Date: / / Page no: 1

Chapter:- 1 Unit:- 1st

वैद्युत आवेश एवं क्षेत्र

Que:- विद्युत किसे कहते है ? ये कितने प्रकार की होती है ।

उत्तर :- विद्युत :- किसी पदार्थ की वह ऊर्जा जिसके कारण वह हल्की वस्तुओ को अपनी ओर आकर्षित करती है उस ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा या केवल विद्युत कहते है ।

उस वस्तु को भी हल्की हल्की वस्तुओ को अपनी ओर आकर्षित करता है, आवेशित वस्तु कहते है ।

चूंकि यह आवेश घर्षण से उत्पन्न होता है, इसे घर्षण विद्युत भी कहते है ।

विद्युत को दो भागो मे विभाजित किया है :-

(i) स्थिर विद्युत (ii) धारा विद्युत

(i) स्थिर विद्युत :- यह विद्युत की वह शाखा है जिसमे स्थिर आवेशो के गुणो के बारे मे अध्ययन किया जाता है । स्थिर विद्युत कहलाती है ।

(ii) धारा विद्युत :- यह विद्युत की वह शाखा है जिसके अन्तर्गत गतिशील आवेशो के गुणो का अध्ययन किया जाता है धारा विद्युत कहलाती है ।

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 2

Q.2: धनावेश एवं ऋणावेश की परिभाषा लिखिए एवं समझाइये।

उत्तर:- वैज्ञानिक बेंजामिन फ्रैंकलिन के अनुसार आवेश दो प्रकार के होते हैं-
(i) धनावेश (ii) ऋणावेश

(i) धनावेश :- किसी पदार्थ पर प्रोटोनो की अधिकता को धनावेश कहते है।

(ii) ऋणावेश :- किसी पदार्थ पर इलेक्ट्रोनो की अधिकता को ऋणावेश कहते है।

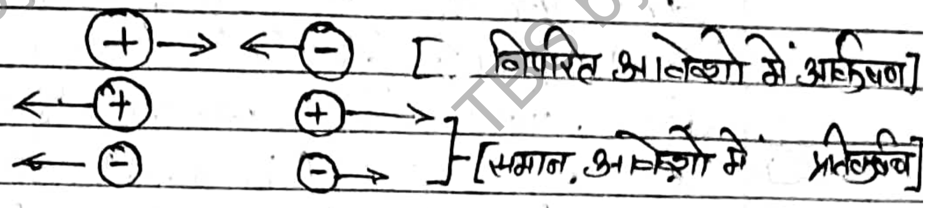
विशेष :- (i) आवेश का S.I. मात्रक कूलोम (C) होता है
(ii) CGS मात्रक स्थैत कूलोम होता है
(iii) विमीय सूत्र :- $[M^0L^0TA]$ या $[AT]$
(iv) एक इलेक्ट्रोन के आवेश को मूल आवेश कहते है $[1e^- = 1.6\times10^{-19}C]$
(v) प्रोटोन पर धनावेश होता है $[1P = 1.6\times10^{-19}C]$
(vi) $e^- = P$ [पदार्थ उदासीन]
$e > P$ [ऋणावेश]
$e < P$ [धनावेश]

Q.3:- आवेशो के गुणो को समझाइये।
अथवा
निम्न को समझाइये :-
(i) आवेश संरक्षण का नियम।
(ii) आवेश का क्वांटीकरण।

उत्तर:- आवेशो के गुण निम्नलिखित है :-

Date: / / Page no: 3

1. सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते है एवं विजातीय आवेश एक दूसरे को आकर्षित करते है।



2. आवेशों में बहने (प्रवाहित) होने का गुण पाया जाता है।
3. आवेशों में योज्य प्रकृति का गुण पाया जाता है अर्थात आवेशों को समान्य बीजगणीत द्वारा जोड़ा या घटाया जा सकता है।
4. आवेश संरक्षण का नियम :- इस नियमानुसार "आवेश को न तो उत्पन्न किया जा सकता है, और न ही नष्ट किया जा सकता है, इसे केवल एक पदार्थ से दूसरे पदार्थ में स्थानान्तरित किया जा सकता है।"
5. आवेश का क्वांटीकरण :- प्रत्येक पदार्थ पर आवेश की मात्रा सदैव एक इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा के पूर्ण गुणज के रूप में होती है। इसे ही आवेश का क्वांटीकरण कहते है।

अर्थात किसी भी पदार्थ पर आवेश की मात्रा $1e, 2e, 3e, 4e \ldots$ आदि होती है परन्तु पदार्थ पर $\frac{e}{2}, \frac{5e}{2}, \frac{3e}{2}, \ldots$ आदि नहीं होती है।

अतः पदार्थ पर आवेश की मात्रा :-

$$Q = \pm ne$$

जहाँ : $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$ | $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

Date: / / Page no: 4.

Q.4:- आवेश उत्पत्ति के इलेक्ट्रानिक सिद्धान्त लिखिए ?

उत्तर:- हम जानते है कि संसार का प्रत्येक पदार्थ अणुओं से मिलकर बने होते है तथा अणु, परमाणु से, तथा परमाणु इलेक्ट्रान, प्रोटोन एवं न्यूट्रॉन से मिलकर बने होते है। वे इलेक्ट्रान जो नाभिक के अत्यन्त निकट परिक्रमा करते है उन्हें बद्ध (bounded) इलेक्ट्रॉन कहते है तथा जो इलेक्ट्रॉन नाभिक से बहुत अधिक दूरी पर होते है उन पर नाभिक का आकर्षण बल बहुत कम होता है अतः यह आसानी से परमाणु को छोड़कर बाहर चले जाते है। इन इलेक्ट्रोनो को मुक्त (free) इलेक्ट्रॉन कहते है।

जब एक पदार्थ को दूसरे पदार्थ पर रगड़ा जाता है तो पहले पदार्थ से इलेक्ट्रॉन निकलकर, दूसरे पदार्थ मे चले जाते है जिसके फलस्वरूप पहले पदार्थ मे इलेक्ट्रानो की कमी तथा दूसरे पदार्थ मे इलेक्ट्रानो की अधिकता हो जाती है अतः पहला पदार्थ धनावेशित एवं दूसरा पदार्थ ऋणावेशित हो जाता है।

इस प्रक्रिया मे पहले व दूसरे पदार्थ पर उत्पन्न आवेश की मात्रा समान होती है।

Q.5:- बिन्दु आवेश किसे कहते है ?

उत्तर:- बिन्दु आवेश :- किन्ही दो आवेशो के बीच की दूरी उनके आकार की तुलना मे बहुत अधिक हो तो उन आवेशो को बिन्दु आवेश कहते है।

Q.5:- आवेशों से सम्बन्धित कूलॉम का नियम लिखते हुए इसकी सहायता से एकांक आवेश की परिभाषा लिखिए।

उत्तर:- कूलॉम का नियम :- इस नियमानुसार "किन्हीं दो बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाला आकर्षण बल एवं प्रतिकर्षण बल का मान उन आवेशों के परिमाण के गुणनफल के समानुपाती होता है तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।" यही कूलॉम का नियम है।

आवेशों के मध्य लगने वाला बल की दिशा उन आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होता है।

माना कि दो बिन्दु आवेश q_1 और q_2 हैं एवं उनके बीच की दूरी r है। तथा इसके मध्य लगने वाला बल F है। तब

कूलॉम के अनुसार :-

$$F \propto q_1 q_2 \quad \text{———} \quad (1)$$

एवं

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad \text{———} \quad (2)$$

समी (1) एवं समी (2) को मिलाकर लिखने पर

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 6

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{---} \ (3)$$

जहाँ k = एक स्थिरांक है जिसे माध्यम का परावैद्युतांक कहते हैं

प्रथम स्थिति :- S.I. पद्धति में

(A) जब दोनो आवेशो के मध्य वायु या निर्वात हो :-

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \ \frac{\text{न्यूटन-मीटर}^2}{\text{कूलाम}^2}$$

समी० (3) से

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \ \text{न्यूटन}$$

जहाँ ε_0 – वायु या निर्वात की विद्युतशीलता

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \ \frac{\text{कूलाम}^2}{\text{न्यूटन-मीटर}^2}$$

