Date: / / Page no: 49

Chapter :- 2nd

स्थिर वैद्युत विभव एवं धारिता

Q.1: विद्युत विभव की परिभाषा लिखते हुए। इसका मात्रक और विमीय सूत्र लिखो।

उत्तर :- विद्युत विभव :- एकांक धनावेश को अनन्त से विद्युत क्षेत्र के अन्दर किसी बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य विद्युत विभव कहलाता है। इसे 'V' से प्रदर्शित करते हैं।

यदि q आवेश को अनन्त से विद्युत क्षेत्र के अन्दर किसी बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य 'W' हो तो

सूत्र :- विद्युत विभव = किया गया कार्य / आवेश

$$V = \frac{W}{q}$$

मात्रक :- S.I. पद्धति में जूल/कूलाम या वोल्ट (V)
C.G.S. पद्धति में स्थैत वोल्ट

विमीय सूत्र :- $[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$

"यह एक अदिश राशी है"

Q.2:- विद्युत विभवान्तर की परिभाषा लिखते हुए। इसका मात्रक एवं विमीय सूत्र लिखिए।

उत्तर :- विद्युत विभवान्तर :- एकांक धनावेश को विद्युत क्षेत्र के एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक

मे लाने में किया गया कार्य, विद्युत विभवान्तर कहलाता है।

माना कि विद्युत क्षेत्र मे दो बिन्दु A एवं B उपस्थित है जिनके विभव क्रमशः V_A एवं V_B है एवं A से B तक किसी धनात्मक धनावेश को ले जाने मे किया गया कार्य W हो तो विद्युत विभवान्तर :-

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q}$$

इसकी विमाएं विभव के समान ही होती है।

Q.3:- विभव का भौतिक महत्व समझाइये।

उत्तर:- विभव का भौतिक महत्व :- प्रयोगो द्वारा यह देखा गया है कि ऊष्मा सदैव उच्च ताप से निम्न ताप की ओर प्रवाहित होती है पानी भी सदैव उच्च तल से निम्न तल की ओर प्रवाहित होता है। इसी प्रकार आवेश भी सदैव उच्च तल से निम्न तल की ओर प्रवाहित होता है। जिस प्रकार ऊष्मा के तल को ताप द्वारा प्रदर्शित किया जाता है उसी प्रकार आवेश के तल को विभव के द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है।

अतः विभव वह भौतिक राशी है जो दो आवेशित चालको को एक-दूसरे के सम्पर्क में रखने पर उनमे आवेश प्रवाह की दिशा को बताती है।

Date / / Page no. 31

यदि किसी चालक पर आवेश शून्य है तो उसका विभव भी शून्य होता है। जैसे-जैसे चालक पर आवेश का मान बढ़ता है उसका विभव बढ़ता जाता है।

विशेष:- पृथ्वी का विभव शून्य होता है।

Q.4:- 1 वोल्ट की परिभाषा लिखिए एवं 1 वोल्ट और 1 स्थैत वोल्ट में सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

उत्तर:- विभव के सूत्र से

$$V = \frac{W}{q}$$

यदि $q = 1$ Coulomb,
$W = 1$ Joul

तब

$$V = \frac{1 \text{ Joul}}{1 \text{ Coulomb}} = 1 \text{ वोल्ट}$$

अत:- 1 कूलॉम आवेश अनन्त से विद्युत क्षेत्र के अन्दर किसी बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य 1 Joul हो तो उसका विभव 1 वोल्ट कहलाता है।

