Chapter ⇒ 6 Date: Page no:

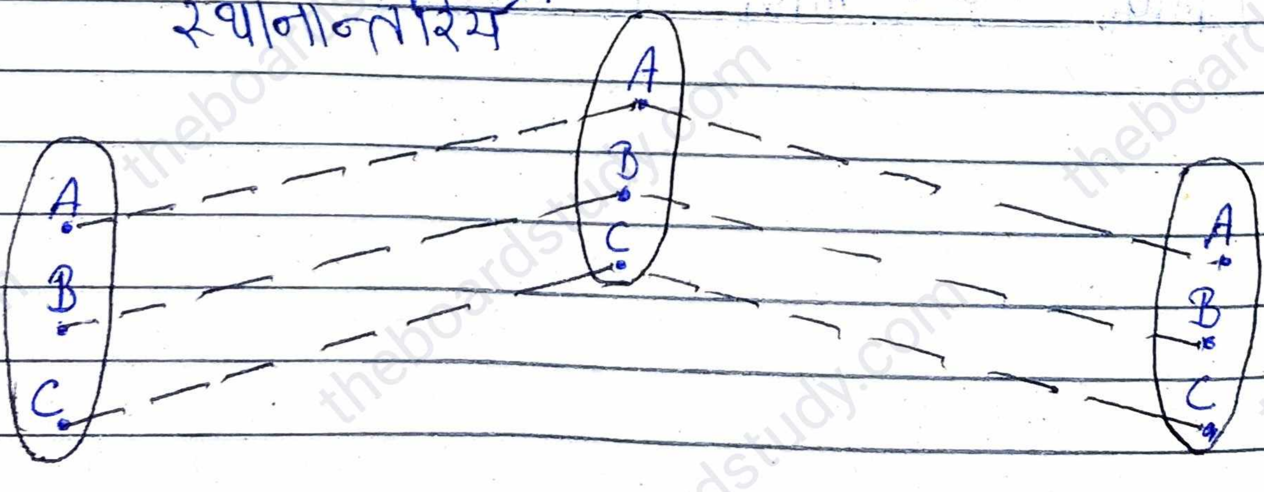
कणों का निकाय एवं घूर्णी गति

~~दृढ़ पिण्ड~~

दृढ़ पिण्ड :- ऐसा पिण्ड जिसके सभी कण दृढ़ता पूर्वक इस प्रकार बंधे हो की बल लगाने पर कणों के मध्य दूरी अपरिवर्तित रहे दृढ़ पिण्ड कहलाता है।

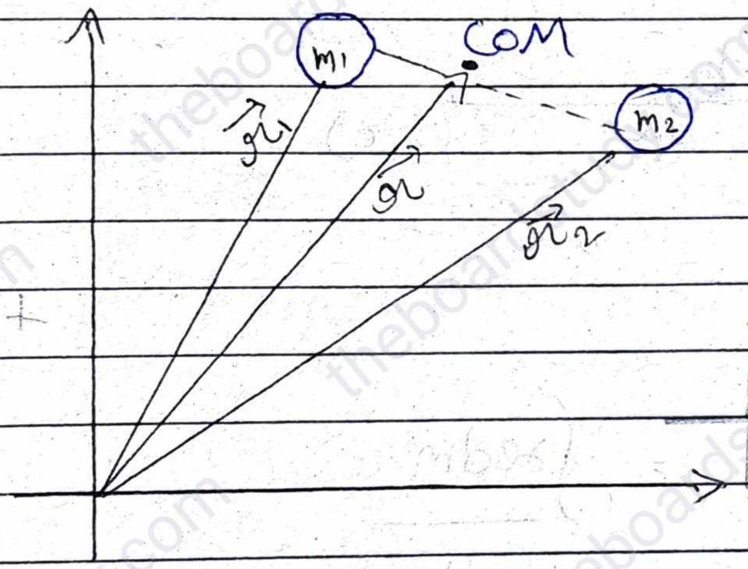
उदा:- प्रकृति में कोई भी पिण्ड पूर्ण रूप से दृढ़ पिण्ड नहीं होता लेकिन व्यवहारिक रूप में पृथ्वी बिलियर्ड की गेंद लोहे का टुकड़ा आदि को दृढ़ पिण्ड मान सकते है।

