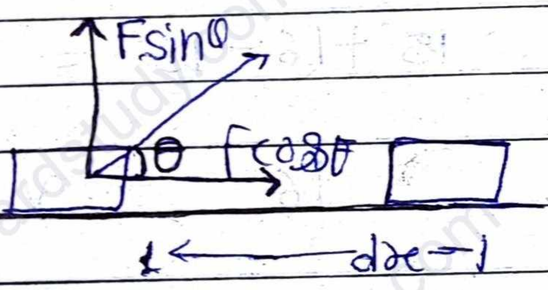
Chapter = 5 Date: ______ Page no: ______

कार्य, ऊर्जा एवं शक्ति

कार्य Workdone : जब किसी वस्तु पर बल लगाया जाता है तो उस वस्तु में कुछ विस्थापन उत्पन्न हो जाता है, वस्तु पर लगाये गये बल तथा उत्पन्न विस्थापन के अदिश गुणनफल को कार्य कहते है।

कार्य = बल x बल की दिशा में विस्थापन

$dw = f\cos\theta \times dx$



$$\boxed{dw = f\,dx\cos\theta}$$

सदिश रूप मे $\boxed{dw = \vec{f}\cdot\vec{dx}}$

S.I मात्रक

(बल का मात्रक) x (विस्थापन का मात्रक)

= न्यूटन x मीटर

= जूल (J)

कार्य का C.G.S मात्रक : अर्ग (erg)

$$\boxed{1\,J = 10^7\,erg}$$

कार्य एक अदिश राशि है।

theboardstudy.com

Date: Page no:

विमीय सूत्र :- $[ML^2T^{-2}]$

उदाहरण बल $F = (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$ तथा विस्थापन $d = (5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k})$ के बीच का कोण ज्ञात

Ans आदिश गुणन के सूत्र से

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A||B| \cos\theta$$

$$(3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) \cdot (5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}) = \sqrt{3^2+4^2+(-5)^2}\sqrt{5^2+4^2+}$$

$$15 + 16 - 15 = \sqrt{9+16+25}\sqrt{25+16+9} \cos\theta$$

$$16 = \sqrt{50} \times \sqrt{50} \cos\theta$$

$$16 = 50 \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{8}{25}\right)$$

कार्य के प्रकार

कार्य तीन प्रकार के होते है।

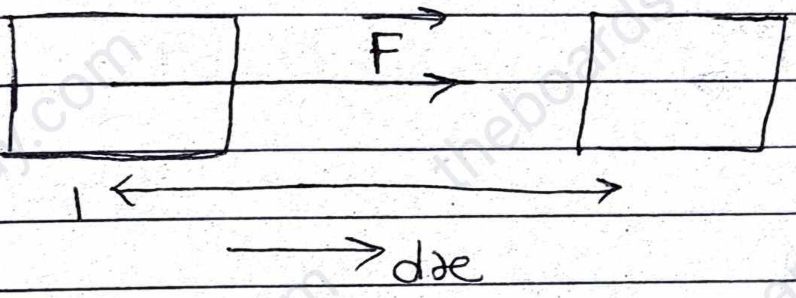
(i) धनात्मक कार्य (ii) ऋणात्मक कार्य
(iii) शून्य कार्य

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

(i) धनात्मक कार्य ⇒

जब वस्तु का विस्थापन बल की दिशा में होता है अथवा बल और विस्थापन के बीच का कोण न्यून कोण होता है तो बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक कार्य होता है तथा तब हम कहते है की बल द्वारा वस्तु पर कार्य किया जाता है। इस स्थिति में वस्तु की ऊर्जा में वृद्धि होती है।



$W = Fds\cos\theta$

$[\theta = 0°]$

$W = Fd\cos 0°$ $[\cos 0° = 1]$

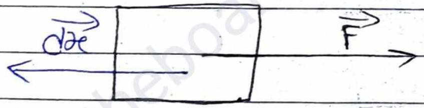
$W = Fds$ (धनात्मक)

उदा॰ कुएँ से पानी की बाल्टी खीचते वक्त बाह्य बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक ~~शून्य~~ होता है।

theboardstudy.com

(ii) ऋणात्मक कार्य ⇒

जब वस्तु का विस्थापन, बल की दिशा के विपरीत होता है या बल और विस्थापन के मध्य अधिक कोण होता है तो बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक कार्य होता है। तथा तब हम कहते है कि वस्तु द्वारा कार्य किया जा रहा है। इस स्थिति में वस्तु की ऊर्जा में कमी होती है।



$W = Fds \cos\theta$

[∵ $\theta = 180^\circ$]

$W = Fds \cos 180^\circ$ [∵ $\cos 180^\circ = -1$]

$W = -Fds$ (ऋणात्मक)

उदा:→ कुएँ से बाल्टी खींचते वक्त गुरुत्वाकर्षण बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक कार्य होता है।

(iii) शून्य कार्य ⇒

जब बल ... के लम्बवत होते है ... शून्य होता है।

$W = Fds \cos\theta$

[∵ $\theta = 90^\circ$]

$W = Fds \cos 90^\circ$

[$W = 0$]

उदा: रेलवे प्लेटफार्म ... तब गुरुत्वाकर्ष ... शून्य होता ...