1 वोल्ट एवं 1 स्थैत वोल्ट में सम्बन्ध :-

$$1 \text{ Volt} = \frac{1 \text{ Joul}}{1 \text{ Coulomb}}$$

[$1 \text{ Joul} = 10^7$ अर्ग
$1 \text{ Coulomb} = 3 \times 10^9$ स्थैत कूलॉम]

$$1 \text{ Volt} = \frac{10^7 \text{ अर्ग}}{3 \times 10^9 \text{ स्थैत कूलॉम}}$$

$$1 \text{ Volt} = \frac{1}{300} \text{ स्थैत वोल्ट}$$

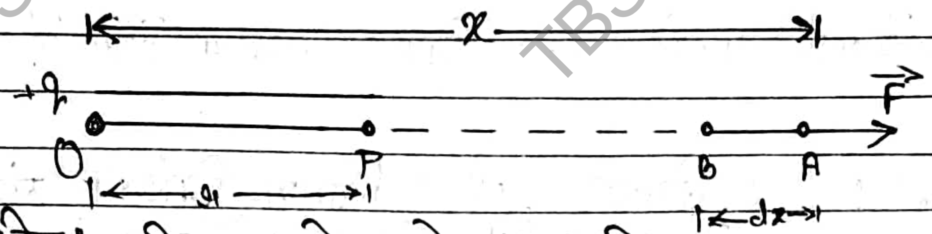
TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 52

Q.5:- बिन्दु आवेश के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत विभव का व्यंजक ज्ञात करो।

उत्तर:- बिन्दु आवेश के कारण किसी बिन्दु पर विभव :-

चित्र :-



चित्र :- बिन्दु आवेश के कारण विभव

चित्रानुसार, माना कि बिन्दु O पर +q आवेश स्थित है, जिससे r दूरी पर एक बिन्दु P है जिस पर हमे विद्युत विभव की गणना करनी है।

सर्वप्रथम हम अनन्त पर एक बिन्दु A की कल्पना करते है जिसकी बिन्दु O से दूरी x है तथा इसी A बिन्दु से हमें एकांक धनावेश $+q_0$ को O पर स्थित +q आवेश के विद्युत क्षेत्र मे स्थित बिन्दु P तक लाने में किये गये कुल कार्य की गणना करनी है क्योंकि q_0 आवेश पर प्रतिकर्षण बल कार्य कर रहा है अतः हम q_0 आवेश को अल्प दूरी dx तक लाने मे किया गया कार्य

$$dW = F.dx \cos\theta$$

परन्तु $\theta = 180°$ तब $\cos 180° = -1$

$$dW = -F dx \quad \text{——(1)}$$

परन्तु

कूलाम के नियम से,

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{x^2}$$

समी (1) में F का मान रखने पर

$$dW = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{x^2}dx$$

अतः एकांक धनावेश q_0 को अनन्त से r दूरी तक लाने में किया गया कुल कार्य।

$$\int dW = \int_{\infty}^{r} -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{x^2}dx$$

$$W = -\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{r}\frac{1}{x^2}dx$$

$$= -\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{r}x^{-2}dx \qquad \left[\because \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\right]$$

$$= -\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_{\infty}^{r}$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{x}\right]_{\infty}^{r}$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right]$$

TBS by Deepak Sir

$$W = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{1}{r} \quad \text{——— (2)}$$

बिन्दु P पर विभव

$$V = \frac{W}{q_0}$$

समी (2) से मान रखने पर

$$V = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \times \frac{1}{q_0}$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} \text{ Volt}}$$

यही अभीष्ट व्यंजक है

यदि आवेश अन्य किसी माध्यम में रखा हो।

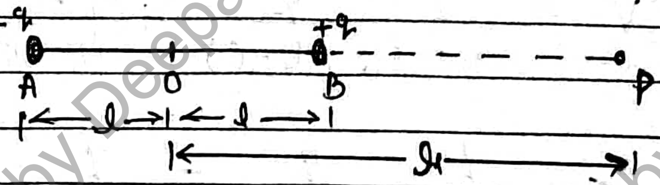
$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \frac{q}{r} \text{ वोल्ट}}$$

जहाँ K - माध्यम का परावैद्युतांक है।

Q.6:- विद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति (अनुदैर्ध्य) में विद्युत विभव का व्यंजक ज्ञात कीजिए। [2015, 17, 18]