स्थानान्तरित गति :- ऐसी गति जिसमें ~~गति का प्रत्ये~~ पिण्ड का प्रत्येक कण निश्चित समय में समान दूरी तय करे तो पिण्ड की ऐसी गति ~~स्थानान्तरिक~~ स्थानान्तरिय गति कहलाती है।



द्रव्यमान केन्द्र → (centre of mass)

किसी पिंड अथवा द्रव्यमान कणों के निकाय का द्रव्यमान केन्द्र वह बिंदु होता है जिस पर उस पिंड अथवा कणों के निकाय का संपूर्ण द्रव्यमान केन्द्रीत माना जा सकता है।



$$\vec{r} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2}}{m_1+m_2}$$

$$x \rightarrow \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1+m_2}$$

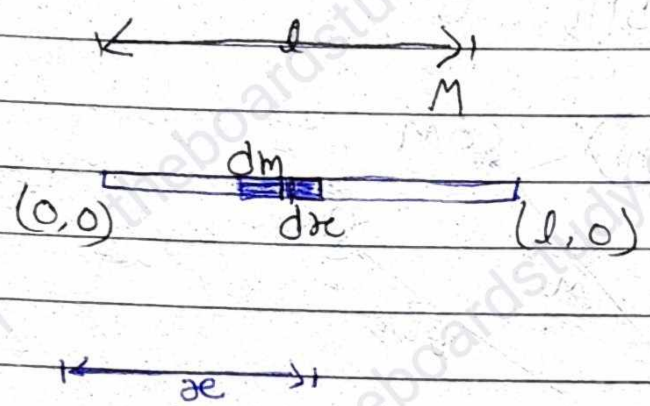
$$y \rightarrow \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1+m_2}$$

$$z \rightarrow \frac{m_1z_1 + m_2z_2}{m_1+m_2}$$

घूर्णन

Que एक समान छड़ ~~व्रण~~ का द्रव्यमान केन्द्र :-

~~Ans~~ मानो कि एक l ~~लम~~ लम्बाई एवं m द्रव्यमान कि एक छड़ है।



$$x_{com} = \frac{\int x\,dm}{\int dm}$$

$$x_{com} = \frac{\int x\,dm}{M} \quad \text{—(1)}$$

परन्तु रैखीय द्रव्यमान घनत्व :

$$\lambda = \frac{M}{l}$$ (प्रति एकांक लम्बाई का द्रव्यमान)

$1m \rightarrow \lambda$

$2m \rightarrow 2\lambda$

$dx \rightarrow dx\lambda$

$dm \rightarrow dx\lambda$

Date: ______ Page no: ______

समी (i) में मान रखने पर

$$x_{com} = \frac{\int x\,dx\,\lambda}{M}$$

$$= \frac{\lambda}{M}\int_0^l x\,dx$$

$$= \frac{\lambda}{M}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^l$$

$$= \frac{\lambda}{M}\left[\frac{l^2}{2} - 0\right]$$

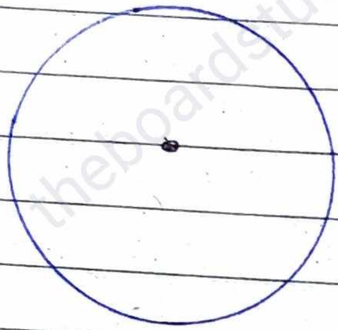
$$x_{com} = \frac{\lambda}{M} \times \frac{l^2}{2}$$

λ का मान रखने पर

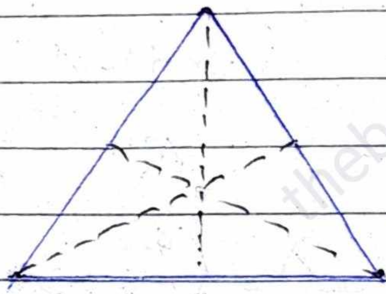
$$x_{com} = \frac{M}{lM}\,\frac{l^2}{2}$$

$$\boxed{x_{com} = \frac{l}{2}}$$

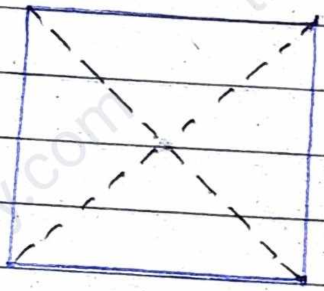
विभिन्न आकृतियों के ~~केन्द्र~~ द्रव्यमान केन्द्र :