(B) जब दोनो आवेशो के मध्य अन्य कोई माध्यम हो।

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

जहाँ K = माध्यम का परावैद्युतांक

एकांक आवेश की परिभाषा :-

यदि $q_1 = q_2 = q$

$r = 1$ मीटर

$F = 9 \times 10^9$ न्यूटन

तब कूलॉम के अनुसार :-

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

मान रखने पर :

$$\Rightarrow 9 \times 10^9 = 9 \times 10^9 \frac{q \cdot q}{1^2}$$

$$\Rightarrow q^2 = 1$$

$$\Rightarrow q = \pm 1$$

स्पष्ट है कि "दो समान मात्रा के दो सजातीय आवेश वायु या निर्वात में एक दूसरे से 1 मीटर की दूरी पर रखे हो और वे दोनो एक दूसरे को 9×10^9 न्यूटन बल से प्रतिकर्षित करे, तो प्रत्येक आवेश को एकांक आवेश कहते है।"

Q.7 :- कूलॉम के नियम की सीमाए लिखिए।

उत्तर :- कूलॉम के नियम की सीमाए निम्नलिखित है :-

1. कूलॉम का नियम केवल बिन्दु आवेशो पर लागू होता है।
2. कूलाम का नियम स्थिर आवेशो के लिये लागू होता है गतिशील आवेशो के लिये नही।
3. किन्ही भी दो बिन्दु आवेशो के बीच की दूरी 10^{-15} मीटर से कम होने पर कूलाम का नियम लागू नही होता।

Q.8:- ε_0 (एप्सिलॉन नॉट) का मान, मात्रक एवं विमीय सूत्र लिखिए।

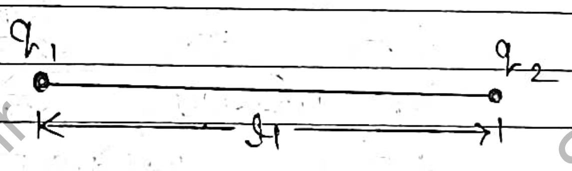
उत्तर :- ε_0 को वायु या निर्वात की विद्युतशीलता कहते हैं. इसका मान

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{\text{कूलाम}^2}{\text{न्यूटन-मीटर}^2} \left(\frac{C^2}{N\text{-}m^2}\right)$$

इसका विमीय सूत्र :- $[M^{-1}L^{-3}T^{4}A^{2}]$ है।

Q.9:- परावैद्युतांक किसे कहते है?

उत्तर :- परावैद्युतांक :- किन्हीं भी दो बिन्दु आवेशों के मध्य वायु या निर्वात में लगने वाला बल और उन्हीं दो आवेशों के मध्य उतनी ही दूरी पर अन्य किसी माध्यम में लगने वाले बल के अनुपात को परावैद्युतांक कहते हैं।



वायु में ⇒

$$F_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{——— (1)}$$

अन्य किसी माध्यम में ⇒

$$F_m = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{——— (2)}$$

समी. (1) में समी. (2) का भाग देने पर :-

$$\frac{F_a}{F_m} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 9

$$\Rightarrow \frac{F_a}{F_m} = \frac{1/1}{1/K}$$

$$\Rightarrow \frac{F_a}{F_m} = K \quad \text{या} \quad \boxed{K = \frac{F_a}{F_m}}$$

स्पष्ट है कि "वायु में किन्ही दो आवेशों के मध्य लगने वाला बल और अन्य किसी माध्यम में लगने वाला बल के अनुपात को परावैद्युतांक कहते हैं।"

विशेष:- (i) परावैद्युतांक का कोई मात्रक नही होता है।
(ii) धातुओं का परावैद्युतांक अनन्त होता है।
(iii) जल का परावैद्युतांक 80 या 81 होता है।
(iv) वायु का परावैद्युतांक 1 होता है।
(v) यह एक विमाहीन राशि है।

Q.10:- स्थिरवैद्युत बल एवं गुरुत्वाकर्षण बल में अन्तर एवं समानतार लिखिए।

उत्तर :- अन्तर ⇒

स्थिरवैद्युत बल	गुरुत्वाकर्षण बल
1. दो आवेशो के मध्य लगने वाला बल आकर्षण या प्रतिकर्षण बल होता है	1. दो पिण्डो के मध्य लगने वाला यह बल सदैव आकर्षण बल होता है।
2. इस बल का मान आवेशो के मध्य माध्यम पर निर्भर करता है	2. इस बल का मान पिण्डो के मध्य माध्यम पर निर्भर नही करता है।
3. यह बल प्रबल (strong) होता है।	3. यह दुर्बल (Weak) बल है।

Date: / / Page no: 10

समानताए :-

स्थिर वैद्युत बल	गुरुत्वाकर्षण बल
1. यह बलो के व्युत्क्रम वर्ग के नियम का पालन करता है।	1. यह भी बलो के व्युत्क्रम वर्ग के नियमो का पालन करता है।
2. यह बल निर्वात मे भी लगता है।	2. यह बल भी निर्वात मे लगता है।
3. यह एक संरक्षी बल है	3. यह भी एक संरक्षी बल है।
4. यह एक केन्द्रीय बल है अर्थात यह बल दोनो आवेशो को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।	4. यह भी एक केन्द्रिय बल है। जो द्रव्यमानो को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।

Q.11:- विद्युत क्षेत्र एवं विद्युत क्षेत्र की तीव्रता को परिभाषित करते हुए इसका मात्रक एवं विमीय सूत्र लिखिए।

उत्तर :- विद्युत क्षेत्र :- किसी विद्युत आवेश के चारो ओर का वह क्षेत्र जहाँ तक वह अन्य आवेश पर स्थिरवैद्युत बल लगा सकता है, उस आवेश का विद्युत क्षेत्र कहलाता है।

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता :- विद्युत क्षेत्र के किसी बिन्दु पर स्थित एकांक धनावेश जितने बल का अनुभव करता है उसे उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता कहते है। इसे प्रायः E

TBS by Deepak Sir

से प्रकाशित किया जाता है।

माना किसी विद्युत क्षेत्र में रखा परीक्षण आवेश q_0, बल F का अनुभव करता है तब उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{F}{q_0} \quad \text{—— (1)}$$

मात्रक :- S.I. पद्धति में $\frac{\text{न्यूटन}}{\text{कुलाम}}$ या N/C

विमीय सूत्र :- $[MLT^{-3}A^{-1}]$

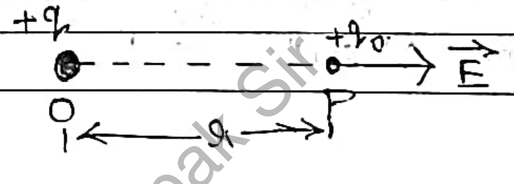
यह एक सदिश राशी है इसकी दिशा बल की दिशा में होती है

Q.12:- किसी बिन्दु आवेश के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

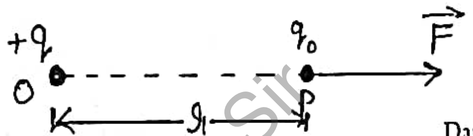
उत्तर :- माना किसी बिन्दु O पर +q आवेश रखा है। उस आवेश से r दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है जिस पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

माना कि बिन्दु P पर एक परीक्षण आवेश q_0 रखा है। तब कुलाम के नियम से q_0 आवेश पर लगने वाला बल -

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \quad \text{—— (1)}$$



चित्र :-



Date / / Page no: 12

अतः बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{F}{q_0}$$

समी (1) से F का मान रखने पर,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \times \frac{1}{q_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$ N/C [$\vec{OP}$ के अनुदिश]

यदि आवेशों के मध्य कोई K परावैद्युतांक का माध्यम हो तो विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \frac{q}{r^2}$$ N/C

यही बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक है।

Q.13 विद्युत क्षेत्र रेखाएं (विद्युत बल रेखाएं) क्या है? इनके मुख्य गुण लिखिए।

उत्तर :- विद्युत क्षेत्र रेखाएं :- विद्युत क्षेत्र रेखाएं विद्युत क्षेत्र में खींचा गया वह काल्पनिक वक्र है जिस पर पृथक्कृत एकांक धनावेश गमन कर सकता है।

