maximum height)
iii) क्षैतिज परास (R) (Horizontal Range.)

उड्डयन काल (Time of flight) ⇒

प्रक्षेप्य गति के दौरान प्रक्षेपक को पुनः जमीन पर पहुँचने में जितना समय लगता है, उसे प्रक्षेपक का उड्डयन काल कहते हैं। इसे बड़े T से प्रदर्शित करते हैं।

$$T = \frac{2u\sin\theta}{g}$$

ऊर्ध्वाधर गति लेने पर
(y - अक्ष में गति)

$S_y = 0$

$u_y = u\sin\theta$

$a_y = -g$

$t = T$

गति के समीकरण से

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 = u\sin\theta.T + \frac{1}{2}(-g)T^2$$

$$0 = u\sin\theta.T - \frac{g}{2}T^2$$

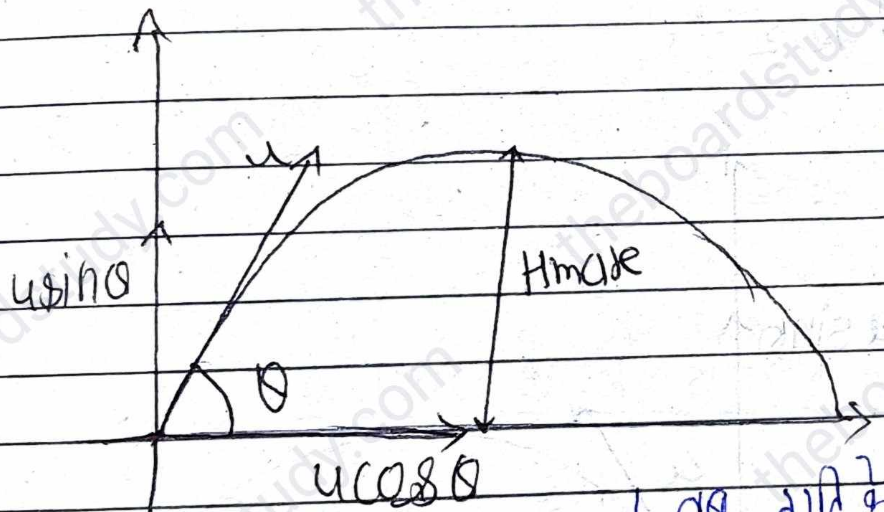
$$\frac{g}{2}T^2 = u\sin\theta.T$$

$$\boxed{T = \frac{2u\sin\theta}{g}}$$

Date: ______ Page no: ______

(ii) अधिकतम ऊँचाई (Maximum height) :- प्रक्षेप्य गति के दौरान प्रक्षेपक द्वारा ऊर्ध्वाधर जितनी अधिक दूरी तय की जाती है, उसे प्रक्षेपक की अधिकतम ऊँचाई कहते हैं, इसे Hmax से प्रदर्शित करते हैं।

$$H_{max} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$$



ऊर्ध्वाधर गति लेने पर (y - अक्ष में गति)