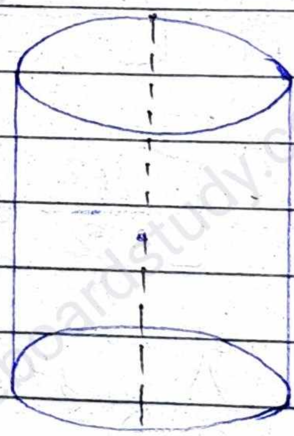
केन्द्र पर



समद्विभाजक के कटाव बिन्दु पर



विकर्णों के कटान बिन्दु पर



बेलन के अक्ष के मध्य बिन्दु पर

घूर्णन गति :

यदि पिण्ड किसी बिंदु पर इस प्रकार टिका है, कि वह इस बिंदु के चारों ओर घूमने के लिए स्वतंत्र हो तो पिण्ड पर बाह्य बल लगाने पर वह बल की दिशा में स्थानान्तरीय ~~गति~~ गति नहीं करता है। बल्कि वह उस बिंदु से होकर जाने वाली अक्ष के परितः घूमने लगता है। पिण्ड की इस गति को घूर्णन गति कहते है।

तथा उस अक्ष को जिसके परितः पिण्ड घूमता है उसे घूर्णन अक्ष कहते है।

उदा: (i) पहिए की गति (ii) पंखे की ब्लेडो की गति। आदि।

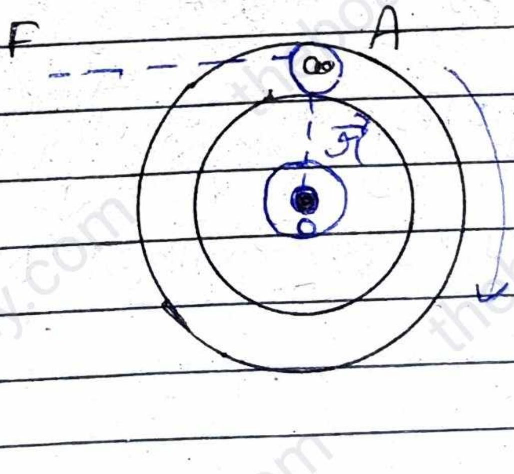
बल आघूर्ण →

किसी बल द्वारा किसी पिण्ड को किसी अक्ष के परित घुमाने के प्रभाव को उस बल का बल आघूर्ण कहते है।

बल आघूर्ण का मापन →

किसी अक्ष के परित बल आघूर्ण बल के परिमाण तथा घूर्णन अक्ष से बल की क्रिया रेखा की लम्बवत दूरी के गुणनफल के बराबर होता है। इसे τ (टाऊ) से प्रदर्शित करते है।

$$\vec{\tau} = \vec{OA} \times \vec{F}$$



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{\tau} = F r \sin\theta$$

मात्रक : Newton × metre

यह एक सदिश राशि है।

theboardstudy.com

Date: Page no:

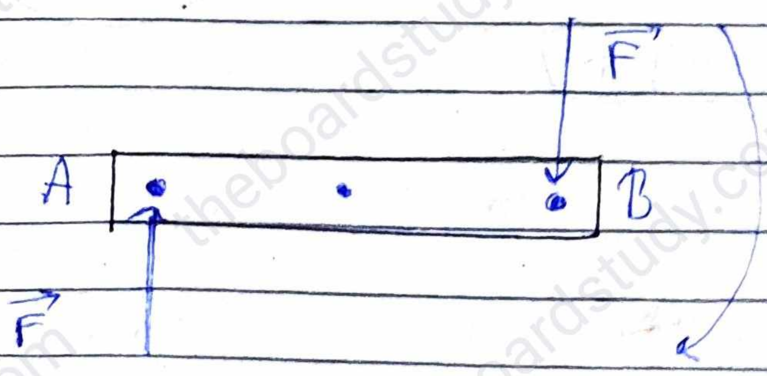
दिशा →
जब पिण्ड को घड़ी की दिशा मे (दक्षिणावर्त) घुमाया जाता है तो बल आघूर्ण ऋणात्मक लेते है एवं जब पिण्ड को घड़ी के विपरित दिशा मे घुमाया जाता है तो बल आघूर्ण धनात्मक लेते है

बल युग्म आघुर्ण किसे कहते है ?