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 13

विद्युत क्षेत्र रेखाओं के गुण :-

1. यह रेखाएँ धनावेश से प्रारम्भ होती है और ऋणावेश पर समाप्त होती हैं [चित्र-C]

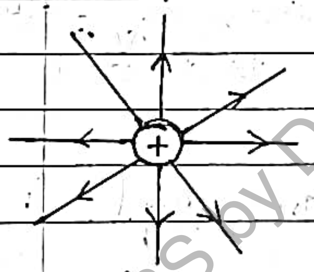
2. विद्युत क्षेत्र रेखा के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करती है

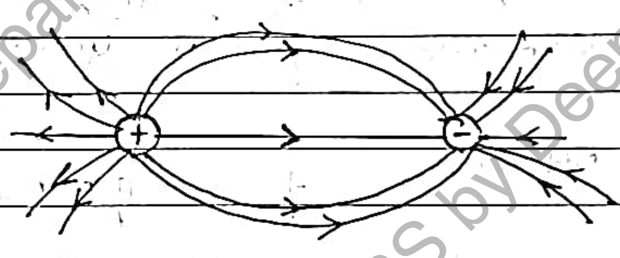
3. दो क्षेत्र रेखाएं कभी एक दूसरे को नहीं काटती।

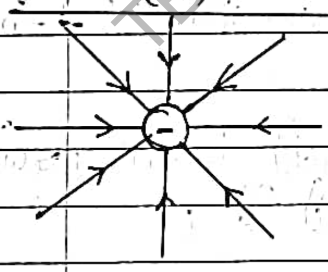
4. विद्युत क्षेत्र रेखाएँ चालक के पृष्ठ के अभिलम्बवत होती है।

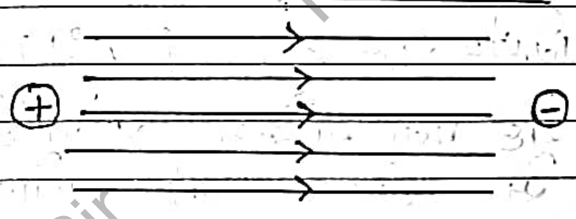
5. एक समान विद्युत क्षेत्र :- उस विद्युत क्षेत्र को एक समान विद्युत क्षेत्र कहते हैं, जिसके प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान एक समान होता है। इसमें विद्युत क्षेत्र रेखाएं एक-दूसरे के समांतर होती हैं [चित्र - D]

क्षेत्र रेखाओं को प्रदर्शित करते कुछ चित्र :-


(a)


(C)


(b)

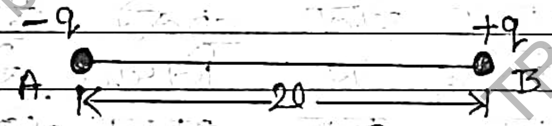

(D)

Date: / / Page no: 14

Q.14:- विद्युत द्विध्रुव एवं विद्युत द्विध्रुव की परिभाषा लिखते हुए सूत्र एवं विमीय सूत्र लिखिए।

उत्तर:- **विद्युत द्विध्रुव :-** समान परिमाण के दो विपरीत आवेश एक दूसरे से अल्प दूरी पर स्थित हो तो उस निकाय को विद्युत द्विध्रुव कहते है।

विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण :- विद्युत द्विध्रुव के प्रभाव की गणना करने के लिए हम एक नये शब्द को परिभाषित करते है जिसे विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण कहते है।



चित्र:- विद्युत द्विध्रुव

"किसी एक आवेश के परिमाण एवं दोनो के मध्य की दूरी के गुणनफल को विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण कहते है" इसे सामान्यतः p से प्रदर्शित करते है।

सूत्र :- $p = q \times 2l$ या $2ql$

मात्रक :- S.I. पद्धति में कूलाम-मीटर (C-m)

विमीय सूत्र :- $[M^0 L T A]$

यह एक सदिश राशी है इसकी दिशा ऋणावेश से धनावेश की ओर होती है।

Date: __/__/__ Page no: 15

प्र० 15:- विद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति में [अनुदैर्घ्य स्थिति में] विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए। [2015, 16, 17 ....]

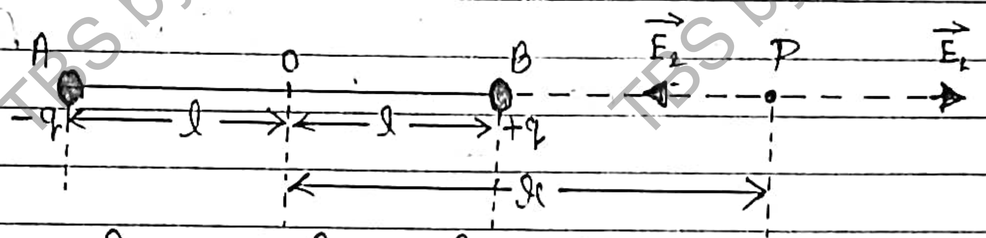
अथवा

सिद्ध कीजिए की लघु विद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2p}{r^3}$$ होती है।

उत्तर:- अक्षीय स्थिति :- यदि कोई बिन्दु विद्युत द्विध्रुव के बढ़ाए गये अक्ष पर स्थित होतो उस बिन्दु को द्विध्रुव के सापेक्ष अक्षीय स्थिति या अनुदैर्घ्य स्थिति में कहते हैं।

व्यंजक :-



चित्र :- अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र

माना कि (चित्रानुसार) AB एक विद्युत द्विध्रुव है जिसकी लम्बाई 2l है इसके मध्य बिन्दु O से r दूरी पर अक्षीय स्थिति में एक बिन्दु P स्थित है जहाँ हमें विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

माना कि बिन्दु P पर एक परीक्षण आवेश $+q_0$ स्थित है

तब +q आवेश के कारण P पर विद्युत क्षेत्र -

Date: / / Page no: 16

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(BP)^2} \quad [\overrightarrow{BP} \text{ के अनुदिश}]$$

परन्तु $BP = OP - OB$

$= r - l$

तब

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r-l)^2} \quad \text{——— (1)}$$

अब $-q$ आवेश के कारण P पर विद्युत क्षेत्र

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(PA)^2} \quad [\overrightarrow{PA} \text{ के अनुदिश}]$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r+l)^2} \quad \left[\because PA = PO + OA = r + l\right] \quad \text{——— (2)}$$

तब बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता :-

$$E = E_1 - E_2 \quad [\because E_1 > E_2]$$

समी. (1) व समी (2) से मान रखने पर

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r-l)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r+l)^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}\right]$$

$\because$ $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$
$(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$
$(a^2-b^2) = (a-b)(a+b)$

17

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(r+l)^2-(r-l)^2}{[(r-l)(r+l)]^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(r^2+l^2+2rl)-(r^2+l^2-2rl)}{(r^2-l^2)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{r^2+l^2+2rl-r^2-l^2+2rl}{(r^2-l^2)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{4rl}{(r^2-l^2)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{2r\times 2l}{(r^2-l^2)^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2r\times(q\times 2l)}{(r^2-l^2)^2}$$

परन्तु विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण

$$p = q\times 2l$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2rp}{(r^2-l^2)^2}\ N/C \quad \text{—— (3)}$$

विशेष स्थिति :- यदि $r >> l$ तब समी (3) से l के मान की उपेक्षा करने पर

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2rp}{(r^2)^2}$$

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 18

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2rp}{r^4}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2p}{r^3} \; N/C$$ (4)

[$\overrightarrow{BP}$ के अनुदिश]

समी (3) एवं समी. (4) ही अक्षीय स्थिति में विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र को निरूपित करते है।