$v_y = 0$

$u_y = u\sin\theta$

$a_y = -g$

$s_y = H_{max}$

तब गति के समी. से

$v^2 = u^2 + 2as$

$0^2 = (u\sin\theta)^2 + 2(-g)H_{max}$

$0 = u^2\sin^2\theta - 2gH_{max}$

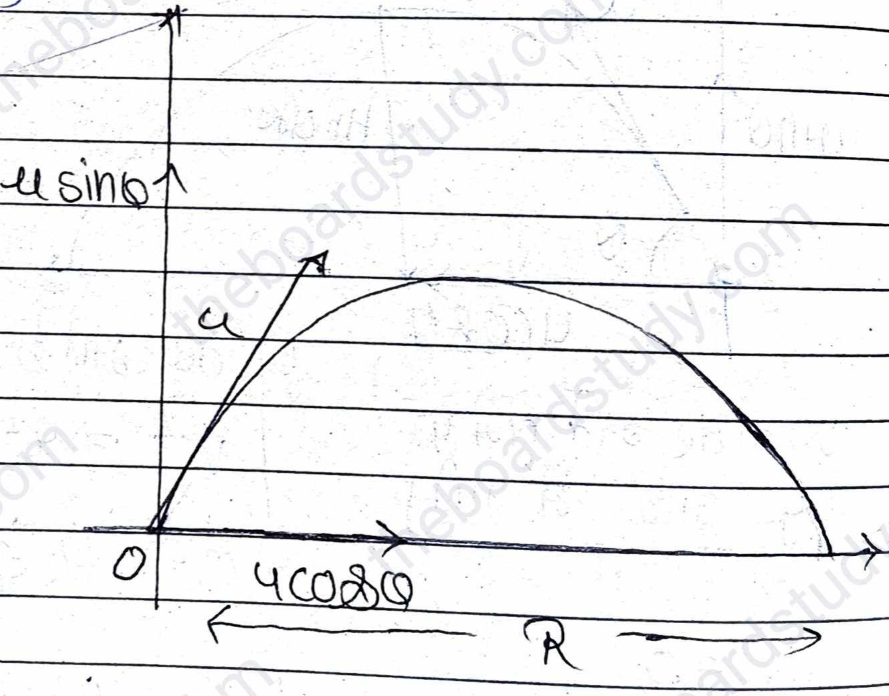
$2gH_{max} = u^2\sin^2\theta$

$$H_{max} = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$$

(iii) क्षैतिज परास ⇒
(Horizontal Range) क्षैतिज ~~भाति~~ प्रक्षेप्य गति करते हुए पिण्ड द्वारा क्षैतिज में जितनी दूरी तय की जाती है। उसे पिण्ड का क्षैतिज परास कहते हैं। इसे बड़े R से प्रदर्शित करते हैं।

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{u^2\, 2\sin\theta \cos\theta}{g}$$

क्षैतिज दिशा में गति लेने पर :-
(x- अक्ष में दिशा)



$u_x = u\cos\theta$

$S_x = R$

$a_x = 0$

$t = T = \frac{2u\sin\theta}{g}$

गति के समी० से

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$R = u\cos\theta \times \frac{2u\sin\theta}{g} + \frac{1}{2} \times 0 \times \left(\frac{2u\sin\theta}{g}\right)^2$

theboardstudy.com

Date: Page no:

$$R = \frac{u^2 2\sin\theta\cos\theta}{g} + 0$$

$$R = \frac{u^2(2\sin\theta\cos\theta)}{g}$$

$[\because \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta]$

$$\boxed{R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g}}$$

* अधिकतम क्षैतिज परास के लिए प्रतिबंध ⇒ किसी पिण्ड को प्रक्षेप्य गति के दौरान अधिकतम क्षैतिज परास दिलाने के लिए θ का मान $45°$ होना चाहिए।

अर्थात $\boxed{\theta = 45°}$

$$R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g}$$

$$R_{max} = \frac{u^2\sin(2\times 45)}{g}$$

$$= \frac{u^2\sin 90}{g}$$

$$R_{max} = \frac{u^2}{g}$$

$[\because \sin 90° = 1]$

theboardstudy.com

Date: Page no:

प्रश्न.

Q 3.8 क्षैतिज से ऊपर की ओर 30° का कोण बनाते हुए एक क्रिकेट गेंद 28 ms^{-1} की चाल से फेंकी जाती है। (a) अधिकतम ऊँचाई की गणना कीजिए (b) उसी स्तर पर वापस पहुँचने में लगे समय की गणना कीजिए, तथा (c) फेंकने वाले बिंदु से उस बिंदु की दूरी जहाँ गेंद उसी स्तर पर पहुँचती है, की गणना कीजिए।

हल दिया है

$$\theta = 30^\circ$$

$$u = 28\ m/s$$

(a) $$H_{max} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$[\because g = 9.8\ m/s^2]$$

$$H = \frac{28 \times 28 \times \sin 30^\circ \times \sin 30^\circ \times 10}{2 \times 98}$$

$$H = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10$$

$H = 10$ मीटर

(b) $$T = \frac{2u\sin\theta}{g}$$

$$T = \frac{2 \times 28 \times \sin 30^\circ \times 10}{98}$$

Date: Page no:

उदा. 3.8 क्षैतिज से ऊपर की ओर 30° का कोण बनाते हुए एक क्रिकेट गेंद $28\ ms^{-1}$ की चाल से फेंकी जाती है। (a) अधिकतम ऊँचाई की गणना कीजिए (b) उसी स्तर पर वापस पहुँचने में लगे समय की गणना किजिए, तथा (c) फेंकने वाले बिंदु से उस बिंदु की दूरी जहाँ गेंद उसी स्तर पर पहुँचती है, की गणना कि