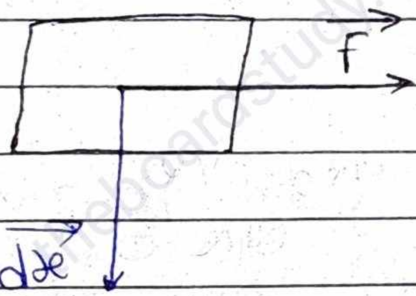
एक जूल की प...

~~एक जूल~~ :

यदि

(iii) शून्य कार्य ⇒

जब बल और विस्थापन एक-दूसरे के लम्बवत् होते हैं तो किया गया कार्य शून्य होता है।



$W = F ds \cos\theta$

$\because \theta = 90^\circ$

$W = F ds \cos 90^\circ$ $[\because \cos 90^\circ = 0^\circ]$

$W = 0$

उदा॰: रेलवे प्लेटफ़ार्म पर कुली जब बोझा ढोता है तब गुरुत्वाकर्षण बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है।

एक जूल की परिभाषा लिखिए?

~~एक जूल~~ : कार्य = बल × विस्थापन

यदि बल = 1 न्यूटन

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

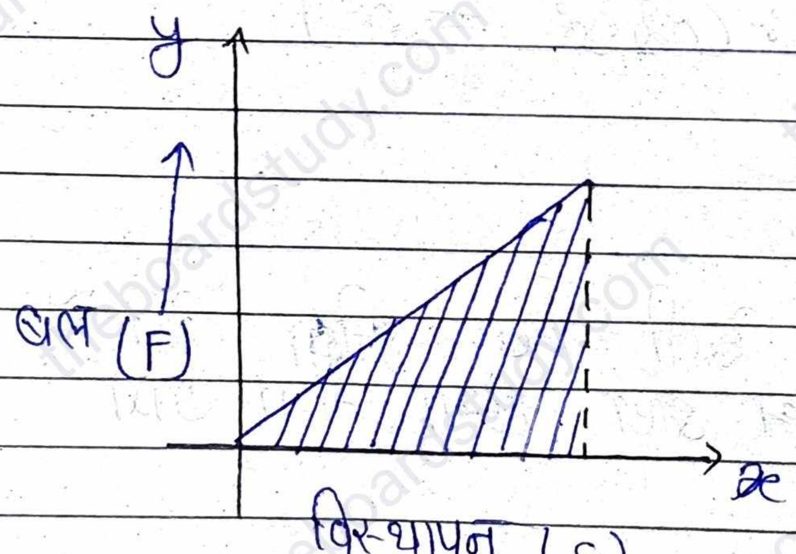
विस्थापन = 1 मीटर

कार्य = 1 न्यूटन × 1 मीटर

= 1 जूल

एक जूल :
यदि किसी वस्तु पर 1 N बल लगाने से उसका विस्थापन बल की दिशा में 1 मीटर हो तो बल द्वारा कीया गया कार्य एक जूल कहलाता है। Ans

बल एवं विस्थापन के मध्य ग्राफ द्वारा कार्य की गणना :



कार्य = F एवं S के मध्य ग्राफ द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल

Date: ______ Page no: ______

अचर बल द्वारा किया गया कार्य :

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx$$

Qu एक पिण्ड पर 40 N का बल लगाकर उसे बल की दिशा से 60° कोण बनाते हुए 20 m विस्थापित किया जाता है। किए गए कार्य की गणना कीजिए ?

दिया है
$F = 40\ N$
$\theta = 60°$
$ds = 20\ m$

तब कार्य

$dw = F\,ds\cos\theta$

$= 40 \times 20 \cos 60°$

$= \cancel{40}^{20} \times 20 \times \frac{1}{\cancel{2}}$

$= 20 \times 20$

$W = 400$ जूल

theboardstudy.com

Date: Page no:

Qus एक कण को बिन्दु (1, 1, -2) m से (5, -2, 7) m तक उस पर बल $\vec{F} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k}$ न्यूटन लगाकर विस्थापित किया जाता है किये गये कार्य की गणना किजिए?

~~Ans~~ दिया है

$$\vec{r_1} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{r_2} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$$

$$= (5\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}) - (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$$

$$\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k} - \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{r} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 9\hat{k}}$$

तब बल

$$\vec{F} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k}$$

तब कार्य $W = \vec{F} \cdot \vec{r}$

$$= (2\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k}) \cdot (4\hat{i} - 3\hat{j} + 9\hat{k})$$