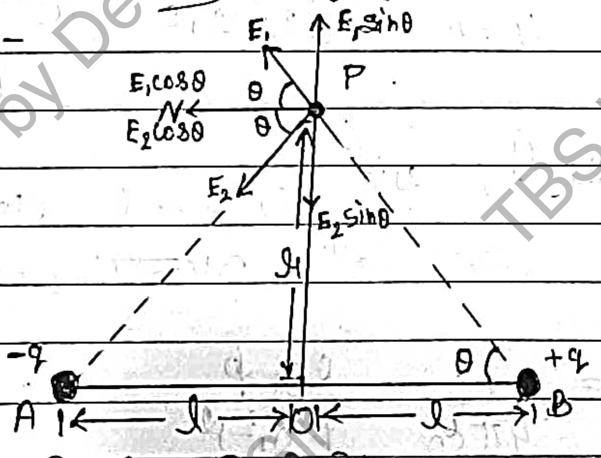
Q.16:- विद्युत द्विध्रुव के कारण निरक्षीय स्थिति में [अनुप्रस्थ स्थिति में] विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए। (Transverse)

अथवा

विद्युत द्विध्रुव के दोनो आवेशो से समान दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

उत्तर :- निरक्षीय स्थिति :- जब कोई बिन्दु विद्युत द्विध्रुव (Perpendicular bisector) के लम्ब अर्द्धक पर स्थित है तब उसे विद्युत द्विध्रुव के सापेक्ष निरक्षीय स्थिति में कहा जाता है।

व्यंजक :-



चित्र :- निरक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र

Date: / / Page no: 19

चित्रानुसार :- माना कि AB एक विद्युत द्विध्रुव है जिसकी लम्बाई 2l है द्विध्रुव से निरक्षीय स्थिति में r दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है यहाँ हमें विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

माना कि P पर एक परीक्षण आवेश $+q_0$ स्थित है तथा +q आवेश के कारण P पर विद्युत क्षेत्र -

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(BP)^2} \quad [\vec{BP} \text{ के अनुदिश}]$$

∴ परन्तु समकोण △ PBO में [पाइथागोरस प्रमेय से]

$$BP^2 = PO^2 + OB^2$$

$$BP^2 = r^2 + l^2$$

$$BP = \sqrt{r^2 + l^2}$$

समी. में BP^2 का मान रखने पर -

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r^2+l^2)} \quad \text{——— (1)}$$

अब P पर −q आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(PA)^2} \quad [\vec{PA} \text{ के अनुदिश}]$$

परन्तु समकोण △PBO एवं △PAO

$$\triangle PBO \cong \triangle PAO$$

तब $PB = PA$

या $BP = PA = \sqrt{r^2 + l^2}$

समी. में PA का मान रखने पर :-

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r^2+l^2)} \quad \text{——— (2)}$$

बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता माना कि E है
तब
विद्युत क्षेत्र E_1 को दो घटकों में विभाजित किया जा सकता है

E_1 का क्षैतिज घटक $= E_1 \cos\theta$
E_1 का ऊर्ध्वाधर घटक $= E_1 \sin\theta$

इसी प्रकार E_2 को भी दो घटकों में विभाजित किया जा सकता है

E_2 का क्षैतिज घटक $= E_2 \cos\theta$
E_2 का ऊर्ध्वाधर घटक $= E_2 \sin\theta$

तब परिणामी तीव्रता

$$E = E_1\cos\theta + E_2\cos\theta + E_1\sin\theta - E_2\sin\theta$$

परन्तु समी० (1) व (2) से

$$E_1 = E_2$$

तब

$$E = E_1\cos\theta + E_1\cos\theta + E_1\sin\theta - E_1\sin\theta$$

$$E = 2E_1\cos\theta \quad \text{------} \quad (3)$$

पुनः चित्र में समकोण ΔPBO में

$$\cos\theta = \frac{OB \text{ (आधार)}}{BP \text{ (कर्ण)}}$$

$$= \frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$$

Date: / / Page no: 21

समी (3) मे E_1 एवं $\cos\theta$ का मान रखने पर

$$E = 2 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{(r^2+l^2)} \times \frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2ql}{(r^2+l^2)^{3/2}}$$

परन्तु विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण

$$p = 2ql$$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{(r^2+l^2)^{3/2}} \ N/C} \quad \text{---(4)}$$

विशेष स्थिति :- यदि $r >> l$ हो तो l के मान की उपेक्षा करने पर

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{(r^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{r^3} \ N/C} \quad [\overrightarrow{PN} \text{ की दिशा मे}] \quad \text{---(5)}$$

समी (4) एवं (5) ही निरक्षीय स्थिति मे विद्युत क्षेत्र की तीव्रता को प्रस्तुत करते है।

विशेष :- (i) एक बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र का परिमाण $E \propto \frac{1}{r^2}$

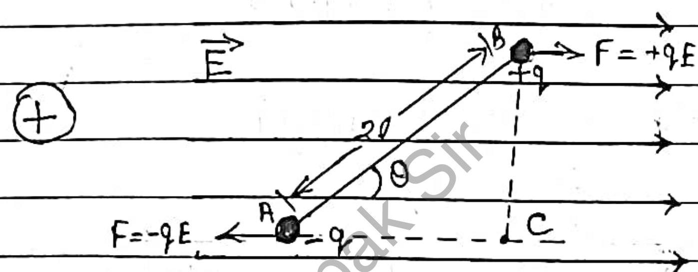
(ii) एक वैद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र का परिमाण $E \propto \frac{1}{r^3}$

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 22

Q.17:- एक समान विद्युत क्षेत्र में रखे विद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बल - आघूर्ण (बलयुग्म) का व्यंजक कीजिए। [2016]

उत्तर :- एक समान विद्युत क्षेत्र में रखे द्विध्रुव पर बल आघूर्ण :



चित्र :- एक समान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव पर बलाघूर्ण।

चित्रानुसार, AB एक विद्युत द्विध्रुव है जो +q तथा −q आवेशों से मिलकर बना है इनके बीच दूरी 2l है। एक समान विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में θ कोण बनाये हुए रखा हुआ है।

+q आवेश पर लगने वाला बल $F = +qE$ है जो विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ की दिशा में कार्य करता है और −q आवेश पर लगने वाला बल $F = -qE$ विद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में कार्य करता है। ये परिमाण में समान तथा दिशा में विपरीत होते हैं। अतः बलयुग्म का निर्माण करते हैं यह बल युग्म विद्युत द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र के समांतर लाने का प्रयास करते हैं इसे घूर्णन बल युग्म आघूर्ण कहते हैं। इसे τ (टाऊ) से प्रदर्शित करते हैं।

Date: / / Page no: 23

सूत्र :-

बलयुग्म का आघूर्ण = एक बल का परिमाण × दोनों बलों के मध्य लम्बवत दूरी

$$\tau = F \times BC \quad \text{--- (1)}$$

चित्र मे, समकोण △ ABC में

$$\sin\theta = \frac{BC}{AB} - \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\sin\theta = \frac{BC}{2l}$$

$$BC = 2l\sin\theta$$

एवं

$$F = qE$$

समी (1) मे BC एवं F का मान रखने पर

$$\tau = qE \times 2l\sin\theta$$

$$\tau = 2ql \times E\sin\theta$$

परन्तु $p = 2ql$ [वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण]

$$\boxed{\tau = pE\sin\theta} \quad \text{--- (2)}$$

सदिश रूप मे,

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

यही अभीष्ट व्यंजक है।

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 24

विशेष स्थितिया :-

(i) यदि $\theta = 0°$ हो तो $\tau = 0$ इस स्थिति मे द्विध्रुव स्थायी संतुलन मे होगा।

(ii) यदि $\theta = 90°$ हो तो $\tau = pE$ (अधिकतम) इस स्थिति मे द्विध्रुव पर लगने वाला आघूर्ण अधिकतम होगा।

(iii) यदि $\theta = 180°$ हो, तो $\tau = 0$ इस स्थिति मे द्विध्रुव अस्थायी संतुलन मे होगा।

विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा :-

यदि $E = 1$ तथा $\theta = 90°$ हो तो

समी (1) से

$$\tau = p$$

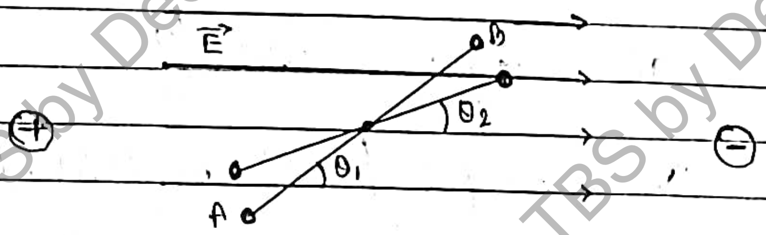
अतः "विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (p) उस बलयुग्म आघूर्ण के बराबर होता है जो कि इकाई तीव्रता के एक समान विद्युत क्षेत्र मे लम्बवत रखने पर कार्य करता है।"

Q.18: एक समान विद्युत क्षेत्र मे विद्युत द्विध्रुव को घुमाने मे किये कार्य का व्यंजक ज्ञात करो।

अथवा

सिद्ध करो कि विद्युत द्विध्रुव को θ कोण से घुमाने मे किया गया कार्य $W = pE(1 - \cos\theta)$ होता है।

उत्तर :- विद्युत द्विध्रुव को घुमाने में किया गया कार्य:



चित्र : एक समान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव को θ कोण पर घुमाने में किया गया कार्य

चित्रानुसार :- एक विद्युत द्विध्रुव प्रारम्भ में विद्युत क्षेत्र के समान्तर रखा गया है $[\theta = 0°]$ इसे बलाघूर्ण लगाकर θ कोण पर रखा जाता है। प्रारम्भ में इसे अल्प कोण $d\theta$ में घुमाने में किया गया अल्प कार्य माना कि dW है।

तब किया गया कार्य = बल आघूर्ण × कोणीय विस्थापन

$$dW = \tau \times d\theta \quad \text{—— (1)}$$

परन्तु

$$\tau = pE\sin\theta$$

$$dW = pE\sin\theta \, d\theta \quad \text{—— (2)}$$

अतः विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव को θ_1 से θ_2 कोण तक घुमाने में किया गया कुल कार्य प्राप्त करने के लिये समी (2) को दोनों पक्षों में समाकलन करेंगे।

$$\int dW = \int_{\theta_1}^{\theta_2} pE\sin\theta \, d\theta$$

$$W = pE\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta$$

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 26

$$W = pE[-\cos\theta]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$W = -pE[\cos\theta]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$W = -pE[\cos\theta_2 - \cos\theta_1] \quad \text{--- (4)}$$

यही किये गये कार्य के लिये व्यंजक है

$$\boxed{W = pE[\cos\theta_1 - \cos\theta_2]} \quad \text{--- (5)}$$

अतः वैद्युत द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र की दिशा $[\theta_1 = 0°]$ से θ कोण $[\theta_2 = \theta]$ तक घुमाने मे किया गया कार्य समी. (5) से

$$W = pE[\cos 0° - \cos\theta]$$

$$\boxed{W = pE[1 - \cos\theta]} \quad [\because \cos 0° = 1]$$

एक समान विद्युत क्षेत्र मे स्थितिज ऊर्जा के लिये व्यंजक :

इसकी माप मानक स्थिति से वर्तमान स्थिति तक लाने मे किए गये कार्य के परिमाण से की जाती है। मानक स्थिति अभिविन्यास $\theta = \frac{\pi}{2}$ को लिया जाता है, क्योंकि इस अभिविन्यास के लिए वैद्युत द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा शून्य होती है।

अतः मानक स्थिति $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ से वर्तमान स्थिति $\theta_2 = \theta$ तक घुमाने मे किया गया कार्य

Date: / / Page no: 27

समी० (4) से

$$W = -pE[\cos\theta - \cos\frac{\pi}{2}]$$

$$= -pE\cos\theta \quad [\because \cos\frac{\pi}{2} = 0]$$

यही कार्य द्विध्रुव में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।

अतः द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

$$U = -pE\cos\theta \quad \text{——— (6)}$$

या सदिश रूप में $U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

विशेष स्थितियाँ :-

(i) यदि $\theta = 0°$ हो, तो समी० (6) से

$$U = -pE\cos 0° \quad [\because \cos 0° = 1]$$

$$= -pE \text{ (न्यूनतम)}$$

(ii) यदि $\theta = 180°$ हो, तो समी. (6) से

$$U = -pE\cos 180° \quad [\because \cos 180° = -1]$$

$$U = pE \text{ (अधिकतम)}$$

(iii) यदि $\theta = 90°$ तो समी. (6) से

$$U = -pE\cos 90° \quad [\because \cos 90° = 0]$$

$$U = 0$$

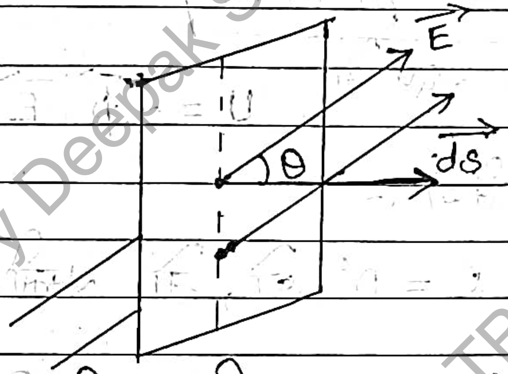
TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 28

Q. 19 विद्युत फ्लक्स की परिभाषा लिखते हुए इसके मात्रक, विमीय सूत्र एवं प्रकारों को समझाइये।

उत्तर:- विद्युत फ्लक्स :- किसी चालक की सतह से अभिलम्बवत गुजरने वाली कुल विद्युत बल रेखाओं की संख्या को विद्युत फ्लक्स कहते हैं।

इसे सामान्यतः ϕ_E से प्रदर्शित करते हैं



चित्र: विद्युत फ्लक्स

सूत्र :

$$d\phi_E = E\,dS\cos\theta \quad \text{---- (1)}$$

सदिश रूप में, $d\phi = \vec{E}\cdot\vec{dS}$

मात्रक :- S.I. पद्धति में $\frac{\text{न्यूटन-मीटर}^2}{\text{कूलाम}}$ $\left(\frac{N\text{-}m^2}{C}\right)$

या वोल्ट मीटर (V-m)

विमीय सूत्र :- $[ML^3T^{-3}A^{-1}]$

यह एक अदिश राशी है।

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 29

विद्युत फ्लक्स (ϕ) के प्रकार :-

1) धनात्मक विद्युत फ्लक्स :- यदि विद्युत क्षेत्र रेखाओ और क्षेत्रीय सदिश के मध्य कोण 0° हो अर्थात दोनो समान दिशा में हो तो विद्युत फ्लक्स धनात्मक होता है

समी. (1) मे $\theta = 0°$

$$d\phi_E = E\,ds\cos 0° \quad [\cos 0° = 1]$$

$$\boxed{d\phi_E = E\,ds}$$ धनात्मक

2) ऋणात्मक विद्युत फ्लक्स :- यदि क्षेत्र रेखाओं और क्षेत्रीय सदिश के मध्य 180° का कोण अर्थात उनकी दिशाए विपरीत हो तो फ्लक्स, ऋणात्मक होता है

समी. (1) मे $\theta = 180°$

$$d\phi_E = E\,ds\cos 180° \quad [\cos 180° = -1]$$

$$\boxed{d\phi_E = -E\,ds}$$ ऋणात्मक

3) शून्य विद्युत फ्लक्स :- यदि क्षेत्र रेखाए और क्षेत्रीय सदिश के मध्य कोण 90° हो अर्थात क्षेत्र रेखाए सतह के समान्तर हो तो फ्लक्स, शून्य होता है

समी. (1) मे, $\theta = 90°$

$$d\phi_E = E\,ds\cos 90° \quad [\cos 90° = 0]$$

$$\boxed{d\phi_E = 0}$$

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 30

Q. 20:- गाऊस (गॉस) की प्रमेय लिखते हुए इसे सिद्ध कीजिए। [2016, 17, 19]

अथवा

सिद्ध करो कि वायु या निर्वात में किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाली सम्पूर्ण विद्युत फ्लक्स उस बन्द पृष्ठ में उपस्थित कुल आवेश का $1/\epsilon_0$ गुना होता है। [2009, 07, 06, 05]

