Chapter → 9

Date: ______ Page no: ______

तरलों के यांत्रिक गुण

तरल दाब → तरल द्वारा किसी तल के एकांक क्षेत्रफल पर लम्बवत लगने वाले बल को तरल दाब कहते है। इसे p से दर्शाते है।

$$p = \frac{F}{A}$$

मात्रक:- न्यूटन/मी^{2} या पास्कल (Pa)

विमीय सूत्र $\frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}]$

यह एक अदिश राशि है।

दाब के अन्य मात्रक:-

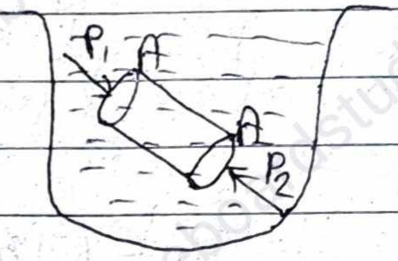
(i) 1 बार (bar) = 10^5 पास्कल

(ii) 1 टॉर (torr) = 133.322 पास्कल

(iii) वायुमण्डलीय दाब = 1.013×10^5 पास्कल = 760 mm पारा स्तम्भ

पास्कल का नियम → पास्कल के नियमानुसार यदि किसी घिरे हुए तरल पर कहीं भी बाहर से दाब लगाया जाता है। तो यह दाब सभी दिशाओं में समान तथा बिना कमी के संचरित हो जाता है।

पास्कल के नियम की व्युत्पत्ति → माना की एक द्रव से भरे बर्तन में एक काल्पनिक बेलन है जिसके अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A है तब द्रव्य द्वारा बेलन के एक हिस्से पर दाब:



$P_1 = \frac{F_1}{A} \Rightarrow F_1 = P_1 A$

जिसके दूसरे हिस्से पर दबाव :

$P_2 = \frac{F_2}{A} \Rightarrow F_2 = P_2 A$

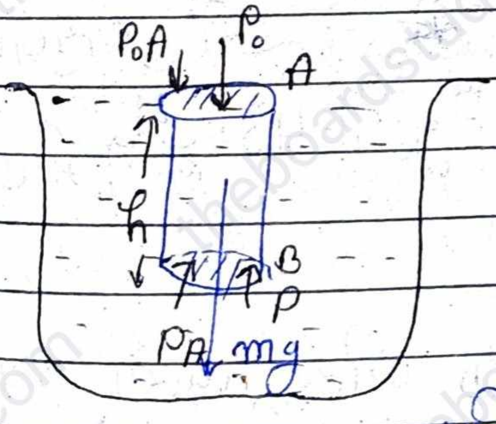
द्रव संतुलन की स्थिति में :

$F_1 = F_2$

तब $P_1 A = P_2 A$

$$\boxed{P_1 = P_2}$$

तरल में किसी गहराई में दाब →



हम जानते है

$P = \frac{F}{A}$

$F = PA$

यदि तरल संतुलन की स्थिति में हो तो

$PA = P_0 A + mg \quad -①$

यदि द्रव का घनत्व ρ हो तो :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = V\rho$$