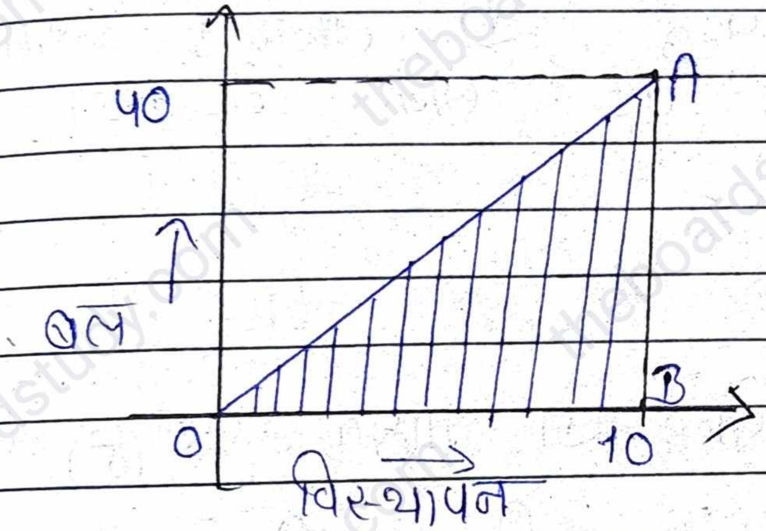
$$= 8 + 9 + 63$$

$$\boxed{= 80 \text{ जूल}}$$

Date: ______ Page no: ______

~~Que सलंग्न चित्र वस्तु में किसी चित्र के लिए~~ वस्तु

Que सलंग्न चित्र में किसी वस्तु के लिए बल-विस्थापन ग्राफ प्रदर्शित है। शून्य से 10 m विस्थापन तक बल द्वारा किये गये कार्य की गणना कीजिए?



हल कार्य = F - x ग्राफ द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल

$W = \Delta OAB$ का क्षेत्रफल

$W = \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$W = \frac{1}{2} \times 10 \times 40$

$\boxed{W = 200\ J}$

Date: ______ Page no: ______

ऊर्जा (E) :- किसी वस्तु के कार्य करने की कुल क्षमता को उस वस्तु की ऊर्जा कहते है।

ऊर्जा की माप :- किसी वस्तु में निहीत ऊर्जा की माप उस कार्य के द्वारा की जाती है जो वस्तु की प्रारंभिक स्थिति से वर्तमान स्थिति तक लाने में करना पड़ता है।

महत्वपूर्ण बिन्दु :-

(i) कार्य तथा ऊर्जा दोनों का मात्रक जूल (J) होता है।

(ii) कार्य तथा ऊर्जा दोनों अदिश राशि है।

यांत्रिक ऊर्जा :- किसी वस्तु में अपनी गति कारण अथवा अपनी स्थिति के कारण कार्य करने की जितनी क्षमता होती है उसे उस वस्तु की यांत्रिक ऊर्जा कहते है।

उदा :- फेंके गये पत्थर में, चाबी भरी स्प्रींग में।

यांत्रिक ऊर्जा दो प्रकार की होती है।
(i) गतिज ऊर्जा, (ii) स्थितिज ऊर्जा।

Date: ______ Page no: ______

<u>गतिज ऊर्जा</u> : (Kinetic Energy)

वह ऊर्जा जो वस्तु में अपनी गति के कारण निहित रहती है गतिज ऊर्जा कहलाती है।

उदा : बंदुक से निकली हुई गोली

* गतिज ऊर्जा को प्रायः K.E से प्रदर्शित करते है।

$$K.E = \frac{1}{2}mv^2$$

~~द्रव्यमान~~ गतिज ऊर्जा का मान सदैव धनात्मक होता है

गतिज ऊर्जा का व्यंजक :

माना द्रव्यमान m की वस्तु का प्रारंभिक वेग v है तथा वस्तु पर एक समान बल F गति के विपरित दिशा में लगाकर उसे दूरी s तय करने पर रोका जाता है।

न्यूटन की गति के द्वितीय नियम से

$$F = -ma$$

$$a = \frac{-F}{m} \quad \text{—(i)}$$

तथा ~~भी~~ गति के समीकरण से :

Date: Page no:

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = v^2 + 2\left(\frac{-F}{m}\right)s$$

$$0 = v^2 - \frac{2F.s}{m}$$

$$\frac{2F.s}{m} = v^2$$

$$F.s = \frac{1}{2}mv^2$$

$$[F.s = W]$$

$$W = \frac{1}{2}mv^2$$

यही कार्य वस्तु मे ऊर्जा के रूप मे संचित हो जाता है।

$$\boxed{K.E = \frac{1}{2}mv^2}$$

यही अभिष्ठ व्यजंक है।

theboardstudy.com

Date: ________ Page no: ________

संवेग तथा गतिज ऊर्जा में संबंध :

हम जानते हैं कि गतिज ऊर्जा निम्न सूत्र से प्रदर्शित की जाती है।

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

दाहिने पक्ष में m से गुणा और भाग देने पर

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \times \left(\frac{m}{m}\right)$$

$$K = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} \frac{(mv)^2}{m}$$

परन्तु : संवेग
$p = mv$

$$K = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$$

यही गतिज ऊर्जा एवं संवेग में संबंध है।

I.mp

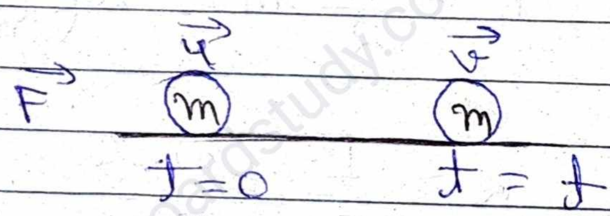
कार्य - ऊर्जा प्रमेय :