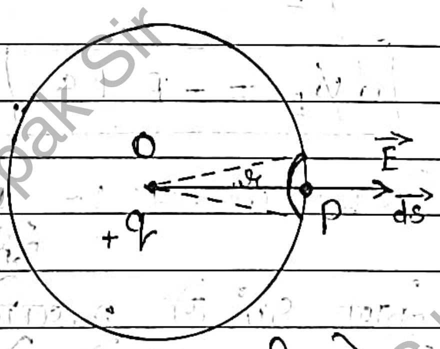
उत्तर:- गाऊस की प्रमेय:- इस प्रमेयानुसार "वायु या निर्वात में किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला सम्पूर्ण विद्युत फ्लक्स उस बन्द पृष्ठ में उपस्थित कुल आवेश का $1/\epsilon_0$ गुना होता है।"

यदि विद्युत फ्लक्स ϕ हो तो

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

यहाँ:- ϵ_0 - वायु या निर्वात की विद्युतशीलता

उत्पत्ति:-



चित्र :- गाऊस की प्रमेय

चित्रानुसार, माना कोई बिन्दु आवेश +q गोले के केन्द्र O पर रखा है तथा गोले की त्रिज्या r है तब गोले के पृष्ठ पर स्थित किसी बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

Date: / / Page no: 31

$\vec{E}$ है तब कूलॉम के नियम से,

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

तब

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \times 1}{r^2} \quad \left[\because q_1 = q,\ q_2 = 1\right]$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad \text{——— (1)} \quad [\vec{OP} \text{ के अनुदिश}]$$

यदि गोले के सूक्ष्म पृष्ठ $\vec{ds}$ से गुजरने वाला अल्प विद्युत फ्लक्स $d\phi$ हो तो तब

$$d\phi = E.ds \cos\theta$$

परन्तु विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ एवं क्षेत्रीय सदिश $\vec{ds}$ की दिशाए समान है अर्थात् $\theta = 0°$

तब $\cos 0° = 1$

अतः $d\phi = E.ds$

कुल विद्युत फ्लक्स ज्ञात करने के लिये दोनों पक्षो का समाकलन करने पर

$$\int d\phi = \int E\, ds$$

समी (1) से E का मान रखने पर

$$\phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} ds$$

$$\phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} ds$$

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\int ds$$

चूंकि ds गोले के सूक्ष्म पृष्ठ के क्षेत्रफल को निरूपित करता है तथा
$\int ds$ गोले के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल को प्रदर्शित करेगा अत:

[$\int ds = 4\pi r^2$ = गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल]

समी० में मान रखने पर :-

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2$$

$$\boxed{\phi = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

इति सिद्धम

विशेष:- गॉस की प्रमेय केवल बन्द पृष्ठो के लिये सत्य है।

Q.21: निम्न लिखित को परिभाषित कीजिए -
(i) रेखीय आवेश घनत्व [LCD]
(ii) क्षेत्रीय आवेश घनत्व [SCD]
(iii) आयतन आवेश घनत्व [VCD]

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 33

उत्तर:- 1. रेखीय आवेश घनत्व [Linear Charge Density]

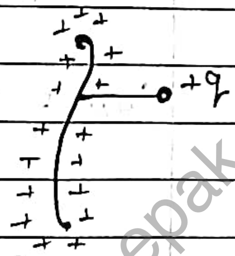
जब आवेश का वितरण किसी रेखीय चालक पर समान रूप से निरन्तर होता है, तो इसे रेखीय आवेश वितरण कहते हैं।

इस स्थिति में "चालक की प्रति एकांक लम्बाई में उपस्थित आवेश की मात्रा को रेखीय आवेश घनत्व कहते हैं। इसे λ (लैम्डा) से प्रदर्शित करते हैं"।

सूत्र:-

$$\lambda = \frac{q}{l} \quad \frac{\text{कूलाम}}{\text{मीटर}}$$

जहाँ:- $l \rightarrow$ चालक की लम्बाई



चित्र:- रे.आ.घ.

2. पृष्ठीय (क्षेत्रीय) आवेश घनत्व (Surface charge Density)

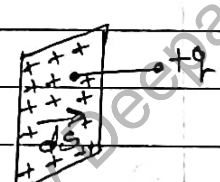
जब किसी द्विविमीय चालक पर आवेश का वितरण एक समान एवं निरंतर होता है तो इसे पृष्ठीय आवेश वितरण कहते हैं।

इस स्थिति में चालक के प्रति एकांक क्षेत्रफल पर आवेश की मात्रा को पृष्ठीय आवेश घनत्व कहते हैं। इसे σ (सिग्मा) से दर्शाते हैं।

सूत्र:

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad \frac{\text{कूलाम}}{\text{मीटर}^2}$$

जहाँ:- A - पृष्ठ का क्षेत्रफल



चित्र:- पृ० आ० घ०

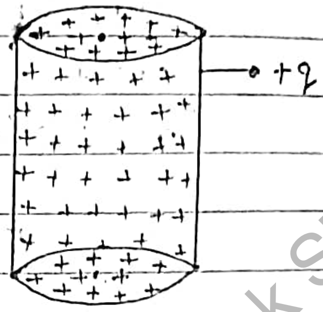
3. आयतन आवेश घनत्व [Volume Charge Density]

जब आवेश का वितरण किसी त्रिविमीय चालक के आयतन पर समान रूप से एवं निरंतर हो तो इसे आयतन आवेश वितरण कहते हैं।

इस स्थिति में "चालक के प्रति एकांक आयतन पर उपस्थित आवेश की मात्रा को आयतन आवेश घनत्व कहते हैं।" इसे ρ (रो) से प्रदर्शित करते हैं।

सूत्र, $$\rho = \frac{q}{V} \quad \frac{\text{कूलाम}}{\text{मीटर}^3}$$

जहाँ :- V - चालक का आयतन

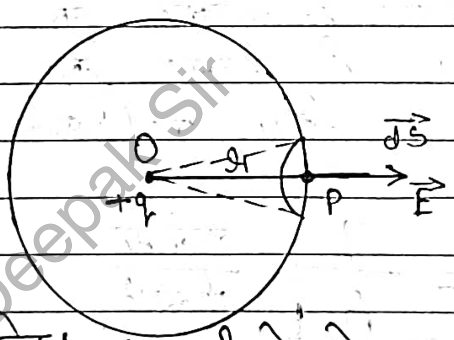


चित्र :- आ० आ० घ०

गाउस की प्रमेय के अनुप्रयोग :

Q. 22:- गाउस की प्रमेय की सहायता से बिन्दु आवेश के कारण, किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए। [2015]

उत्तर :-



चित्र :- गाउस की प्रमेय से कूलाम का नियम

चित्रानुसार :- बिन्दु O पर +q आवेश स्थित है इससे r दूरी पर एक बिन्दु P है जिस पर हमें विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है सर्वप्रथम O को केन्द्र तथा r को त्रिज्या मानकर एक गाउसियन पृष्ठ का निर्माण करते हैं

Date: / / Page no: 35

माना कि गाउसियन पृष्ठ के अल्प क्षेत्रफल $\vec{ds}$ से गुजरने वाला अल्प विद्युत फ्लक्स $d\phi$ है तो

$$d\phi = E\,ds\cos\theta$$

[विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ एवं अल्पतम पृष्ठ $\vec{ds}$ की दिशा समान है अतः $\theta = 0°$ तथा $\cos 0° = 1$]

$$d\phi = E\,ds$$

कुल फ्लक्स प्राप्त करने के लिये दोनों पक्षों का समाकलन करने पर :

$$\int d\phi = \int E\,ds$$

$$\phi = E\int ds$$

[$\int ds = 4\pi r^2$ = गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल]

$$\phi = E \cdot 4\pi r^2 \quad \text{——— (1)}$$

एवं गाउस की प्रमेय से :-

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{——— (2)}$$

समी (1) व समी (2) की तुलना करने पर :-

$$E\,4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}} \; N/C \quad \text{——— (3)}$$

यही अभीष्ट व्यंजक है।

Q.23:- गाउस प्रमेय की सहायता से कूलाम के नियम की स्थापना कीजिए। [2019]

उत्तर:- [Q.22 के आगे थोड़ा और जोड़ना है प्र. क्र. 22 के उत्तर को ध्यान रखे, आगे ...]