उत्तर:- विद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति में विद्युत विभव :- जब कोई बिन्दु विद्युत द्विध्रुव की बढ़ाए गए अक्ष पर स्थित हो तो विद्युत द्विध्रुव के सापेक्ष इसे अक्षीय स्थिति में कहते हैं।

Date: / / Page no: 55



चित्र :- अक्षीय स्थिति में विभव

चित्रानुसार :- AB एक विद्युत द्विध्रुव है जो +q और -q आवेशों से मिलकर बना है इसके मध्य बिन्दु O से r दूरी पर एक बिन्दु P है जिस पर हमें विद्युत विभव की गणना करनी है।

माना +q आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत विभव V_1 है तब

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

तब

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(+q)}{(BP)}$$

$$[\because BP = r - l]$$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-l)} \quad \text{——} (1)$$

माना कि -q आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत विभव V_2 है तब

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(-q)}{AP}$$

$$[\because AP = (r+l)]$$

$$V_2 = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r+l)} \quad \text{——} (2)$$

माना कि बिन्दु P पर कुल विद्युत विभव V है तो

$$V = V_1 + V_2$$

समी (1) व (2) से मान रखने पर

TBS by Deepak Sir

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r-l)} + \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r+l)}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r-l)} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r+l)}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-l)} - \frac{1}{(r+l)}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(r+l)-(r-l)}{(r-l)(r+l)}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{r+l-r+l}{(r^2-l^2)}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2l}{(r^2-l^2)}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(q\times 2l)}{(r^2-l^2)}$$

परन्तु

$p = q\times 2l$ (विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण)

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{(r^2-l^2)}} \text{ Volt}$$

विशेष स्थिति :- यदि $r >> l$ तब l के मान की उपेक्षा करने पर

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^2} \text{ Volt}}$$

यही अभीष्ट व्यंजक है।

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 57

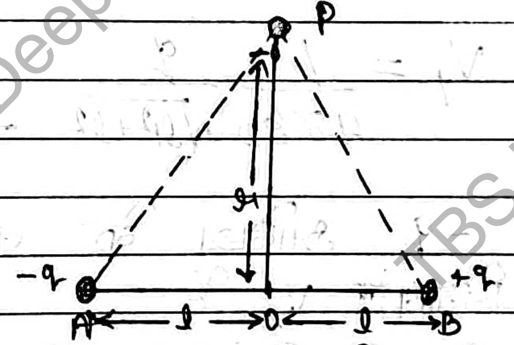
Q.7:- विद्युत द्विध्रुव के कारण निरक्षीय स्थिति में विद्युत विभव का व्यंजक ज्ञात कीजिए [13,14,15]

अथवा

सिद्ध करो कि विद्युत द्विध्रुव के कारण निरक्षीय स्थिति में विद्युत विभव का मान शून्य होता है।

उत्तर:- विद्युत द्विध्रुव के कारण निरक्षीय स्थिति में विभव :- जब कोई बिन्दु विद्युत द्विध्रुव के दोनो आवेशो से समान दूरी पर हो तो इसे विद्युत द्विध्रुव के सापेक्ष निरक्षीय स्थिति में कहते है।

व्यंजक :-



चित्र :- निरक्षीय स्थिति में विभव

चित्रानुसार AB एक विद्युत द्विध्रुव है, जो +q एवं -q आवेशो से मिलकर बना है। जिनके बीच की दूरी 2l है। इसके मध्य बिन्दु O से r दूरी पर निरक्षीय स्थिति में एक बिन्दु P है जिस पर हमे विद्युत विभव ज्ञात करना है।

समकोण Δ POA में पाइथागोरस प्रमेय से

$$AP^2 = OP^2 + OA^2$$

$$AP^2 = r^2 + l^2$$

$$AP = \sqrt{r^2 + l^2}$$

Date: / / Page no: 58

चूंकि $\Delta POA \cong \Delta POB$ के तब

$$PA = PB = \sqrt{r^2 + l^2}$$

माना कि +q आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत विभव V_1 है

तब :: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$

तो

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(+q)}{AP}$$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}} \quad [\because AP = \sqrt{r^2+l^2}] \quad \text{——} (1)$$