~~Ans~~ बल युग्म आघूर्ण →
जब दो बराबर तथा ~~विपरि~~ विपरीत बल एक साथ किसी पिण्ड पर अलग-अलग बिंदुओ पर आरोपित होते है तो इनका परिणामी बल तो शून्य होता है लेकिन ये बराबर तथा विपरित ~~बल~~ दोनो बल पिंड को एक ही दिशा मे घुमाने की कोशिश करते है, इन बलो को बल युग्म कहते ।

~~बल युग्म आघूर्ण~~

इस प्रकार बल युग्मो मे से किसी एक बल तथा दोनों के बीच की लम्बवत दूरी के गुणनफल को बल युग्म आघूर्ण कहते है।



Date: ______ Page no: ______

बल युग्म आघूर्ण = बल × दोनों बलों के बीच की लम्बवत् दूरी

बल युग्म आघूर्ण = F × AB

मात्रक: न्यूटन × मीटर

विमीय सूत्र : $[ML^2T^{-2}]$

गुरुत्व केन्द्र →

हम जानते है कि गुरुत्व केन्द्र वह बिन्दु है। जिसके चारों ओर भार का एक समान वितरण होता हो गुरुत्वीय केन्द्र कहलाता है।

कोणीय संवेग →

कण के रैखिक संवेग का घूर्णन अक्ष के सापेक्ष आघुर्ण, कण का कोणीय संवेग कहलाता है। इसे "$\vec{L}$" से प्रदर्शित करेंगे।

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$$

$$L = rP\sin\theta$$

मात्रक: मीटर × kg × m/s

Date: Page no:

$= \frac{kg \times m^2}{s}$ = या जूल × सेकण्ड

विमीय सूत्र : $[L][MLT^{-1}] = [ML^2T^{-1}]$

यह एक सदिश राशि है।

कोणीय संवेग संरक्षण का सिद्धांत →

जिस प्रकार कण के रेखिक संवेग में परिवर्तन की दर कण पर आरोपित बल के बराबर होती है ठीक उसी प्रकार घूर्णन गति में कण के कोणीय संवेग में परिवर्तन की दर उस पर आरोपित बल आघूर्ण के बराबर होती है।

उत्पत्ति:

कोणीय संवेग की परिभाषा से :

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$$

समय के सापेक्ष दोनो पक्षो का अवकलन करने पर:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{P})$$

$$= \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} + \vec{P} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$[\because \vec{P} = m\vec{v}]$

Date: ______ Page no: ______

$= \vec{r} \times \vec{F} + (m\vec{v} \times \vec{v})$

[∵ दो समान सदिशो का सदिश गुणन शून्य होता है।]

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}}$

जड़त्व आघूर्ण →

जिस प्रकार प्रत्येक वस्तु मे एक ऐसा गुण होता है जिसके कारण वह अपनी विराम अवस्था अथवा एक समान गति की अवस्था मे परिवर्तन का विरोध करती है। वस्तु के इस गुण को जड़त्व कहते है। इसी प्रकार कोई वस्तु किसी अक्ष के परित: घूम रही हो तो उसमे भी अपनी वर्तमान अवस्था मे परिवर्तन का विरोध करने का गुण होता है। जिसे वस्तु का उस घूर्णन अक्ष के परित: जड़त्व आघूर्ण कहते है।

जड़त्व आघूर्ण का माप →

किसी कण का घूर्णन अक्ष के परित: जड़त्व आघूर्ण उस ~~द्रव्य~~ कण के द्रव्यमान "m" तथा कण के घूर्णन अक्ष से लम्बवत् दूरी "r" के वर्ग के गुणनफल के बराबर होता है। इसे "I" से प्रदर्शित करते है।