कार्य - ऊर्जा प्रमेय के अनुसार किसी गतिमान वस्तु पर बल लगाने पर बल द्वारा किया गया कार्य उसकी गतिज ऊर्जा मे परिवर्तन के बराबर होता है।

परिवर्ति बल के लिये :

अचर बल द्वारा किया गया कार्य

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$



तब $F = ma$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} ma\,dx \quad \text{—(i)}$$

$$\left[\because a = \frac{dv}{dt}\right]$$

$$\left[\because v = \frac{dx}{dt}\right]$$

$$dx = v\,dt$$

समी (i) से

Date: ______ Page no: ______

$$w = \int_{x_1}^{x_2} m\frac{dv}{dt} \, v\,dt$$

$$w = m\int_u^v v\,dv$$

$$w = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_u^v$$

$$w = m\left[\frac{v^2}{2} - \frac{u^2}{2}\right]$$

$$w = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

$$w = K_f - K_i$$

$$w = \Delta K$$

यही कार्य - ऊर्जा प्रमेय है।

Ques संरक्षी तथा असंरक्षी बल में अंतर लिखिए।

Date: Page no:

Ans

संरक्षी	असंरक्षी
(i) संरक्षी बल द्वारा किसी कण एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने मे किया गया कार्य कण के मार्ग पर निर्भर नहीं करता है।	असंरक्षी बल द्वारा किसी कण को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने मे किया गया कार्य कण के मार्ग पर निर्भर करता है।
(ii) संरक्षी बल द्वारा कण को एक पूर्ण चक्र में ले जाने मे किया गया कार्य शून्य होता है।	असंरक्षी बल द्वारा कण को एक पूर्ण चक्र में ले जाने मे किया गया कार्य शून्य नहीं होती है।
(iii) संरक्षी बल ~~द्वा~~ द्वारा किया गया कार्य केवल प्रांरभिक व अंतिम स्थिति पर निर्भर करता है। न की उनके बीच तय किए गए मार्ग की लम्बाई पर	असंरक्षी बल द्वारा किया गया कार्य प्रांरभिक व अंतिम स्थिति के बीच तयकिए गए मार्ग की लम्बाई पर निर्भर करता
(iv) संरक्षी बल के अंतर्गत गति कर रहे कण के लिए एक बंद मार्ग में ~~किया~~ गया कार्य ~~र~~ कण गतिज ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं होता है।	असंरक्षी बल के अंतर्गत गतिमान कण के एक बंद मार्ग में गति करने पर कण की गतिज ऊर्जा घट जाता है।

Date: Page no:

(i) सभी केन्द्रीय बल जैसे गुरुत्वीय बल, गुरुत्वाकर्षण बल स्थिर विद्युत बल तथा चुम्बकीय बल आदि संरक्ष स्प्रींग बल।	घर्षण बल तथा श्यान बल

शक्ति या सामर्थ्य (Power) :

सामर्थ्य

कार्य करने की दर को किसी वस्तु के शक्ति कहते हैं।

$$\text{शक्ति} = \frac{\text{कार्य}}{\text{समय}}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

S.I मात्रक : $\frac{Joul}{sec}$ = watt

C.G.S मात्रक : $\frac{erg}{sec}$

विमीय सूत्र : $\frac{[ML^2T^{-2}]}{[T]} = [ML^2T^{-3}]$

यह एक अदिश राशि है।

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

अन्य सूत्र :

$$P = \frac{W}{t}$$

$$[\because W = F \cdot S]$$

$$P = F \cdot \left(\frac{S}{t}\right)$$

$$\left[\because \frac{S}{t} = v\right]$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$P = F \cdot v \cos\theta$$

अन्य मात्रक :

1 Kilo watt = 1000 watt

1 mega watt = 10^6 watt

1 अश्व शक्ति = 746 watt

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

ऊर्जा का मात्रक: किलो वॉट घण्टा

$1 KWH = 3.6 \times 10^{6}$ Joul

इलेक्ट्रॉनवॉट $1 eV = 1.6 \times 10^{-19}$ Joul

Que ~~सत्य~~ शक्ति तथा ऊर्जा अंतर लिखिए?

Ans

शक्ति	ऊर्जा
(i) किसी वस्तु के कार्य करने की दर को शक्ति कहते है।	किसी वस्तु के कार्य करने की क्षमता को ऊर्जा कहते है।
(ii) शक्ति का मान कार्य करने में लगे समय पर निर्भर करता है।	ऊर्जा का मान कार्य करने में लगे समय पर निर्भर नहीं करता है।
(iii) शक्ति का S.I मात्रक वॉट होता है।	ऊर्जा का S.I मात्रक जूल होता है।
(iv) शक्ति का विमीय सूत्र $[ML^2T^{-3}]$ होता है।	ऊर्जा का विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}]$ होता है।

theboardstudy.com

स्थितिज ऊर्जा : (Potential Energy) ⇒

स्थितिज ऊर्जा वह ऊर्जा है। जो वस्तु की स्थिति अथवा उसकी अवस्था के कारण उसमें निहित रहती है।