माना कि −q आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत विभव V_2 है

तब

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(-q)}{BP}$$

$$[\because BP = \sqrt{r^2+l^2}]$$

$$V_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}} \quad \text{——} (2)$$

माना कि बिन्दु P पर कुल विभव V है

तो $V = V_1 + V_2$

समी. (1) और (2) से मान रखने पर

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}} + \left[-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}} \right]$$

Date: / / Page no: 59

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}}$$

$$\boxed{V = 0}$$

स्पष्ट है कि विद्युत द्विध्रुव के कारण निरक्षीय स्थिति में विद्युत विभव का मान शून्य होता है।

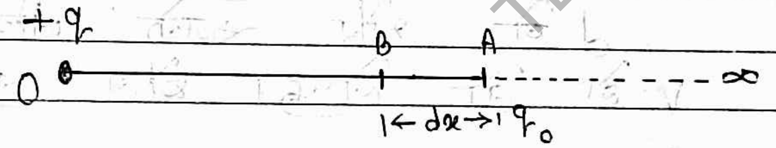
Q. 8 विद्युत क्षेत्र की तीव्रता और विद्युत विभव में सम्बन्ध स्थापित करो।

अथवा

सिद्ध करो कि

$$\boxed{E = -\frac{dV}{dx}}$$

उत्तर:-



चित्रानुसार बिन्दु O पर +q आवेश स्थित है उसके विद्युत क्षेत्र में,

कार्य = बल × बल की दिशा में विस्थापन

$$dW = F \times (-dx)$$

$$dW = -F\,dx$$

$$dW = -q_0 E\,dx \quad \text{---(1)}$$

$\left[\because E = \frac{F}{q_0},\ F = q_0 E \right]$

यदि बिन्दु A तथा B के मध्य विभवान्तर dV हो तो

कार्य = आवेश × विभवान्तर

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 60

$$dW = q_0 \times dV \quad \text{--- (2)}$$

समी॰ (1) व (2) की तुलना करने पर

$$-q_0 E\, dx = q_0\, dV$$

$$-E\, dx = dV$$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

स्पष्ट है कि विद्युत क्षेत्र की तीव्रता दूरी के सापेक्ष विभव में परिवर्तन के ऋणात्मक मान के बराबर होती है।

विशेष :- यदि दो बिन्दुओं के बीच की दूरी d हो और उनके बीच का विभव V हो तो विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{V}{d}$$

इसे विभव प्रवणता कहते हैं।

जानकारी लेस :- (i) विभव के विभिन्न मात्रक वोल्ट, जूल/कूलाम, न्यूटन मीटर/कूलाम

(ii) अक्षीय स्थिति में विभव $V \propto \frac{1}{r^2}$

(iii) निरक्षीय स्थिति में विभव $V = 0$

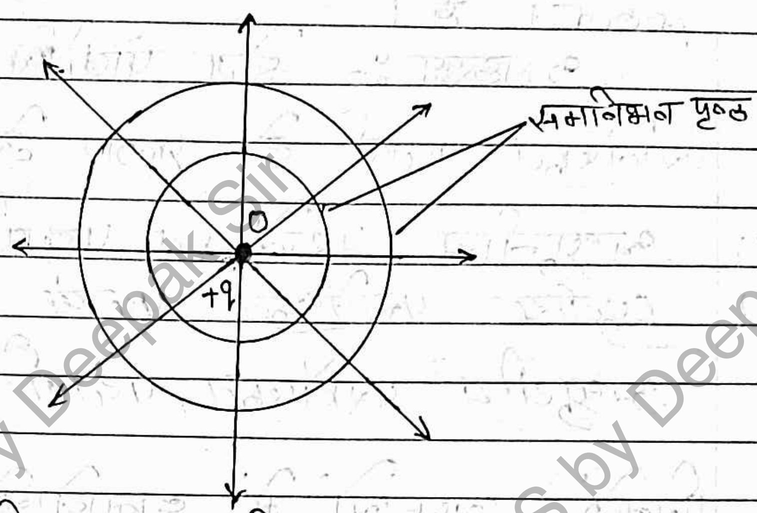
(iv) बिन्दु आवेश के कारण विभव $V \propto \frac{1}{r}$