Date: ______ Page no: ______

$I = mr^2$

मात्रक : $kg \times m^2$

विमीय सूत्र : $[ML^2T^0]$

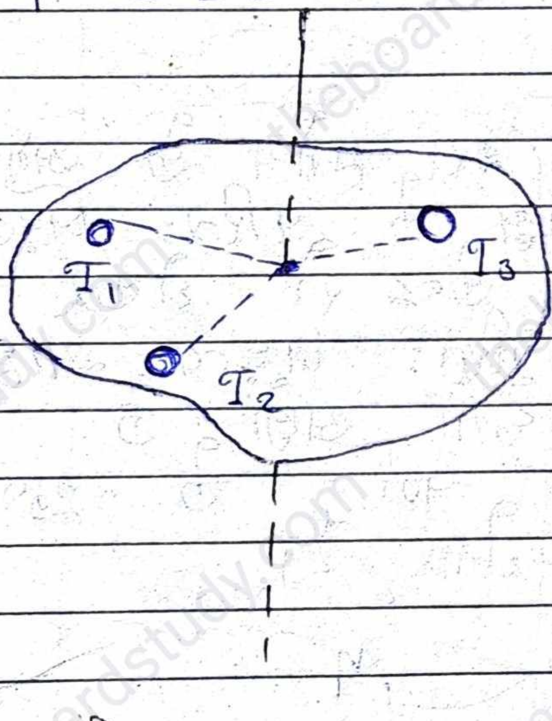
यह एक अदिश राशि है।

Que जड़त्व और जड़त्व आघूर्ण में अन्तर ?

~~Ans~~ जड़त्व	जड़त्व आघूर्ण
1. इसका महत्व रेखिक गति में होता है।	इसका महत्व घूर्णी गति में होता है।
2. जड़त्व किसी वस्तु का वह गुण है जो रेखिक गति में वस्तु की अवस्था परिवर्तन का विरोध करता है।	जड़त्व आघूर्ण किसी वस्तु का वह गुण है जो घूर्णी गति में वस्तु की अवस्था परिवर्तन का विरोध करता है।
3. किसी वस्तु का जड़त्व केवल उसके द्रव्यमान पर निर्भर करता है।	किसी वस्तु का जड़त्व आघूर्ण उसके द्रव्यमान तथा घूर्णन अक्ष के सापेक्ष द्रव्यमान वितरण पर निर्भर करता है।
4. किसी एक वस्तु का जड़त्व नियत रहता है।	किसी एक वस्तु का जड़त्व आघूर्ण भिन्न भिन्न घूर्णन अक्षों के सापेक्ष भिन्न-भिन्न होता है।

Date: ______ Page no: ______

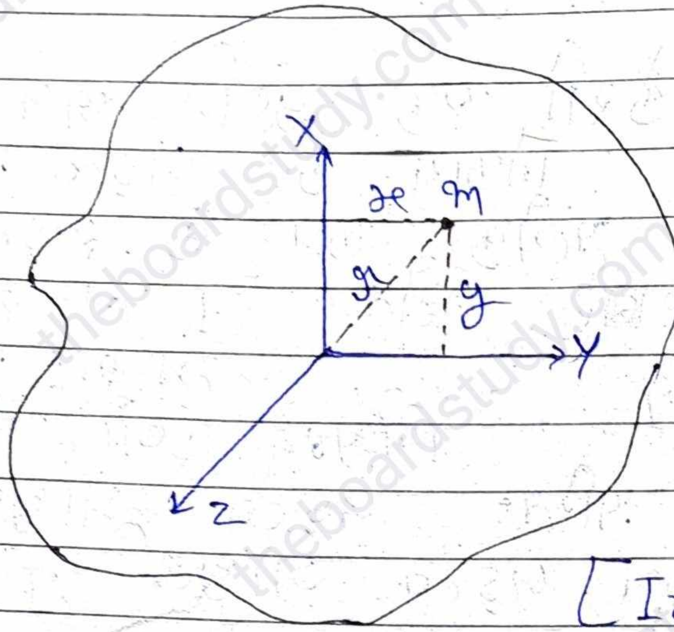
1. संयोग की प्रमेय :→ किसी एक घूर्णन अक्ष के परितः अनेक कणों से बने निकाय का जड़त्व आघूर्ण उस अक्ष के परितः प्रत्येक कण के जड़त्व आघूर्ण के योग के बराबर होता है। तो इस प्रकार यदि क्रमशः निकाय के I_1, I_2, I_3 ... विभिन्न कणों के एक ही घूर्णन अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण है। तो निकाय का कुल जड़त्व आघूर्ण $I = I_1 + I_2 + I_3 + ...$



2. लम्बवत् अक्ष प्रमेय :