$$m = (Ah)\rho$$

समी (1) में मान रखने पर

$$PA = P_0A + mg$$

$$PA = P_0A + Ah\rho g$$

$$PA = A(P_0 + h\rho g)$$

$$\boxed{P = P_0 + \rho g h}$$

$$\boxed{P - P_0 = \rho g h}$$ Ans

बैरोमीटर

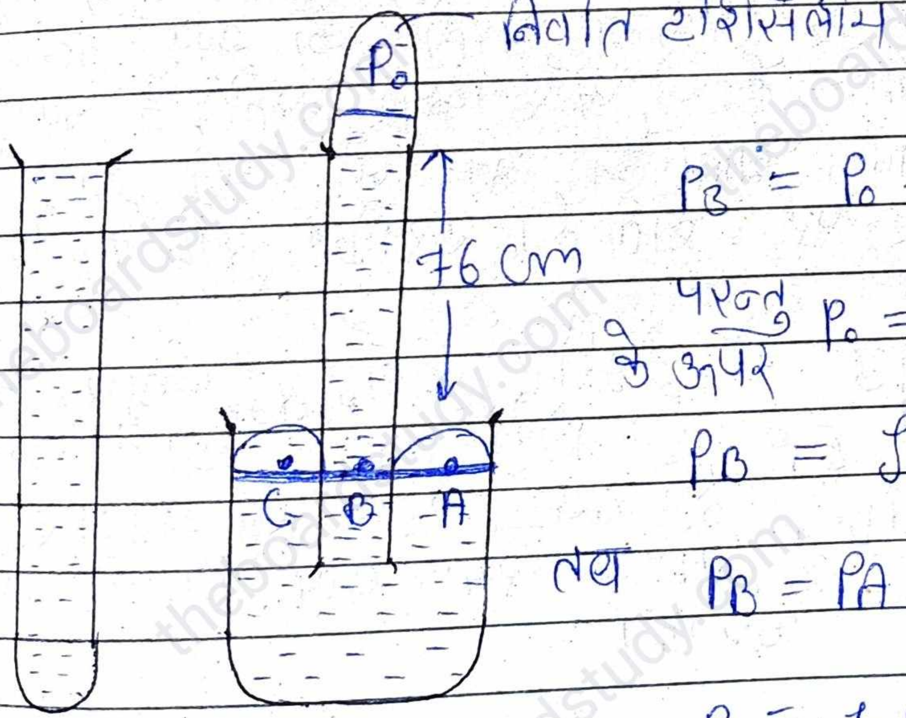
बैरोमीटर → वह यंत्र जिसके द्वारा वायुमण्डलीय दाब नापा जाता है। उसे वायुदाब मापीय या बैरोमीटर कहते हैं। सन 1643 में इटली के वैज्ञानिक टॉरीसेली ने बैरोमीटर की रचना की।

<u>रचना</u> → इसके लिए लगभग एक मीटर लम्बी तथा आधा सेंटी मीटर व्यास की काँच की एक मोटी नली लेते हैं। जिसका एक सिरा बंद रहता है।

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

नली को पूर्णतः शुद्ध पारे से इस तरह भरते हैं कि उसमें वायु का एक भी बुलबुला शेष न रहे। अब उसके खुले सिरे को अंगूठे से बंद करके पारे के पात्र में उलटकर इस प्रकार डुबाते हैं की वह सीधा खड़ा रहे। अंगूठा हटाने पर नली में पारे का तल गिरकर ~~एकाएक~~ अचानक एक निश्चित ऊंचाई (लगभग 76 सेंटीमीटर) पर स्थिर हो जाता है। पारे के इस स्तंभ का दाब वायुमण्डलीय दाब से संतुलित हो जाता है। इस स्तंभ की ऊंचाई से ही वायुमण्डलीय दाब ज्ञात कर लेते हैं। नली में पारे के तल से ऊपर दूसरे सिरे तक निर्वात होता है। जिसे टॉरीसैलीय निर्वात कहते हैं।