हल: दिया है

$$\theta = 30^\circ$$

$$u = 28\ m/s$$

(a) $$H_{max} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$[\because g = 9.8\ m/s^2]$$

$$H = \frac{28 \times 28 \times \sin 30^\circ \times \sin 30^\circ \times 10}{2 \times 98}$$

$$H = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10$$

$$H = 10 \text{ मीटर}$$

(b) $$T = \frac{2u\sin\theta}{g}$$

$$T = \frac{2 \times 28 \times \sin 30^\circ \times 10}{98}$$

Date: ______ Page no: ______

$$T = \frac{4 \times \frac{1}{2} \times 10}{7}$$

$$T = \frac{20}{7} = 2.8 \text{ sec}$$

(c) $$R = \frac{u^2 2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$R = \frac{28 \times 28 \times 2 \times \sin 30^\circ \times \cos 30^\circ \times 10}{98}$$

$$= 2 \times 4 \times 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10$$

$$R = 40\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

(d) अधिकतम क्षैतिज परास

$$R_{max} = \frac{u^2}{g}$$

$$= \frac{28 \times 28 \times 10}{98}$$

$$= 2 \times 4 \times 10$$

$$= 80 \text{ मीटर}$$

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

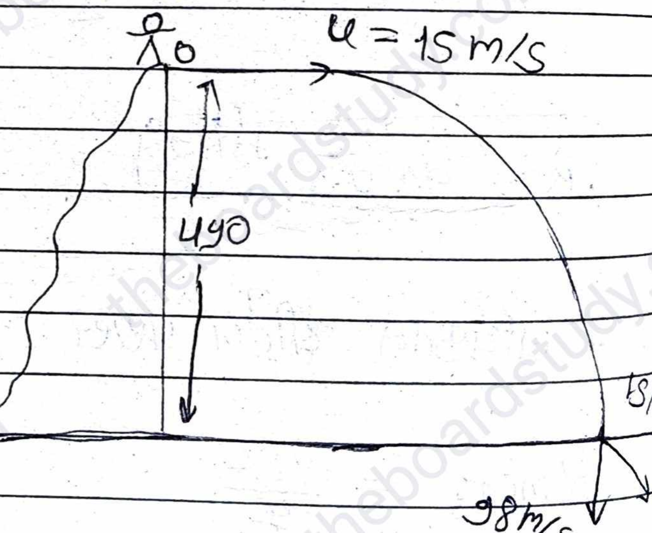
Que 3.7 एक पैदल यात्री किसी खड़ी चट्टान के कोने पर खड़ा है। चट्टान जमीन से 490 m ऊँची है, वह एक पत्थर को क्षैतिज दिशा में $15\ m s^{-1}$ की आरंभिक चाल से फेंकता है। वायु के प्रतिरोध को नगण्य मानते हुए यह ज्ञात किजिए कि पत्थर को जमीन तक पहुँचने मे कितना समय लगा तथा जमीन से टकराते समय उसकी चाल कितनी थी? $(g = 9.8\ m/s^2)$

Ans

i) जमीन तक पहुँचने मे लगा समय

ऊर्ध्वाधर गति लेने पर

$s_y = -490$ मी. (y-अक्ष की दिशा मे)



$u_y = 0$

$a_y = 9.8\ m/s^2$

$t = ?$

तब $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$-490 = 0 + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$

$-490 = -\frac{49}{10}t^2$

Date: ______ Page no: ______

$$10 = \frac{t^2}{10}$$

$$t^2 = 10 \times 10$$

$$t = \sqrt{10 \times 10}$$

$$\boxed{t = 10 \text{ sec}}$$

ii) जमीन से टकराते समय वस्तु का वेग :

ऊर्ध्वाधर गति लेने पर

(y - अक्ष की दिशा में)

$u_y = 0$

$v_y = ?$

$t = 10$ sec

$a = -9.8 \ m/s^2$

$v = u + at$

$v = 0 + (-9.8) 10$

$$\boxed{v = -98 \ m/s}$$

तब परिणामी वेग।

$$|v| = \sqrt{15^2 + 98^2}$$

$= 99 \ m/s$

Date: Page no:

~~Que~~ वृतीय गति ⇒

Que एक समान वृत्ताकार गति ⇒

(uniform circular motion) जब कोई वस्तु किसी वृत्ताकार मार्ग पर एक समान चाल से गति करती है, तो उसे वस्तु की एकसमान वृतीय गति कहते है। वृतीय गति समतल मे गति का एक उदाहरण है।

i) आवर्तकाल (time period) ⇒ सूत्र $T = \frac{2\pi}{\omega}$

वृत्ताकार गति कर रही वस्तु को एक चक्कर पूरा करने मे जितना समय लगता है, उसे वस्तु का आवर्तकाल कहते है। इसे बड़ी T से प्रदर्शित करते है। इसका मात्रक सेकण्ड है।

T = समय / चक्करो की संख्या

ii) आवृतीक्ष (frequency) ⇒

वृत्ताकार गति कर रही वस्तु द्वारा एक सेकण्ड मे लगाए गए चक्करों की संख्या को वस्तु की आवृत्ति कहते है। इसे f या ν (न्यु) से प्रदर्शित करते है एवं इसका मात्रक s^{-1} या Hertz (Hz) है।

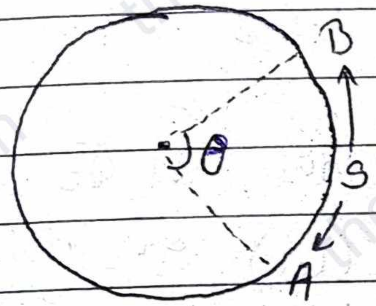
iii) आवृतकाल एवं आवृत्ति मे संबंध ⇒

$$T = \frac{1}{f}$$

या $f = \frac{1}{T}$ या $f.T = 1$

Date: ______ Page no: ______

कोणीय विस्थापन ⇒ जब कोई कण वृत्ताकार मार्ग पर गति करता है तो केन्द्र पर उसके द्वारा बनाए गए कोण को कोणीय विस्थापन कहते है। इसे θ से प्रदर्शित करते है।



$$\text{कोण} = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\boxed{\theta = \frac{s}{r}}$$

S.I मात्रक ः Radian (rd)

विमीय सूत्र ः यह एक विमाहीन राशी है।

प्रकृति ः यह एक सदिश राशि है एवं यह एक अक्षीय सदिश है और इसकी दिशा सीधे हाथ के अंगूठे के नियम से ज्ञात की जा सकती है।

कोणीय विस्थापन एवं रैखीक विस्थापन में संबंध ः

कोणीय विस्थापन की परिभाषा से ः

$$\boxed{\theta = \frac{s}{r}}$$

Date: ______ Page no: ______

$S = r\theta$ → कोणीय विस्थापन

↓ S: रैखिक विस्थापन ↓ r: त्रिज्या

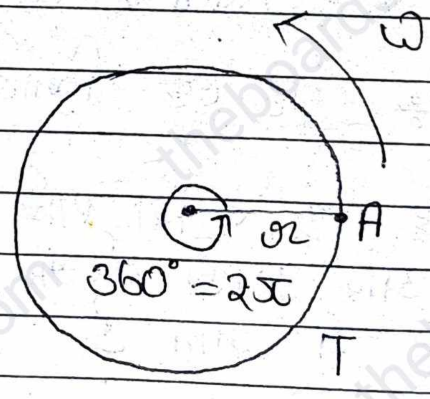
कोणीय वेग ⇒ कोणीय विस्थापन में परिवर्तन की दर को कोणीय वेग कहते है। इसे omga (ω) से दर्शाते है।

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

अन्य सूत्र :

$$\text{कोणीय वेग} = \frac{\text{कोणीय विस्थापन}}{\text{आवर्तकाल}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



आवृत्ति के पद में :

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi \times \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

मात्रक : Rad/sec

विमीयसूत्र : $[M^0L^0T^{-1}]$

प्रकृति : यह एक सदिश राशि है। एवं यह एक अक्षीय सदिश है। और इसकी दिशा सीधे हाथ के अंगुठे के नियम से ज्ञात की जा सकती है।

✗ रेखिक वेग एवं कोणीय वेग में संबंध :

कोणीय विस्थापन

$$\theta = \frac{s}{r}$$

एवं कोणीय वेग की परिभाषा से :

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

θ के मान को रखने पर :

$$\omega = \frac{s}{r.t}$$

$$\omega = \frac{1}{r}\left(\frac{s}{t}\right) \quad \frac{1}{r} \times \frac{s}{t}$$

$$\left[\because \frac{s}{t} = v\right]$$

Date: Page no:

$$\omega = \frac{1}{r} \times v$$

$$\boxed{v = r\omega}$$

यही आवश्यक सम्बंध है।

* **कोणीय त्वरण** ⇒ कोणीय ~~विस्थापन में परिवर्तन~~ वेग में परिवर्तन की दर को कोणीय त्वरण कहते है।

$$\alpha = \frac{\text{कोणीय वेग}}{\text{समय}}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{t}$$