स्थितिज ऊर्जा की माप :

स्थितिज ऊर्जा की माप उस कार्य द्वारा की जाती है जो वस्तु को सामान्य स्थिति से उस स्थिति तक लाने में किया जाता है। स्थितिज ऊर्जा को प्रायः केपिटल U से प्रदर्शित करते हैं। इसका S.I मात्रक जूल (J) होता है।

भौतिकी में स्थितिज ऊर्जा की व्याख्या नहीं है बल्कि स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन की व्याख्या है। जो इस प्रकार है।

स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन = संरक्षी बल द्वारा किया गया ऋणात्मक कार्य

$$\Delta U = -W_{\text{संरक्षी बल}}$$

$$U_f - U_i = -W_{\text{संरक्षी बल}}$$

Note :

(i) हमारे द्वारा किसी भी एक स्थान पर स्थितिज ऊर्जा को शून्य मान लिया जाता है।

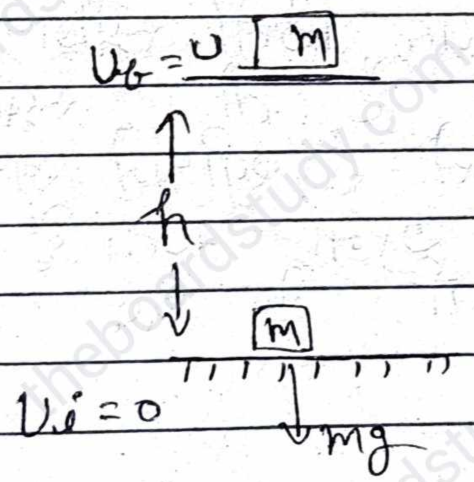
Date: ______ Page no: ______

(ii) स्थितिज ऊर्जा केवल संरक्षी बलों के लिए परिभाषित होती है। असंरक्षी बलों के लिए नहीं।

(iii) स्थितिज ऊर्जा के प्रकार :

(i) गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा
(ii) ~~प्रत्यास्थ~~ प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा
(iii) स्थिर वैद्युत स्थितिज ऊर्जा
(iv) चुम्बकीय स्थितिज ऊर्जा
(v) रासायनिक स्थितिज ऊर्जा।

(i) गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा :
किसी वस्तु पृथ्वी तल से ऊँचाई पर ले जाने में जो ऊर्जा संचित होती है उसे वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।



$U_f - U_i = -W_{\text{संरक्षी बल}}$

$U_f - U_i = -(F\,dx\cos\theta)$

[माना कि पृथ्वी तल पर स्थितिज ऊर्जा शून्य है

$U_f - 0 = -(-mgh)$

$U_f = mgh$

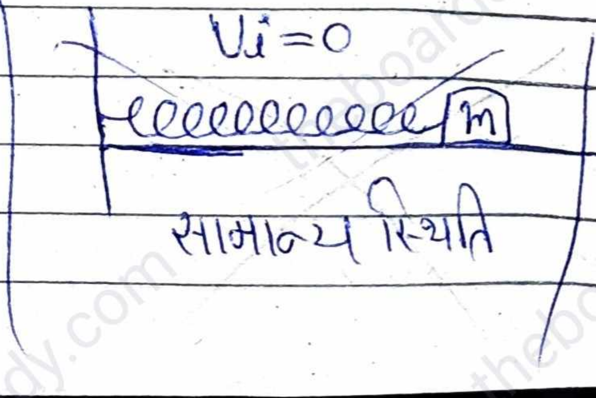
$\boxed{U = mgh}$

यही गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा का सूत्र है।

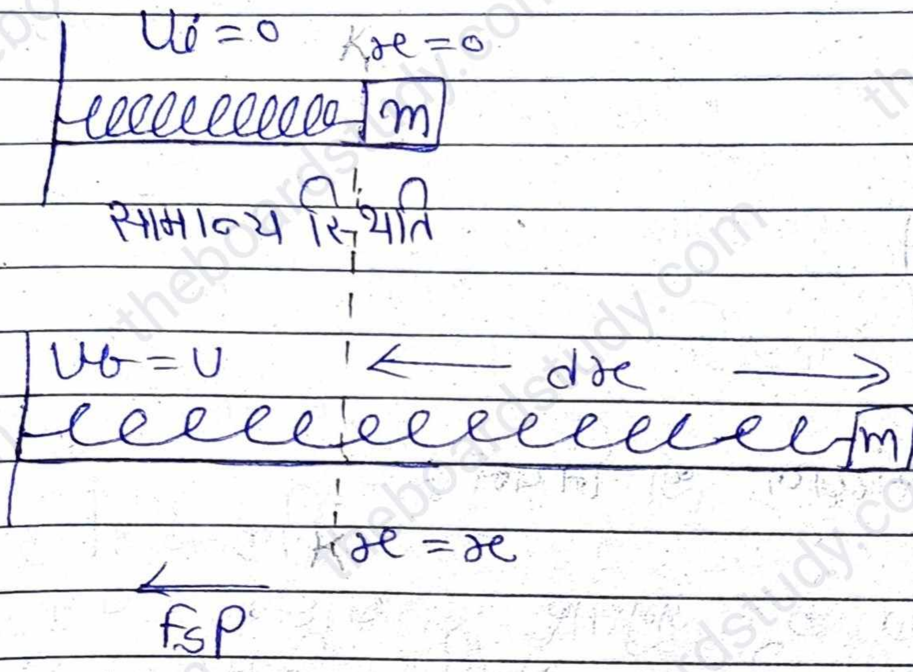
उदा॰:— बाँध से जल को ऊँचाई से नीचे गिराकर जल की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा को गतिज ऊर्जा में बदला जाता है जिससे टरबाइन चलाकर विद्युत ऊर्जा प्राप्त की जाती है।