$$P_B = P_0 + \rho g h$$

परन्तु $P_0 = 0$ क्योंकि इस बिन्दु के ऊपर निर्वात है।

$$P_B = \rho g h$$

तब $P_B = P_A = \rho g h$

$$P = 1.013 \times 10^5 \text{ Pascle}$$

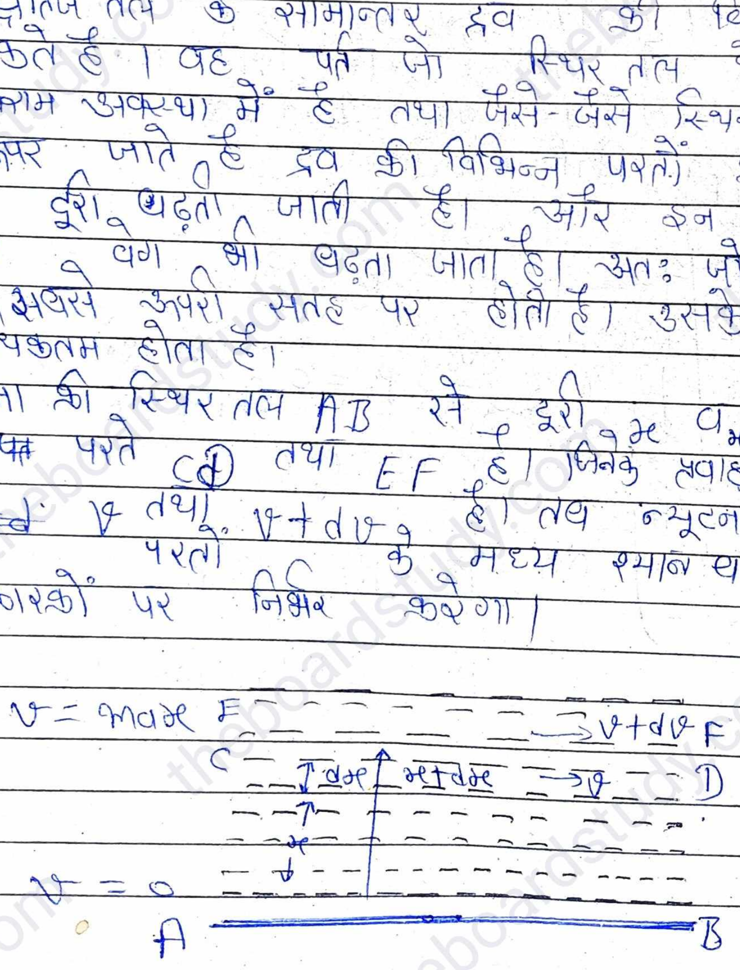
Date: ______ Page no: ______

☆ श्यानता (viscosity) → ~~किसी तरल का गुण~~

~~क्रमागत परतों के बी~~ किसी द्रव या गैस की दो क्रमागत परतों के बीच उनकी आपेक्षिक गति का विरोध करने वाले घर्षण बल को श्यान बल कहते है। एवं तरल के इस गुण को श्यानता कहते है।

☆ श्यानता गुणांक → माना ~~कि~~ कोई स्थील ~~है~~ स्थिर क्षैतिज तल AB पर कोई द्रव अत्यन्त धीमी गति से बह रहा है। तब चित्र में हम क्षैतिज तल के समान्तर द्रव की विभिन्न परते मान सकते है। वह परत जो स्थिर तल के संपर्क में है। विराम अवस्था में है तथा जैसे-जैसे स्थिर तल AB से ऊपर जाते है द्रव की विभिन्न परतों की इस तल से दूरी बढ़ती जाती है। और इन परतों के प्रवाह का वेग भी बढ़ता जाता है। अतः जो परत द्रव की सबसे ऊपरी सतह पर होती है। उसके प्रवाह का वेग अधिकतम होता है।

माना की स्थिर तल AB से दूरी x व $x+dx$ ऊपर क्रमशः ~~पर~~ परते CD तथा EF है। जिनके प्रवाह का वेग क्रमशः ~~b+d~~ v तथा $v+dv$ है। तब न्यूटन के अनुसार इन परतों के मध्य श्यान बल नि॰लि॰ तीन कारकों पर निर्भर करेगा।



(i) F ∝ A (A

(ii) F ∝ dv (

(iii) $F \propto \frac{1}{dx}$

तब सभी को

$F \propto \frac{A}{}$

$F = -\eta$

जहाँ η - एक

एवं $\frac{dv}{dx} =$

ऋणात्मक चिन्ह

के विपरीत कार्य

श्यानता गुणांक

सभी (1)

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

(i) $F \propto A$ (A - पर्तों का क्षेत्रफल)

(ii) $F \propto dv$ (dv - पर्तों का सापेक्षिक वेग)

(iii) $F \propto \frac{1}{dx}$ (dx - दो क्रमागत पर्तों के बीच दूरी)

तब सभी को मिलाकर लिखने पर

$$F \propto \frac{A\,dv}{dx}$$

$$F = -\eta A \frac{dv}{dx}$$

जहाँ η - एक नियतांक है जिसे श्यानता गुणांक कहते हैं।
एवं $\frac{dv}{dx}$ = वेग प्रवणता।

ऋणात्मक चिन्ह यह दर्शाता है कि श्यान बल द्रव की गति के विपरीत कार्य कर रहा है।

श्यानता गुणांक की परिभाषा -)

$$F = \eta A \frac{dv}{dx} \quad -(1)$$

यदि $A = 1\,m^2$

$\frac{dv}{dx} = 1\,s^{-1}$

समी (1) से $\boxed{F = \eta}$

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

अतः किसी द्रव का श्यानता गुणांक उस द्रव के एकांक क्षेत्रफल वाली दो पर्तों के बीच आवश्यक उस बाह्य बल के बराबर होता है। जो परतों के बीच एकांक प्रवणता बनाये रखे।