मात्रक :- $\frac{Rad/sec}{sec}$

$= Rad/sec^2$

विमीय सूत्र :- $[M^0 L^0 T^{-2}]$

यह एक सदिश राशि है एवं अक्षीय सदिश है एवं इसकी दिशा (सीधा) दाये हाथ के अंगूठे के नियम से निकाली जाती है।

रेखिक त्वरण एवं कोणीय त्वरण में संबंध :-

कोणीय त्वरण की परिभाषा से :

$$\alpha = \frac{\omega}{t}$$

$$\left[\because v = r\omega\right]$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

तब $$\alpha = \frac{v}{rt}$$

$$r\alpha = \left(\frac{v}{t}\right)$$

$$\left[\because a = \frac{v}{t}\right]$$

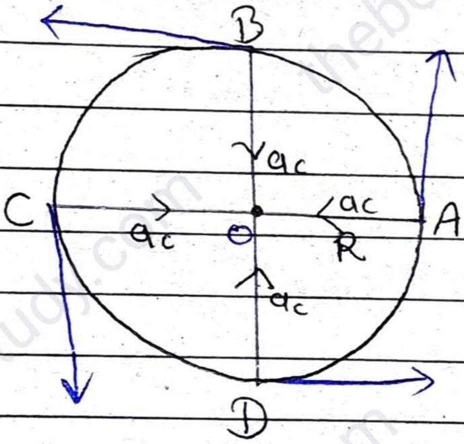
$$r\alpha = a$$

या $$\boxed{a = r\alpha}$$

theboardstudy.com

अभिकेन्द्रीय त्वरण =)

जब कोई कण एक समान वृत्तीय गति कर रहा होता है तब प्रत्येक क्षण पर उस कण के वेग की दिशा परिवर्तित होती रहती है। एवं इस प्रकार वेग में परिवर्तन होता है। वृत्तीय गति में वेग में परिवर्तन होने के कारण एक त्वरण उत्पन्न हो जाता है। जिसकी दिशा वृत्त के केन्द्र की ओर होती है। इसलिए इस त्वरण को अभिकेन्द्रीय त्वरण कहते हैं।



वेग वृत्तीय गति

⇓

वेग में परिवर्तन

⇓

अभिकेन्द्रीय त्वरण

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}}$$

$[\because v = r\omega]$

$$a_c = \frac{r^2\omega^2}{r}$$

$$\boxed{a_c = r\omega^2}$$

theboardstudy.com

Date: Page no:

Que 4.9 कोई कीड़ा एक वृत्तीय खाँचे में जिसकी त्रिज्या 12 cm है, फँस गया है। वह खाँचे के अनुदिश स्थिर चाल से चलता है और 100 सेकण्ड में 7 चक्कर लगा देता है। (a) कीड़े की कोणीय चाल व रैखिक चाल कितनी होगी? (b) क्या त्वरण सदिश एक अचर सदिश है। इसका परिमाण कितना होगा?

Ans दिया है

$r = 12$ cm

$t = 100$ sec

Rounds $= 7$

तब आवर्तकाल

$$T = \frac{\text{समय}}{\text{चक्करों की संख्या}} = \frac{100}{7}$$

तब कोणीय चाल

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2 \times 22}{7 \times \frac{100}{7}}$$

$$= \frac{44}{100} = 0.44 \text{ Rad/sec}$$

Date: ________ Page no: ________

रैखिक चाल

$v = r\omega$

$v = \frac{12}{100} \times 0.44$

$v = \frac{5.28}{100}$

$\boxed{v = 0.0528\ m/s}$ Ans

(B) अभिकेन्द्रीय त्वरण :