परन्तु विद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

$$E = \frac{F}{q_0} \quad \text{——— (4)}$$

समी. (3) एवं (4) की तुलना करने पर

$$\frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q q_0}{r^2}} \text{ Newton}$$

यही कूलॉम का नियम है।

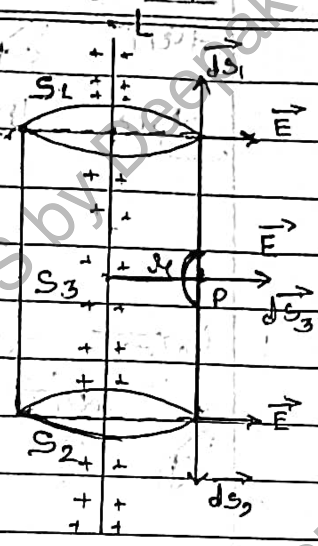
Q.24:- अनन्त लम्बाई के रैखीय चालक के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

उत्तर:- चित्रानुसार, अनन्त लम्बाई का रैखीय चालक L प्रदर्शित है जिससे r दूरी पर एक बिन्दु P है। जिस पर हमें विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। सर्वप्रथम r त्रिज्या तथा l लम्बाई का एक गाउसियन पृष्ठ (बेलन)

Date: / / Page no: 37

का निर्माण करते है। इस बेलन को निम्न लिखित 3 भागो मे विभाजित किया जा सकता है।

1. वृत्तीय फलक S_1
2. वृत्तीय फलक S_2
3. बेलन का वक्र पृष्ठ S_3



चित्र :- रेखीय चालक के कारण विद्युत क्षेत्र

वृत्तीय पृष्ठ S_1 से सम्बद्ध कुल विद्युत फ्लक्स माना कि ϕ_1 है तब

$$d\phi_1 = E\, dS_1 \cos\theta$$

परन्तु [विद्युत क्षेत्र एवं $\vec{dS_1}$ के मध्य कोण 90° है अतः $\theta = 90^\circ$ तब $\cos 90^\circ = 0$]

$$d\phi_1 = 0$$

एवं

$$\boxed{\phi_1 = 0} \quad \text{—— (1)}$$

एवं वृत्तीय पृष्ठ S_2 से सम्बद्ध कुल फ्लक्स माना कि ϕ_2 है तब

$$d\phi_2 = E . dS_2 \cos\theta$$

परन्तु $\theta = 90^\circ$ तब $\cos 90^\circ = 0$

$$d\phi_2 = 0$$

$$\boxed{\phi_2 = 0} \quad \text{—— (2)}$$

Date: / / Page no: 38

तथा बेलन के वक्र पृष्ठ से सम्बद्ध कुल फ्लक्स माना कि ϕ_3 है तब

$$d\phi_3 = E\,dS \cos\theta$$

परन्तु इस स्थिति में विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ एवं सूक्ष्म पृष्ठ $\vec{dS}$ समान दिशा में है अतः

$$\theta = 0^\circ \quad \text{तब} \quad \cos 0^\circ = 1$$

$$d\phi_3 = E\,dS$$

कुल फ्लक्स प्राप्त करने के लिए दोनो पक्षो का समाकलन करने पर

$$\int d\phi_3 = \int E\,dS$$

$$\phi_3 = E\int dS$$

[$\int dS$ = बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi r l$]

$$\boxed{\phi_3 = E \cdot 2\pi r l} \quad \text{---} (3)$$

तब माना कि बेलन [बन्द पृष्ठ] से सम्बद्ध कुल फ्लक्स ϕ है तो

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

समी (1), (2) एवं (3) से मान रखने पर।

$$\phi = 0 + 0 + E . 2\pi r l$$

$$\phi = E . 2\pi r l \quad \text{——— (4)}$$

परन्तु गाउस की प्रमेय से

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{——— (5)}$$

समी. (4) एंव समी. (5) की तुलना करने पर

$$E . 2\pi r l = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{2\pi r l . \varepsilon_0}$$

या $$E = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 r}\left(\frac{q}{l}\right)$$

परन्तु $\lambda = \frac{q}{l}$ [रेखीय आवेश घनत्व]

$$\boxed{E = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0} \frac{\lambda}{r}} \quad N/C$$

यही अभीष्ट व्यंजक है।

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 40

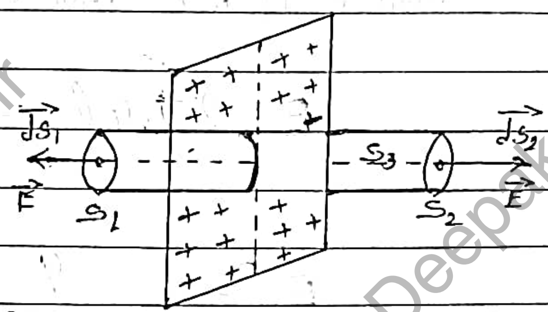
Q.25:- अनन्त लम्बाई की आवेशित चादर के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात करो।

अथवा

सिद्ध करो की आवेशित चालक (चादर) के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता दूरी पर निर्भर नहीं करती है।

उत्तर :- चित्र में अनन्त लम्बाई की आवेशित चादर प्रस्तुत है जिससे r दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है जिस पर हमें विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

सर्वप्रथम एक गाउसियन पृष्ठ (बेलन) की कल्पना करते है। जिसे तीन भागो मे विभाजित किया जा सकता है।



चित्र : आवेशित चादर के कारण विद्युत क्षेत्र

(i) वृत्तीय पृष्ठ S_1
(ii) वृत्तीय पृष्ठ S_2
(iii) वक्र पृष्ठ S_3

चित्र से स्पष्ट है कि वक्र पृष्ठ S_3 से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स शून्य (zero) होगा क्योंकि यहाँ विद्युत क्षेत्र एवं क्षेत्रीय सदिश ($\vec{dS_3}$) के मध्य बना कोण $90°$ (समकोण) है। फलस्वरूप यहाँ कुल विद्युत फ्लक्स वृत्तीय फलक S_1 और S_2 से गुजरता है।

माना कि वक्र पृष्ठ से सम्बद्ध कुल विद्युत फ्लक्स ϕ_3 हो तो $\boxed{\phi_3 = 0}$ —— (1)

Date: / / Page no: 41

तब वृत्तीय पृष्ठ S_1 से सम्बद्ध कुल विद्युत फ्लक्स माना कि ϕ_1 है तो

$$d\phi_1 = E\,ds_1 \cos\theta$$

परन्तु $\theta = 0^\circ \Rightarrow \cos 0^\circ = 1$

$$d\phi_1 = E\,ds_1$$

दोनों पक्षों का समाकलन करने पर

$$\int d\phi_1 = \int E\,ds_1$$

$$\phi_1 = E\int ds$$

$[\because \int ds = A$ = वृत्तीय पृष्ठ का क्षेत्रफल (माना)$]$

$$\boxed{\phi_1 = EA} \longrightarrow (2)$$

इसी प्रकार वृत्तीय पृष्ठ S_2 से सम्बद्ध कुल फ्लक्स माना कि ϕ_2 है तो

$$\boxed{\phi_2 = EA} \longrightarrow (3)$$

तब सम्पूर्ण गाउसियन पृष्ठ (बेलन) से सम्बद्ध कुल फ्लक्स ϕ हो तो

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

समी (1), (2) व (3) से मान रखने पर

$$\phi = EA + EA + 0$$

$$\boxed{\phi = 2EA} \longrightarrow (4)$$

Date: / / Page no: 42

परन्तु गाउस की प्रमेय से :-

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{--- (5)}$$

समी (4) एवं समी. (5) की तुलना करने पर :

$$2EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{2\varepsilon_0 A}$$

या

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left(\frac{q}{A}\right)$$

परन्तु

$$\sigma = \frac{q}{A}$$ [पृष्ठीय आवेश घनत्व]

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}} \; N/C$$

स्पष्ट है कि आवेशित चादर के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता दूरी पर निर्भर नहीं करती है।

यदि माध्यम का परावैद्युतांक K हो तो,

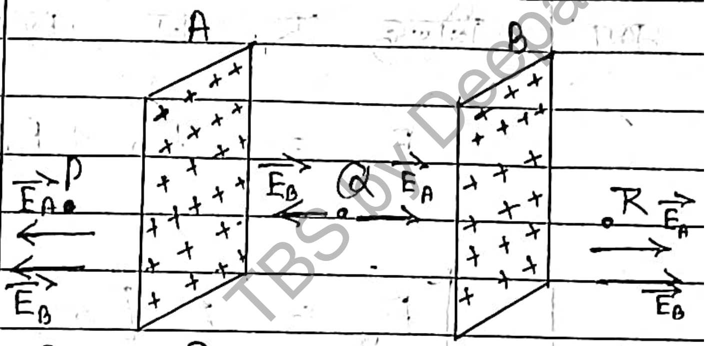
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 K}} \; N/C$$

Q.26:- आवेश के दो अनन्त समतल समांतर चादरों के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

TBS by Deepak Sir

X' ← → X
ऋणात्मक वि. क्षे. / धनात्मक वि. क्षे.