श्यानता गुणांक का मात्रक:

$$F = \eta A \frac{dv}{dx}$$

$$\eta = \left(\frac{F \cdot dx}{A \cdot dv}\right)$$

$$= \frac{\text{Newton} \times \text{meter}}{\text{meter} \times \frac{\text{meter}}{\text{sec}}}$$

$$= \frac{\text{Newton} \times \text{sec}}{m^2}$$

$$= \frac{N}{m^2} \times \text{se} = \text{Pascle} \times \text{sec}$$

विमीय सूत्र: $\frac{[MLT^{-2}][T]}{[L^2]}$

$[ML^{-1}T^{-1}]$

[C.G.S मात्रक ; प्वॉइज]

Date: ______ Page no: ______

स्टोक्स का नियम :

स्टोक्स के नियमानुसार यदि कोई गोला किसी श्यान माध्यम में एक नियत वेग से गति करता है तो गोले पर उसकी गति की दिशा के विपरित श्यान बल कार्य करने लगता है। जिसका परिमाण गोले की त्रिज्या, गोले की चाल तथा माध्यम की श्यानता पर निर्भर करता है।

माना कि गोले की त्रिज्या r माध्यम का श्यानता गुणांक η तथा गोले कि नियत चाल v तो श्यान बल F का परिमाण

$$F \propto r$$
$$F \propto v$$
$$F \propto \eta$$

सभी को मिलाकर लिखने पर

$$F \propto r\eta v$$

$$F = 6\pi r\eta v$$

स्टोक्स के नियम की शर्तें →

i) गोले का आकार अत्यन्त सूक्ष्म होना चाहिए तथा गोला दृढ़ एंव चिकना होना चाहिए।

ii) गोले का वेग द्रव प्रवाह के क्रांतिक वेग से कम होना चाहिए।

iii) द्रव समांगी तथा श्यान होना चाहिए।

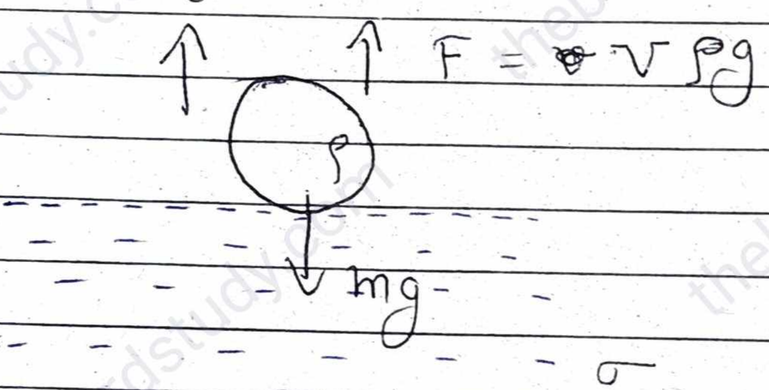
theboardstudy.com

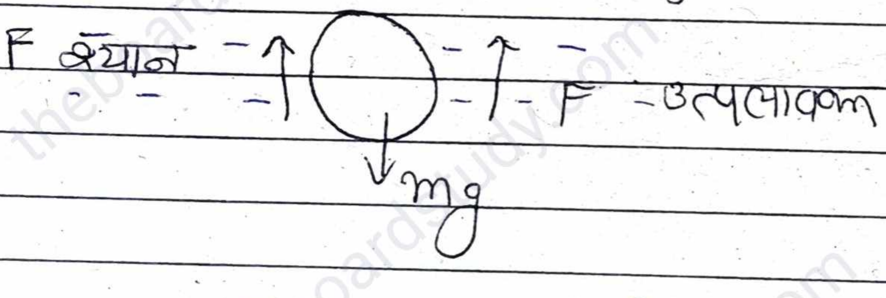
Date: ______ Page no: ______

★ सीमांत वेग → जब किसी सूक्ष्म गोले को किसी श्यान द्रव में ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिराया जाता है तो प्रारंभ में गोले पर लगने वाले गुरुत्वीय बल के कारण उसमें त्वरण उत्पन्न होता है। जिससे उसका वेग बढ़ता जाता है। परन्तु दूरी नीचे गिरने के बाद उसका वेग ~~नियत~~ नियत हो जाता है। और फिर गोला इसी नियत वेग से द्रव में गिरता है। इस नियत वेग को सीमांत वेग कहते हैं।