Date: / / Page no: 61

Q.9: समविभव पृष्ठ की परिभाषा लिखते हुए इसके गुणों को समझाइये। [2012, 15, 17, 19, 2020]

उत्तर: समविभव पृष्ठ :- वह पृष्ठ जिसके प्रत्येक बिन्दु पर विभव का मान एकसमान होता है, समविभव पृष्ठ कहलाता है।

चित्र :-



चित्र :- समविभव पृष्ठ

समविभव पृष्ठ के गुण :-

1. इसके प्रत्येक बिन्दु पर विभव, समान होता है।
2. समविभव पृष्ठ एवं विद्युत क्षेत्र रेखाओं के मध्य कोण सदैव $90°$ का होता है।
3. दो समविभव पृष्ठ कभी एक-दूसरे को नहीं काटते हैं।
4. समविभव पृष्ठ पर किसी आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में किया गया कार्य सदैव शून्य होता है।

माना कि q आवेश को समविभव पृष्ठ पर A से B बिन्दु तक ले जाया जाता है तब $V_B - V_A = \frac{W}{q}$ —(1)

परन्तु समविभव पृष्ठ पर $V_A = V_B$ तब समी (1) से

$$V_B - V_B = \frac{W}{q}$$

या $\boxed{W = 0}$

5. किसी चालक का पृष्ठ सदैव समविभव पृष्ठ होता है।

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 62

Q.10:- परावैद्युत पदार्थ किसे कहते है? यह कितने प्रकार के होते है।

उत्तर :- परावैद्युत पदार्थ :- जो पदार्थ आवेश को प्रवाहित नही करते है, केवल आवेश को संचित कर लेते है। परावैद्युत पदार्थ कहलाते है।

उदाहरण :- मोम, पोलीथिन, प्लास्टिक आदि

परावैद्युत पदार्थ दो प्रकार के होते है :-

(i) अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ
(ii) ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ

(i) अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ :- वे पदार्थ जिनके अणुओं में धनावेशित केन्द्र एवं ऋणावेशित केन्द्र संपाती होते है अर्थात एक ही बिन्दु पर होते है। अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ कहलाते है।

उदाहरण :- H_2, O_2 आदि।

(ii) ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ :- वे पदार्थ जिनके अणुओं में धनावेशित केन्द्र एवं ऋणावेशित केन्द्र संपाती नही होते है अर्थात अलग-अलग होते है, ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ कहलाते है।

उदाहरण :- H_2O, HCl आदि।

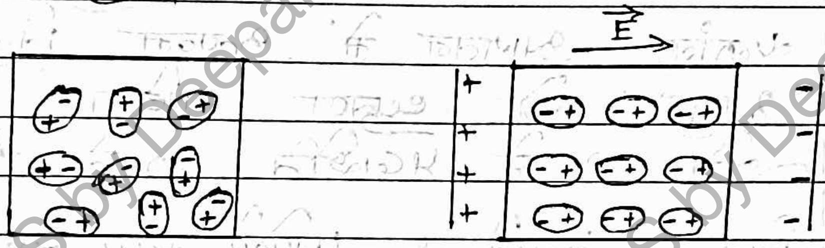
Q.11:- निम्न लिखित को समझाइये :-
1. परावैद्युत पदार्थ का ध्रुवण
2. अध्रुवीय पदार्थ का ध्रुवण