उत्तर :- माना कि A और B के दो अनन्त समतल समांतर चादर हैं। मानलो चादर A पर पृष्ठ आवेश घनत्व σ_A तथा चादर B पर पृष्ठ आवेश घनत्व σ_B है। माना $\sigma_A > \sigma_B$ तब दोनों समतल चादरों के कारण P, Q एवं R बिन्दुओं पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।



चित्र :- दो समतल आवेशित चादरों के कारण विद्युत क्षेत्र

हम जानते हैं कि चादर A के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र

$$E_A = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} \quad \text{--- (1)}$$

एवं चादर B के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र

$$E_B = \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0} \quad \text{--- (2)}$$

तब बिन्दु P पर कुल विद्युत क्षेत्र

$$E_P = -E_A - E_B = -\frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_P = -\frac{1}{2\varepsilon_0}[\sigma_A + \sigma_B]} \quad \text{--- (3)}$$

एवं बिन्दु Q पर विद्युत क्षेत्र :-

$$E_Q = E_A - E_B = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_Q = \frac{1}{2\varepsilon_0}[\sigma_A - \sigma_B]} \quad \text{--- (4)}$$

Date: / / Page no: 44

(iii) बिन्दु R पर कुल विद्युत क्षेत्र :-

$$E_Q = E_A + E_B = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_Q = \frac{1}{2\varepsilon_0}[\sigma_A + \sigma_B]} \quad \text{--- (5)}$$

विशेष स्थितिया :- (1) दोनो चादरो पर आवेश की मात्रा समान परन्तु विपरित हो तो अर्थात

$$\sigma_A = +\sigma \quad | \quad \sigma_B = -\sigma$$

तब समी. (3), (4) एवं (5) से

$$E_P = -\frac{1}{2\varepsilon_0}[\sigma - \sigma]$$

$$\boxed{E_P = 0}$$

$$E_Q = \frac{1}{2\varepsilon_0}[\sigma + \sigma] = \frac{1}{2\varepsilon_0} \times 2\sigma$$

$$\boxed{E_Q = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$E_R = \frac{1}{2\varepsilon_0}[\sigma - \sigma]$$

$$\boxed{E_R = 0}$$

अतः स्पष्ट है कि यदि दोनो चादरो पर आवेश की मात्रा समान परन्तु विपरित है तो विद्युत क्षेत्र का अस्तित्व केवल मध्य में होता है।

(iii) दोनो चादरों में आवेश की मात्रा समान एवं दोनो आवेश सजातीय हो अर्थात

$$\sigma_A = \sigma \quad | \quad \sigma_B = \sigma$$

तब समी. (1), (2) एवं (3) से

$$E_P = -\frac{1}{2\varepsilon_0}[\sigma + \sigma] = \frac{-1}{2\varepsilon_0} \times 2\sigma$$

$$\boxed{E_P = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

एवं

$$E_Q = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma - \sigma)$$

$$\boxed{E_Q = 0}$$

तथा

$$E_R = \frac{1}{2\varepsilon_0}[\sigma + \sigma] = \frac{1}{2\varepsilon_0} \cdot 2\sigma$$

$$\boxed{E_R = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

इस प्रकार स्पष्ट है कि यदि दो अनन्त आवेशित समांतर चादर पर आवेश की मात्रा समान परन्तु विजातीय सजातीय हो तो दोनो चादरो के मध्य विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

Q. 17 :- एक समान आवेशित पतले गोलीय खोल (या कवच) के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

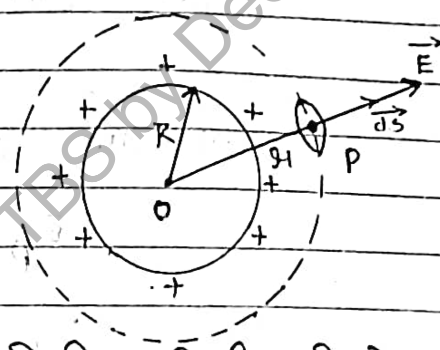
उत्तर :- माना कि O केन्द्र और R त्रिज्या का एक गोलीय खोल +q आवेश से आवेशित है माना कि इसके केन्द्र O से r दूरी पर बिन्दु P है जिस पर विद्युत क्षेत्र की गणना करनी है।

Date: / / Page no: 46

बिन्दु P की तीन स्थितियाँ संभव है

(i) जब बिन्दु P खोल के बाहर स्थित हो :-

केन्द्र O तथा त्रिज्या r मानकर एक गाउसियन पृष्ठ की कल्पना करते है एवं बिन्दु P के चारो ओर एक सूक्ष्म पृष्ठ dS माना



चित्र :- आवेशित गोलीय खोखले चालक के कारण विद्युत क्षेत्र

जिसकी दिशा विद्युत क्षेत्र की दिशा में है

तब गाउसियन पृष्ठ से सम्बद्ध कुल फ्लक्स

$$d\phi = E.dS\cos\theta$$

$$[\theta = 0^\circ \Rightarrow \cos 0^\circ = 1]$$

$$d\phi = E\,dS$$

दोनो पक्षों का समाकलन करने पर

$$\int d\phi = \int E\,dS$$

$$\phi = E\int dS$$

[$\int dS = 4\pi r^2$ = गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल]

$$\phi = E.4\pi r^2 \quad \text{—— (1)}$$

एवं गाउस की प्रमेय से

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{—— (2)}$$

समी (1) व (2) की तुलना करने पर

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 47

$E \, 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \; N/C \quad \text{—— (3)}$$

यही अभीष्ट व्यंजक है।

(ii) जब बिन्दु P गोलीय खोल के पृष्ठ पर स्थित हो -

इस स्थिति में $r = R$

समी० (3) में मान रखने पर

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

(iii) जब बिन्दु P गोले के अन्दर उपस्थित हो -

परन्तु गोले के अन्दर $q = 0$

समी० (3) से

$$E = 0$$

अतः आवेशित गोलीय खोल के अन्दर प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

TBS by Deepak Sir

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 48

Q.28: वायुयान के रबर टायर कुछ चालक बनाए जाते है। क्यो ?

उत्तर: वायुयान जब भूमि पर उतरता है, तो टायर और भूमि के मध्य घर्षण होने के कारण उसके टायर आवेशित हो जाते है। टायर के चालक बनाए जाने के कारण आवेश टायर मे न रहकर भूमि मे समा जाते है।

Q.29: सामान्यत: ज्वलनशील पदार्थ मे जाने वाले वाहन मे गति के दौरान पृथ्वी को स्पर्श करती हुई धात्विक रस्सिया लगी होती है। क्यो ?

उत्तर: गति के दौरान भूमि एवं टायर मे घर्षण होने के कारण टायर आवेशित हो जाते है। इसके अतिरिक्त वायु से घर्षण के कारण वाहन की बॉडी भी आवेशित हो जाती है। पृथ्वी को स्पर्श करती हुई धात्विक रस्सियो के माध्यम से ये आवेश पृथ्वी मे समा जाते है जिससे वाहन को कोई खतरा नही होता है।

All the Best :)