(अत्यन्त वेग)

$F = 6\pi\eta r v$





माना कि एक r त्रिज्या व ρ घनत्व वाली वस्तु v वेग से ऊर्ध्वाधर पृथ्वी की ओर गतिमान है तब

$$F_{\text{श्यान बल}} + F_{\text{उत्प्लावक}} = mg$$

$$6\pi\eta r v + V\rho g = mg$$

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

$\left[\because \sigma = \frac{m}{V}\right.$

$\left. m = V\sigma \right]$

$6\pi\eta r v + V\rho g = V\sigma g$

$6\pi\eta r v = V\sigma g - V\rho g$

$6\pi\eta r v = Vg(\sigma - \rho)$

$\left[\because V = \frac{4}{3}\pi r^3\right]$

$6\pi\eta r v = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\sigma - \rho)$

$3\eta v = \frac{2}{3} r^2 g(\sigma - \rho)$

$$\boxed{v = \frac{2 r^2}{9\eta} g(\sigma - \rho)}$$

यदि

theboardstudy.com

Date: Page no:

धारा रेखीय प्रवाह → जब कोई तरल इस प्रकार बहता है कि उसका कोई भी कण ठीक उसी मार्ग पर गति करता है जिस मार्ग पर उससे पहले वाला कण चलकर आगे बढ़ चुका है तो तरल के प्रवाह को धारा रेखीय प्रवाह कहते हैं।

★ क्रांतिक वेग → किसी तरल के प्रवाह का वह अधिकतम वेग जब तक की उसका प्रवाह धारा रेखीय रहता है। क्रांतिक वेग कहलाता है।

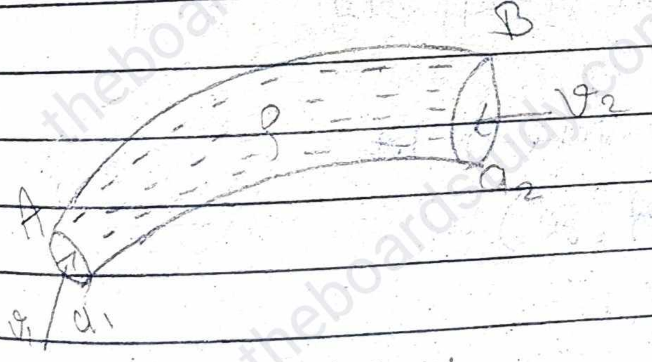
★ विक्षुब्ध प्रवाह → यदि तरल के प्रवाह का वेग क्रांतिक वेग से अधिक होता है तो किसी भी बिन्दु से गुजरने वाले तरल के कणों की दिशा निश्चित नहीं रहती इस प्रवाह को विक्षुब्ध प्रवाह कहते हैं।

धारा रेखीय प्रवाह	विक्षुब्ध प्रवाह
i) किसी बिन्दु से गुजरने वाले प्रत्येक कण का वेग परिमाण व दिशा में समान रहता है।	किसी बिन्दु से गुजरने वाले प्रत्येक कण का वेग भिन्न-भिन्न हो सकता है।
ii) द्रव के प्रवाह का वेग, क्रान्तिक वेग से कम होता है।	द्रव के प्रवाह का वेग, क्रान्तिक वेग से अधिक होता है।
iii) कणों का मार्ग सरल रेखीय या वक्रीय होता है।	कणों का मार्ग अनियमित तथा टेढ़ा-मेढ़ा होता है।
iv) प्रत्येक बिन्दु पर तरल का दाब तथा घनत्व नियत रहते हैं।	प्रत्येक बिन्दु पर तरल का दाब तथा घनत्व नियत नहीं रहते हैं।

theboardstudy.com

1) किसी बिन्दु से गुजरने वाले प्रत्येक कण का वेग तथा मार्ग वही होता है जो उसके ठीक पहले वाले कण का था	किसी बिन्दु से गुजरने वाले विभिन्न कणों के वेग तथा मार्ग भिन्न - भिन्न हो सकते है।
उदा॰ शान्त नदी में जल का प्रवाह	उदा॰ नल की टोंटी से निकलते जल का प्रवाह