$a_c = r\omega^2$

$= \frac{12}{100} \times 0.44 \times 0.44$

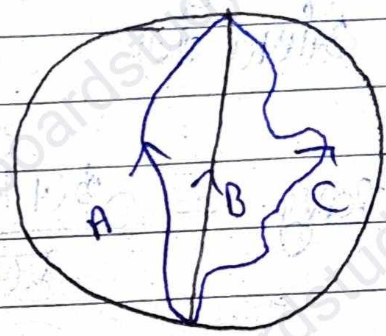
$= 0.023232$

$\boxed{= 0.023\ m/s^2}$

Q. 3.8
चित्र पर तीन लड़कियाँ 200 m त्रिज्या वाली वृत्तीय बर्फीली सतह पर स्केटिंग कर रही है। वे सतह के किनारे के बिंदु P से स्केटिंग शुरू करती हैं तथा P के व्यासीय विपरित बिंदु Q पर विभिन्न पथों से होकर पहुँचती है जैसाकि चित्र 3.19 में दिखाया गया है। प्रत्येक लड़की के विस्थापन सदिश का परिमाण कितना है? किस लड़की के लिए यह वास्तव में स्केट किए गए पथ की लम्बाई के बराबर है।

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______



Ans दिया है

$r = 200\ m$

तब यदि तीनों लड़कियाँ बिंदु P से Q पर पहुँचती हैं तो उनका विस्थापन वृत्त के व्यास के बराबर होगा अतः

विस्थापन बराबर $= 2r$

$= 2 \times 200$

$= 400\ m.$

एवं लड़की B की पथ की लम्बाई उसके विस्थापन के बराबर होगी।

Que 3.9 P.48 कोई साइकिल सवार किसी वृत्तीय पार्क केंद्र O से चलना शुरू करता है तथा पार्क के किनारे P पर पहुँचता है। पुनः वह पार्क की परिधि के अनुदिश साइकिल चलाता हुआ QO के रास्ते (जैसा चित्र 3.20) में दिखाया गया है केंद्र पर वापस आ जाता है। पार्क की त्रिज्या 1 km है। यदि पूरे चक्कर में 10 मिनट लगते हो तो साइकिल सवार का (a) कुल विस्थापन (b) औसत वेग तथा (c) औसत चाल क्या होगी?

Ans (a) कुल विस्थापन

$\boxed{S = 0}$

Date: ______ Page no:

(b) औसत वेग

$$v_{avg} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}}$$

$$= \frac{0}{10} = 0$$

(C) औसत चाल :

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{2}(2\pi r) + 1}{\frac{10}{60}}$$

$$= \frac{2 + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3.14 \times 1\right)}{1/6}$$

$$= \frac{\frac{4 + 3.14}{2}}{1/3}$$

$$= 7.14 \times 3$$

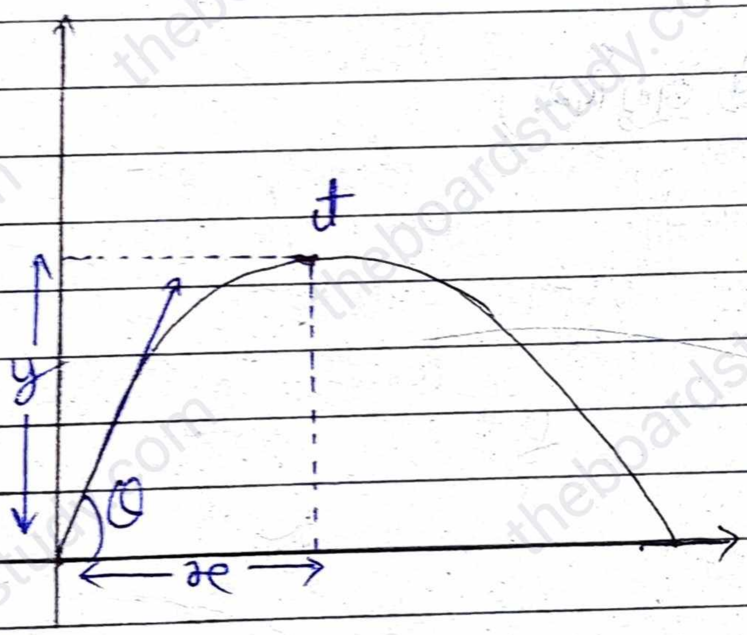
$$= 21.14 \text{ Km/H}$$

theboardstudy.com

सिद्ध कीजिए की प्रक्षेप्य गति कर रहे कण का मार्ग परवलयाकार होता है। Date: Page no:

प्रक्षेप्य गति कर रहे वस्तु के मार्ग का समीकरण ज्ञात कीजिए ?