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 63

3. ध्रुवण सदिश
4. विद्युत प्रवृत्ति

उत्तर:- 1) परावैद्युत पदार्थ का ध्रुवण :- प्रत्येक परावैद्युत पदार्थ में धनावेशों के केन्द्र और ऋणावेशों के केन्द्र अलग-अलग लेकिन बाहरी विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में तापीय विक्षोभ के कारण एक दूसरे के सम्पर्क में इस प्रकार से भ्रमित होते हैं, कि इनका कुल विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण ($p = 2ql$) शून्य होता है।



(a) बाह्य विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में (b) बाह्य विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में

जब किसी परावैद्युत पदार्थ को बाहरी विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है, तो उसके प्रत्येक अणु पर बलाघूर्ण कार्य करने लगता है, जो उसे विद्युत क्षेत्र में संरेखित करने का प्रयास करता है। जैसे-जैसे विद्युत क्षेत्र को बढ़ाया जाता है। अणु अधिक से अधिक विद्युत क्षेत्र की दिशा में संरेखित होने लगते हैं। एक स्थिति ऐसी आती है कि सभी अणु संरेखित हो जाते हैं। इसे विद्युत संतृप्तता कहते हैं। अतः इस सम्पूर्ण घटना को परावैद्युत पदार्थ का ध्रुवण कहते हैं।

Date: / / Page no: 64

2) अध्रुवीय पदार्थ का ध्रुवण :- जब अध्रुवीय पदार्थ को बाहरी विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है, तो इसके अणुओं के धनावेशों और ऋणावेशों के केन्द्र अलग - अलग हो जाते हैं फलस्वरूप अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ में विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण पैदा हो जाता है। इस घटना को अध्रुवीय पदार्थ का ध्रुवण कहते हैं।

3) ध्रुवण सदिश :- किसी परावैद्युत पदार्थ के एकांक आयतन में उत्पन्न विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण को ध्रुवण सदिश कहते हैं। इसे P से प्रदर्शित करते हैं।

4) विद्युत प्रवृति :- प्रयोगों द्वारा यह देखा गया है कि ध्रुवण सदिश का मान, बाहरी विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के समानुपाती होता है अर्थात्

$$P \propto E$$

$$P = \chi E$$

जहाँ χ एक नियतांक है जिसे विद्युत प्रवृति कहते हैं।

$$\boxed{\chi = \frac{P}{E}}$$

इस प्रकार " ध्रुवण सदिश एवं विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के अनुपात को विद्युत प्रवृति कहते हैं "।

Date: / / Page no: 65

Q12:- परावैद्युतांक (K) एवं विद्युत प्रवृत्ति (χ) में सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

अथवा

सिद्ध करो कि :-

$$\chi = \varepsilon_0 (K - 1)$$

उत्तर :- χ और K मे सम्बन्ध :-

यदि E_0 परिमाण वाले विद्युत क्षेत्र में, किसी परावैद्युत पदार्थ को रखने पर उसमे उत्पन्न विद्युत क्षेत्र का परिमाण E_p हो तब

कुल विद्युत क्षेत्र :-

$$E = E_0 - E_p \quad \text{------ (1)}$$

परन्तु

$$E_p = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad [\because \sigma = P]$$

$$E_p = \frac{P}{\varepsilon_0}$$

समी. (1) में मान रखने पर -

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}$$

$[\because P = \chi E]$

$$E = E_0 - \frac{\chi E}{\varepsilon_0}$$

दोनो पक्षो मे E से भाग देने पर

$$\frac{E}{E} = \frac{E_0}{E} - \frac{\chi E}{E \varepsilon_0}$$

$$1 = \frac{E_0}{E} - \frac{\chi}{\varepsilon_0}$$

Date: / / Page no: 66

$$1 = k - \frac{\chi}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{\chi}{\varepsilon_0} = k - 1$$

$$\boxed{\chi = \varepsilon_0 (k - 1)}$$

यही आवश्यक व्यंजक है।

Q.13:- विद्युत धारिता की परिभाषा लिखते हुए उसका S.I. मात्रक एवं विमीय सूत्र लिखिए।