लम्बवत अक्ष प्रमेय के ~~साथ~~ अनुसार किसी पिण्ड के तल में स्थित दो परस्पर लम्बवत् अक्षों के परितः पिण्ड के जड़त्व आघूर्ण का योग उस तीसरे अक्ष के परितः पिण्ड के जड़त्व आघूर्ण के बराबर होता है। जो उन दोनों अक्षों के लम्बवत् होती है। तथा उनके कटान बिन्दु से होकर गुजरती है।

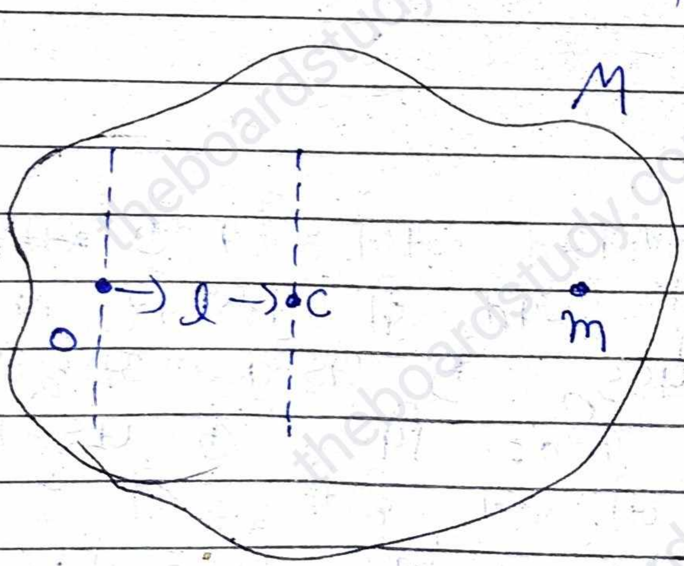
Date: ______ Page no: ______



$[I_z = I_x + I_y]$

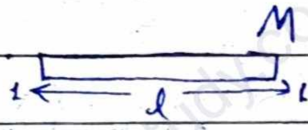
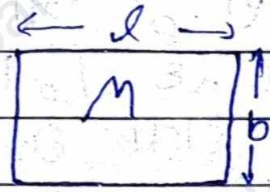
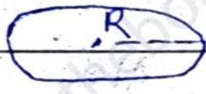
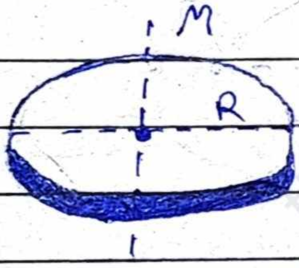
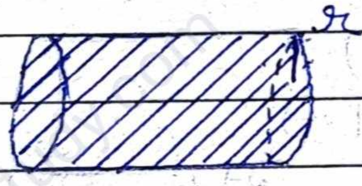
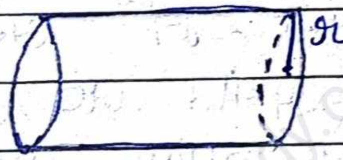
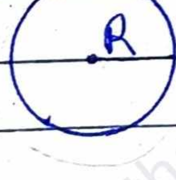
समान्तर अक्ष प्रमेय:

इस प्रमेय के अनुसार किसी पिंड का एक दी हुई अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण उस पिण्ड के द्रव्यमान केन्द्र से होकर गुजरने वाली समान्तर अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण तथा पिण्ड के द्रव्यमान और दोनों अक्षों के बीच की लम्बवत् दूरी के वर्ग के गुणनफल के योग के बराबर होता है।



$[I_o = I_c + Ml^2]$

विभिन्न प्रकार की आकृतियों के जड़त्व आघूर्ण :

नाम	आकृति	जड़त्व आघूर्ण
1. एक समान पतली छड़		$I = \frac{Ml^2}{12}$
2. ठोस आयताकार प्लेट		$I = \frac{M(l^2+b^2)}{12}$
3. वृत्ताकार रिंग (वलय)		$I = MR^2$
4. वृत्ताकार डिस्क (चकती) :		$I = \frac{1}{2} MR^2$
5. ठोस बेलनाकार छड़		$I = \frac{1}{2} Mr^2$
6. खोखला बेलनाकार छड़		$I = MR^2$
7. ठोस गोला :		$I = \frac{2}{5} MR^2$
8. खोखला गोला		$I = \frac{2}{3} MR^2$

theboardstudy.com