(ii) स्प्रींग की स्थितिज ऊर्जा :

जब किसी स्प्रींग को खींचा अथवा दबाया जाता है, तो स्प्रींग पर बाह्य बल लगाकर उसे खींचने अथवा दबाने में कुछ कार्य करना पड़ता है जो स्प्रींग में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।



theboardstudy.com



$U_f - U_i = -W_{\text{संरक्षी बल}}$

$U_f - U_i = -(\text{बल} \times \text{विस्थापन})$

तब स्प्रींग बल: $[F_{sp} = -kx]$

$U - 0 = -(-kx\,dx)$

$U = \int_0^x kx\,dx$

$U = k\int_0^x x\,dx$

$U = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x$

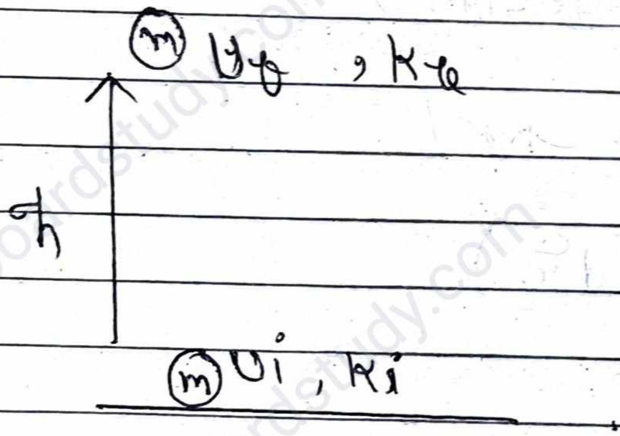
$U = k\left(\frac{x^2}{2} = 0\right)$

$$U = \frac{Kx^2}{2}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}Kx^2}$$

यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण का नियम:

यांत्रिक ऊर्जा के संरक्षण के सिद्धांत के अनुसार बाह्य बल की अनुपस्थिति में किसी निकाय की गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा का योग सदैव संरक्षित रहता है।



$$\boxed{K_i + U_i = K_f + U_f}$$

अर्थात्

$$\boxed{K + U = \text{नियत}}$$

Date: ______ Page no: ______

(टक्कर)

संघट्ट :- वैज्ञानिक भाषा में किन्हीं दो पिण्डों के बीच अन्योन्य क्रिया का होना संघट्ट कहलाता है। अर्थात् यह आवश्यक नहीं है कि संघट्ट में दोनों पिण्ड परस्पर सम्पर्क में आकर टकराएँ बल्कि आवश्यक यह कि एक पिण्ड की गति दूसरे पिण्ड के द्वारा प्रभावित हो। दूसरे शब्दों में संघट्ट में दोनों पिण्ड एक-दूसरे पर एक साथ एक अल्प समय के लिए बल लगाते हैं।

संघट्ट में चूंकि निकाय पर कोई बाह्य बल नहीं लगता अतः निकाय का रैखिक संवेग संरक्षित रहता है। इसके अतिरिक्त निकाय की कुल ऊर्जा भी संरक्षित रहती है। इस प्रकार संघट्ट में दो संरक्षण नियमों का पालन किया जाता है।

(i) संवेग संरक्षण का नियम (ii) ऊर्जा संरक्षण का नियम।

संघट्ट के प्रकार :-

(i) प्रत्यास्थ संघट्ट (ii) अप्रत्यास्थ संघट्ट

(i) प्रत्यास्थ संघट्ट → ये वह संघट्ट है जिनमें रैखिक संवेग के साथ-साथ गतिज ऊर्जा भी संरक्षित होती है।

उदा:- कांच की दो गोलियों की टक्कर

(ii) अप्रत्यास्थ सघंट्ट → ये वह सघंट्ट है जिनमें संवेग तो संरक्षित रह होता है लेकिन गतिज ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती है।

उदा: बंदूक की गोली लकड़ी के ब्लॉक से टकराकर उसी मे धँस कर रह जाती है।

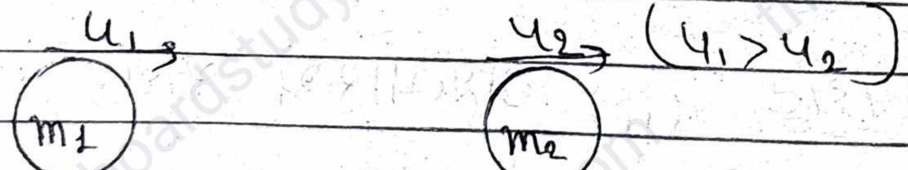
एक विमीय प्रत्यास्थ सघंट्ट में कणों का वेग:

एक विमीय प्रत्यास्थ सघंट्ट →

जब एक ही सरल रेखा मे गतिशील दो पिंडो के बीच सघंट्ट होता है तो इसे एक विमीय सघंट्ट कहते है।

एक विमीय प्रत्यास्थ सघंट्ट में पिंड ~~वस्तु~~ का वेग:

प्रत्यास्थ सघंट्ट में वस्तु का संवेग संरक्षित होता है।



सघंट्ट से पूर्व

सघंट्ट के पश्चात

Date: ______ Page no: ____

कुल संवेग (संघट्ट से पूर्व) = कुल संवेग (संघट्ट के पश्चात)

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$

$m_1u_1 - m_1v_1 = m_2v_2 - m_2u_2$

$m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_2 - u_2)$ —(i)

प्रत्यास्थ संघट्ट में निकाय की कुल गतिज ऊर्जा भी संरक्षित होती है।

$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

$\frac{1}{2}(m_1u_1^2 + m_2u_2^2) = \frac{1}{2}(m_1v_1^2 + m_2v_2^2)$

$m_1u_1^2 - m_1v_1^2 = m_2v_2^2 - m_2u_2^2$

$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2)$

$[\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)]$

$m_1[(u_1 - v_1)(u_1 + v_1)] = m_2[(v_2 - u_2)(v_2 + u_2)]$ —(2)

समी (1) का भाग समी (2) में देने पर

Date: ______ Page no: ______

$$\frac{m_1[(u_1-v_1)(u_1+v_1)]}{m_1(u_1-v_1)} = \frac{m_2[(v_2-u_2)(v_2+u_2)]}{m_2(v_2-u_2)}$$

$$u_1+v_1 = v_2+u_2$$

$$\boxed{u_1-u_2 = v_2-v_1}$$

अतः स्पष्ट है कि संघट्ट के पूर्व एवं संघट्ट के पश्चात दोनो पिण्डो के चाल का अंतर बराबर होता है।

$$\boxed{v_2 = u_1-u_2+v_1}$$

v_2 का मान समी (i) मे रखने पर :-

$$m_1(u_1-v_1) = m_2(v_2-u_2)$$

$$m_1(u_1-v_1) = m_2(u_1-u_2+v_1-u_2)$$

$$m_1u_1-m_1v_1 = m_2(u_1-2u_2+v_1)$$

$$m_1u_1-m_1v_1 = m_2u_1-2m_2u_2+m_2v_1$$

$$m_1u_1-m_2u_1+2m_2u_2 = m_2v_1+m_1v_1$$

$$v_1(m_1+m_2) = u_1(m_1-m_2)+2m_2u_2$$

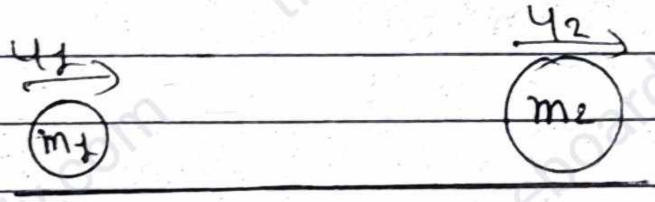
$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2}{(m_1 + m_2)}$$

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}u_1 + \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)}u_2$$

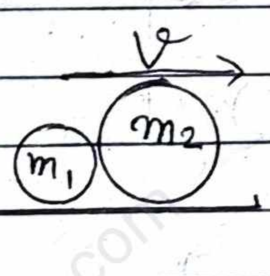
इसी प्रकार

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_2 + m_1)}u_2 + \frac{2m_1}{(m_2 + m_1)}u_1$$

एक विमीय अप्रत्यास्थ सघंट्ट में पिंड का वेग :



सघंट्ट के पूर्व



सघंट्ट के पश्चात्

अप्रत्यास्थ सघंट्ट में पिंड का रैखिक संवेग संरक्षित होता है।

theboardstudy.com

Date: Page no:

सघंट्ट के पूर्व संवेग = सघंट्ट के पश्चात संवेग

$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 m_2)v$

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{(m_1+m_2)} \quad \text{--- (i)}$$

विशेष स्थिति: जब दुसरा पिण्ड सघंट्ट के पूर्व स्थिर अवस्था में हो।

$u_2 = 0$

समी (i) से

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{(m_1 + m_2)}$$

$$v = \frac{m_1u_1}{(m_1 + m_2)} \quad \text{--- (ii)}$$

अप्रत्यास्थ सघंट्ट में पिण्ड की गतिज ऊर्जा में कमी

(जबकी सघंट्ट के पूर्व दुसरा पिण्ड स्थिर हो)

ΔK = सघंट्ट के पूर्व गतिज ऊर्जा - सघंट्ट के पश्चात गतिज ऊर्जा

$= \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + 0 - \frac{1}{2}(m_1+m_2) v^2$