उत्तर :- विद्युत धारिता :- सामान्यत: यह देखा गया है कि जैसे-जैसे किसी बर्तन में द्रव की मात्रा बढ़ती है बर्तन में द्रव का तल बढ़ने लगता है उसी प्रकार जब किसी चालक को आवेश दिया जाता है, तो उसका विभव बढ़ने लगता है अत: चालक को दिया गया आवेश इसके विभव के समानुपाती होता है।

यदि आवेश Q हो तो और विभव V हो तो

$$Q \propto V$$

$$Q = CV$$

जहाँ C एक नियतांक है, जिसे चालक की विद्युतधारिता कहते हैं।

परिभाषा :- यदि V = 1 वोल्ट हो तो

Date: / / Page no: 67

$Q = CV$

स्पष्ट है कि किसी चालक की विद्युत धारिता आवेश के उस आंकिक मान के बराबर होती है, जो कि चालक को देने पर उसके विभव इकाई की वृद्धि कर दे, विद्युत धारिता कहलाती है।

मात्रक :- S.I. पद्धति में $\frac{\text{कूलाम}}{\text{वोल्ट}}$ या फैरड (F)

C.G.S पद्धति मे स्थैत फैरड

विमीय सूत्र :- $[M^{-1}L^{-2}T^{4}A^{2}]$

एक फैरड की परिभाषा :-

हम जानते है $Q = CV$

या $C = \frac{Q}{V}$

यदि $Q = 1C$ एवं $V = 1$ वोल्ट तब

$$C = \frac{1C}{1V} = 1 \text{ फैरड}$$

स्पष्ट है कि किसी चालक को 1 कूलाम आवेश देने पर यदि उसके विद्युत विभव में 1 वोल्ट की वृद्धि हो जाए तो उसकी धारिता 1 फैरड कहलाती है।

1 फैरड एवं 1 स्थैत फैरड में सम्बन्ध :-

$$Q = CV$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$1 \text{ फैरड} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \text{ वोल्ट}}$$

[∵ 1 C = 3×10^9 स्थै. कू.
∵ 1 V = $\frac{1}{300}$ स्थै. वोल्ट]

$$1 \text{ फैरड} = \frac{3 \times 10^9 \text{ स्थैत कूलॉम}}{\frac{1}{300} \text{ स्थैत वोल्ट}}$$

$$= 9 \times 10^{11} \text{ स्थैत कूलॉम}$$

Q.14 :- किसी चालक की विद्युत धारिता को प्रभावित करने वाले कारक लिखिए।

उत्तर :- विद्युत धारिता को प्रभावित करने वाले कारक निम्न लिखित है :-

1. चालक के आकार (क्षेत्रफल) पर :- $C \propto A$

स्पष्ट है कि चालक का क्षेत्रफल बढ़ाने पर उसकी विद्युतधारिता का मान बढ़ जाता है।

2. चालक के चारो ओर के माध्यम पर :- $C \propto K$

स्पष्ट है कि वायु की तुलना में अन्य

Date: / / Page no: 69

किसी माध्यम की उपस्थिति पर विद्युत धारिता का मान बढ़ जाता है।

Note:- यदि वायु में चालक की धारिता C हो तो अन्य किसी माध्यम में विद्युत धारिता K गुना हो जाती है।

Q.15:- गोलीय चालक की विद्युत धारिता का व्यंजक ज्ञात करो।

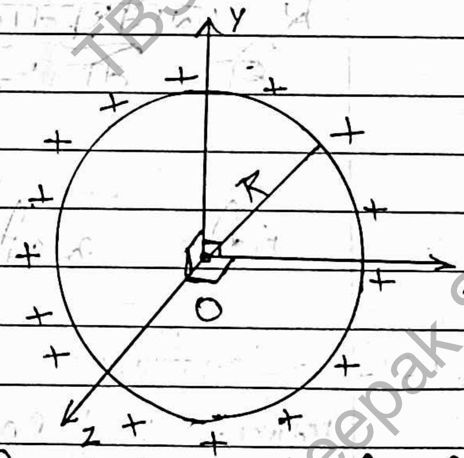
अथवा

सिद्ध करो कि गोलीय चालक की विद्युत धारिता उसकी त्रिज्या का $4\pi\epsilon_0$ गुना होती है।