माना की कोई प्रक्षेपक t समय पर मार्ग के किसी बिन्दु P पर पहुँच जाता है। तब वह क्षैतिज में x दूरी करता है तथा ऊर्ध्वाधर y दूरी तय करता है।



क्षैतिज में गति लेने पर

(x- अक्ष के अनुदिश)

$u_x = u\cos\theta$

$a_x = 0$

$S_x = x$

$t = t$

Date: Page no:

तब $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$x = u\cos\theta\, t + 0$

$t = \frac{x}{u\cos\theta}$

ऊर्ध्वाधर गति लेने पर

(y - अक्ष के अनुदिश)

$u_y = u\sin\theta$

$a_y = -g$

$s_y = y$

$t = t$

तब $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$y = u\sin\theta\, t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

समी (i) से t का मान रखने पर

$y = u\sin\theta\left(\frac{x}{u\cos\theta}\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{u\cos\theta}\right)^2$

उपरोक्त समीकरण एक परवलय का समीकरण है जिससे स्पष्ट है कि प्रक्षेप्य का पथ परवलयाकार होगा

$$y = x \tan\theta - \frac{g}{2} \frac{x^2}{u^2 \cos^2\theta}$$

$$y = \tan\theta . x - \frac{g}{2u^2 \cos^2\theta} x^2$$

सदिशों के अदिश गुणन के कोई दो गुण लिखिए ?

Ans. सदिशों के अदिश गुण :-

i) यदि दो समान एकांक सदिशों का अदिश गुणन किया जाए तो उनका परिमाण एक होता है और यदि दो अलग - अलग एकांक सदिशों का अदिश गुणन किया जाए तो उसका मान शून्य होता है।

उदा:- $\vec{i} . \vec{i} = 1$

$\vec{i} . \vec{j} = 0$

ii) दो सदिश एक - दूसरे के लम्बवत् होंगे यदि उनका अदिश गुणन शून्य हो।

iii) सदिशों का अदिश गुणन क्रमविनिमय नियम का पालन करता है।

उदा:- $\vec{A} . \vec{B} = \vec{B} . \vec{A}$

Que दो सदिशों के सदिश गुणन के गुण लिखिए?

Ans सदिशों के सदिश गुण :

i) दो समान एकांक सदिशों का सदिश गुणनफल (0) शून्य होता है।

उदा० $\hat{i} \times \hat{i} = 0$, $\hat{k} \times \hat{k} = 0$

ii) दो ~~समान~~ सदिश समान्तर होंगे यदि उनका सदिश गुणन (0) शून्य हो।

Que क्रिकेट का कोई खिलाड़ी किसी गेंद को 100 m की अधिकतम ~~दूर~~ क्षैतिज दूरी तक फेंक सकता है। वह खिलाड़ी उसी गेंद को जमीन से कितनी ऊपर तक फेंक सकता है?

Ans दिया है :

$$R_{max} = 100 \text{ m}$$

$$\frac{u^2}{g} = 100$$

$$u^2 = 100g$$

Date: ______ Page no: ______

$v^2 = u^2 + 2aS$

$0 = 100g + 2(-g)H$

$2gH = 100g$

$H = 50$

$\boxed{H = 50\ m.}$

Que यदि $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ एवं $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ हो तो (i) $\vec{A}.\vec{B}$ (ii) $\vec{A}\times\vec{B}$ (iii) $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के बीच का कोण

$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \end{vmatrix}$

(i) $\vec{A}.\vec{B} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}).(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$

$= 6 + 12 + 5$

$= 23$

(ii) $\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & -5 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$

Date: Page no:

$= +\hat{i}(-4+15) - \hat{j}(-3+10) + \hat{k}(9-8)$

$= \hat{i}(11) - \hat{j}(7) + k(1)$

$= 11\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$

(iii) हम जानते है कि $\vec{A}\cdot\vec{B} = |A||B|\cos\theta$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|}$$

$$= \frac{(3\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k})\cdot(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k})}{\sqrt{3^2+4^2+(-5)^2}\sqrt{2^2+3^2+(-1)^2}}$$

$$= \frac{6+12+5}{\sqrt{9+16+25}\sqrt{4+9+1}}$$

$$= \frac{23}{\sqrt{50}\sqrt{14}}$$

$$= \frac{23}{5\sqrt{2}\sqrt{14}}$$

$$= \frac{23}{5\sqrt{28}}$$

$$= \frac{23}{5\times 2\sqrt{7}}$$

$$\cos\theta = \frac{23}{10\sqrt{7}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{23}{10\sqrt{7}}\right) \text{ Ans}$$

theboardstudy.com