★ ~~सातत्य~~ सातत्य समीकरण → इसे अविरतता समीकरण भी कहते है। इस समीकरण के अनुसार यदि कोई आदर्श द्रव (असम्पीड़ीय तथा अश्यान) किसी असमान अनुप्रस्थ परिच्छेद वाली नली में धारा रेखीय प्रवाह में बह रहा हो तो नली के प्रत्येक स्थान पर उसके अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल ~~तथा~~ तथा द्रव प्रवाह के वेग का गुणनफल नियत रहता है।



$a_1 v_1 = a_2 v_2$

$a v =$ नियत

प्रवाहित तरल की ऊर्जा → जब कोई तरल एक स्थान से दूसरे स्थान तक बहता है तो उसमें निम्नलिखित तीन ऊर्जाएँ होती है।

(i) गतिज ऊर्जा (ii) स्थितिज ऊर्जा (iii) दाब ऊर्जा

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

(i) गतिज ऊर्जा →

द्रव्य की गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} mv^2$

तथा एकांक आयतन की गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} \frac{mv^2}{V}$ $\left[\because \rho = \frac{m}{V}\right]$

$= \frac{1}{2} \rho v^2$

(ii) स्थितिज ऊर्जा →

तरल की स्थितिज ऊर्जा $= mgh$

तथा तरल के एकांक आयतन की स्थितिज ऊर्जा $= \frac{m}{V} gh$

$\left[\rho = \frac{m}{V}\right]$

$= \rho gh$

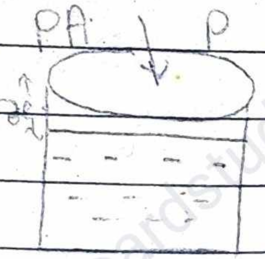
(iii) दाब ऊर्जा →

तरल दाब द्वारा किया गया कार्य

= बल × विस्थापन

$= P (A \cdot x)$

$= PV$



एकांक आयतन की दाब ऊर्जा $= \frac{PV}{V}$

$= P$

$P = \frac{F}{A}$

$PA = F$

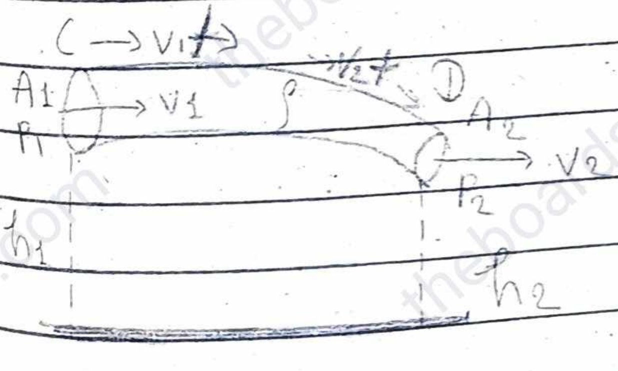
बरनौली की प्रमेय :-

बरनौली की प्रमेय के अनुसार यदि कोई आदर्श द्रव (~~असम्पी~~ असम्पीड्य तथा ~~स्थिर~~ स्थान) एक स्थान से दूसरे स्थान तक किसी घर्षण रहित नली में धारा रेखीय प्रवाह में बिना किसी अवरोध के बहता है। तो उसके एकांक आयतन की सम्पूर्ण ऊर्जा नियत रहती है।

गणितीय रूप में :- सम्पूर्ण ऊर्जा = नियत

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + P = \text{नियत}$$

उत्पत्ति :- चित्रानुसार असमान अनुप्रस्थ परिच्छेद वाली नली CD में कोई आदर्श द्रव धारा रेखीय प्रवाह में बह रहा है माना कि नली के सिरे C का अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल A_1 है। तथा सिरे C पर द्रव का वेग V_1 है, द्रव का दाब P_1 तथा धरातल से h_1 ऊँचाई पर है। नली के D पर अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A_2, द्रव का वेग V_2, दाब P_2 तथा धरातल से ऊँचाई h_2 है।



Date: Page no:

सातत्य समीकरण

C हिस्से से t सेकण्ड में जितना द्रव प्रवेश करेगा =

D हिस्से से t सेकण्ड में बाहर आने वाला द्रव

$$A_1V_1t = A_2V_2t = \frac{m}{\rho} \quad -(1)$$

गतिज ऊर्जा में वृद्धि

$$K.E. = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad -(2)$$

स्थितिज ऊर्जा में कमी

$$U = mgh_1 - mgh_2$$

$$U = mg(h_1 - h_2) \quad -(3)$$

दाब द्वारा किया गया कार्य :

कार्य = बल × विस्थापन

$$= P_1A_1 \times v_1t$$

$$= P_1A_1v_1t$$

$$= P_1\frac{m}{\rho}$$

Date: ______ Page no: ______

तथा ② परिच्छेद पर किया गया कार्य:

$= P_2 A_2 v_2 t$

$= P_2 \frac{m}{\rho}$

तथा द्रव पर कुल कार्य $= W_1 - W_2$

$= P_1 \frac{m}{\rho} - P_2 \frac{m}{\rho}$

$= \frac{m}{\rho} (P_1 - P_2)$

ऊर्जा संरक्षण का सिद्धांत →

गतिज ऊर्जा में वृद्धि = स्थितिज ऊर्जा में कमी + द्रव द्वारा किया गया कार्य

$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = mg(h_1 - h_2) + \frac{m}{\rho}(P_1 - P_2)$

$m \left[\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} v_1^2 \right] = m \left[g(h_1 - h_2) \right] + \left[\frac{1}{\rho} (P_1 - P_2) \right]$

$\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} v_1^2 = gh_1 - gh_2 + \frac{P_1 - P_2}{\rho}$

$\frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \rho g h_1 - \rho g h_2 + P_1 - P_2$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + ~~gh~~ \rho g h_2 + P_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1$$

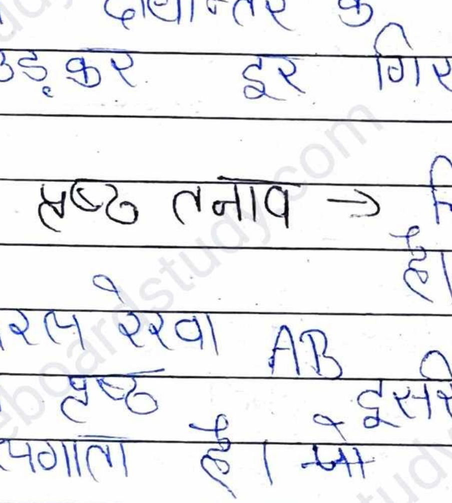
अतः
$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + P = \text{नियत}$$

तेज आँधी में टीन (चद्दर) की छतों का उड़ जाना

जब आँधी में वायु बहुत तीव्र वेग से टीन की छत के ऊपर से प्रवाहित होती है तो बरनौली के प्रमेय अनुसार छत की ऊपर की वायु का दाब P_1 वायुमण्डलीय दाब से बहुत कम हो जाता है। जबकि छत के नीचे का दाब P_2 में कोई परिवर्तन नहीं होता। अतः इस दाबान्तर के कारण टीन की छते ऊपर उड़कर दूर गिर जाती है।

पृष्ठ तनाव →

चित्र में किसी द्रव का मुक्त पृष्ठ प्रदर्शित है जिस पर किसी भी दिशा में एक सरल रेखा AB खींची गई है। इस रेखा के एक ओर का पृष्ठ दूसरी ओर के पृष्ठ पर आकर्षण बल लगाता है। ~~जो द्रव के पृष्ठ तल में~~



$$T = F/l$$

यदि $l = 1m$

तब $T = F$

theboardstudy.com

Date: ______ Page no: ______

परिभाषा → अतः किसी द्रव का पृष्ठ तनाव वह बल है जो कि द्रव के पृष्ठ पर खींची गई किसी काल्पनिक रेखा की एकांक लम्बाई पर पृष्ठ के तल में तथा रेखा के लम्बवत लगता है।

मात्रक: Newton / meter

विमीय सूत्र : $[MLT^{-2}]$

$$[t] = [ML^{\circ}T^{-2}]$$

\# संसंजक → एक ही पदार्थ के अणुओं के मध्य लगने वाले आकर्षण बल को ससंजक बल कहते है।

\# आसंजक → दो विभिन्न प्रकार के पदार्थों के अणुओं के मध्य लगने वाले आकर्षण बल को आसंजक बल कहते है।

theboardstudy.com