समी (2) से v का मान रखने पर

$= \frac{1}{2} m_1 u_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(\frac{m_1 u_1}{m_1+m_2}\right)^2$

$= \frac{1}{2} m_1 u_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(\frac{m_1^2 u_1^2}{(m_1+m_2)^2}\right)$

$= \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \left[1 - \frac{m_1}{(m_1+m_2)}\right]$

$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \left(\frac{m_1 + m_2 - m_1}{m_1+m_2}\right)$

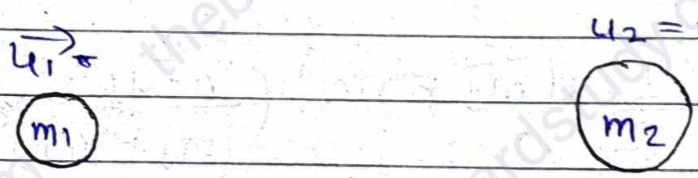
$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \left(\frac{m_2}{m_1+m_2}\right)$

$$\boxed{\Delta K = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\right) u_1^2}$$

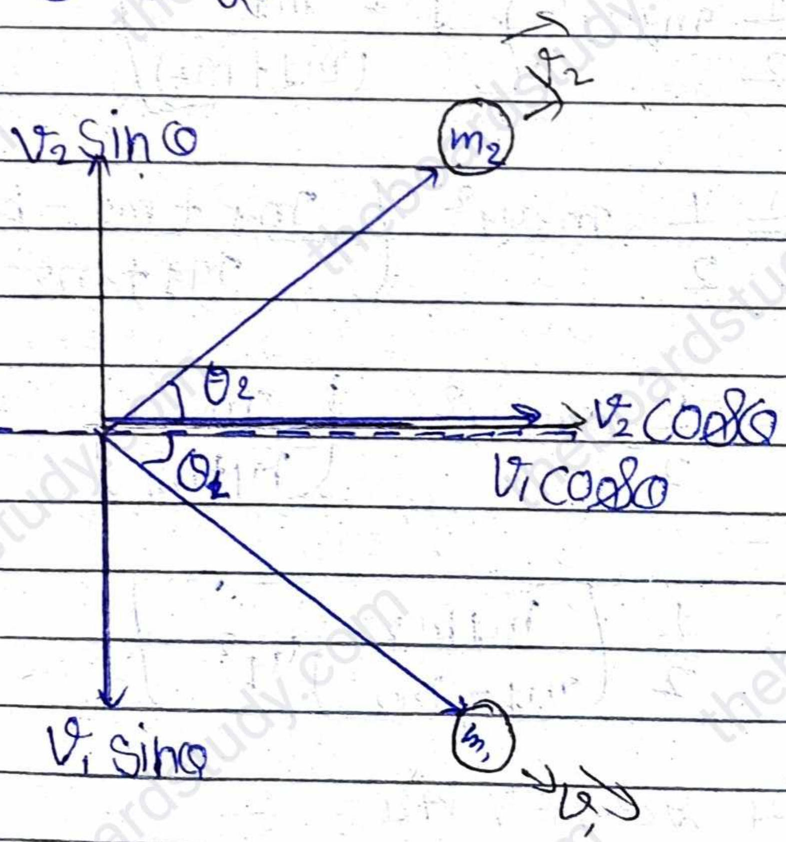
द्विविमीय प्रत्यास्थ संघट्ट :-

माना की द्रव्यमान m_1 का एक पिंड प्रारंभिक वेग u_1 से गतिमान है। तथा वह द्रव्यमान m_2 के एक स्थिर पिंड ($u_2 = 0$) से टकराता है। टक्कर के

उपरांत माना द्रव्यमान m_1 का पिण्ड वेग v_1 अपनी प्रारंभिक गति की दिशा से θ_1 कोण पर विक्षेपित हो जाता है। तथा द्रव्यमान m_2 का पिण्ड वेग v_2 से दिशा से x कोण θ_2 पर गतिमान हो जाता है।



सघंट्ट से पूर्व



प्रत्यास्थ सघंट्ट में संवेग संरक्षित होता है।

x अक्ष के अनुदिश:

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

$m_1u_1 + m_2 \times 0 = m_2 v_2 \cos\theta + m_1 v_1 \cos\theta$

$$\boxed{m_1u_1 = m_1v_1\cos\theta + m_2v_2\cos\theta}$$

y - अक्ष के अनुदिश :

$$\boxed{0 = m_2v_2\sin\theta - m_1v_1\sin\theta}$$

परन्तु प्रत्यास्थ संघट्ट में वस्तु की गतिज ऊर्जा संरक्षित होती है।

संघट्ट के पूर्व कुल गतिज ऊर्जा = संघट्ट के पश्चात कुल गतिज ऊर्जा

$\frac{1}{2} m_1u_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m_2v_2^2 + \frac{1}{2} m_1v_1^2$

$\frac{1}{2} m_1u_1^2 = \frac{1}{2}(m_1v_1^2 + m_2v_2^2)$

$$\boxed{m_1u_1^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2}$$