अथवा

सिद्ध करो कि गोलीय चालक की विद्युत धारिता उसकी त्रिज्या के आंकिक मान के बराबर होती है। [2010, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]

उत्तर:- चित्रानुसार, एक विलगित गोलीय चालक प्रदर्शित है। माना कि उसकी त्रिज्या R और केन्द्र O है। उसकी सतह पर +Q आवेश वितरित है। इस आवेश के कारण गोले की सतह पर विद्युत विभव



चित्र:- गोलीय चालक की धारिता

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R} \quad \text{---} (1)$$

गोले की धारिता C हो तो

$$C = \frac{Q}{V}$$

समी. (i) से V का मान रखने पर

$$C = \frac{Q}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}}$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 R} \text{ फैरड}$$

स्पष्ट है कि गोलीय चालक की विद्युतधारिता उसकी त्रिज्या का $4\pi\varepsilon_0$ गुना होती है।

यदि चालक के चारों ओर कोई K परावैद्युतांक का माध्यम उपस्थित हो तो :-

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 K R} \text{ फैरड}$$

यही अभीष्ट व्यंजक है।

Q.16:- संधारित्र किसे कहते हैं इसके प्रकार लिखिए। [2015 (OT)]

उत्तर :- संधारित्र :- यह एक ऐसी युक्ति है, जो किसी चालक के आकार या आकृति में बिना परिवर्तन किए उसकी विद्युत धारिता के मान को बढ़ा देती है। संधारित्र कहलाती है।

इसे व्यापारिक भाषा में कन्डेंसर कहते हैं।

Date: / / Page no: 71

इसका मुख्य कार्य आवेश को संचित करना है।

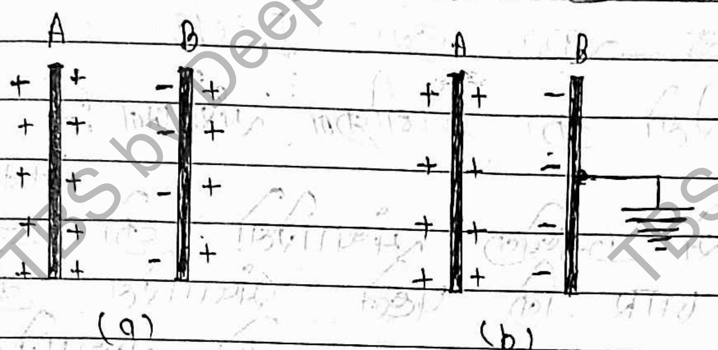
संधारित्र के प्रकार :- संधारित्र तीन प्रकार के होते हैं।

(i) समांतर प्लेट संधारित्र
(ii) गोलीय प्लेट संधारित्र
(iii) बेलनाकार प्लेट संधारित्र

विशेष :- (i) संधारित्र की दोनो प्लेटो पर कुल आवेश शून्य होता है
(ii) संधारित्र का संकेत —| |— या —|(— होता है

Q.17:- संधारित्र के सिद्धान्त को समझाइये।

उत्तर :-



चित्र :- संधारित्र का सिद्धांत

संधारित्र का सिद्धान्त :- चित्रानुसार धातु की प्लेट A को +Q आवेश दिया जाता है। यह आवेश प्लेट की सतह पर एकसमान रूप से वितरित हो जाता है। इस आवेश के कारण इसके पास रखी प्लेट B के निकटवर्ती तल पर ऋणावेश तथा दूरवर्ती तल पर धनावेश प्रेरित हो जाता है [चित्र (a) में] यदि प्लेट B का सम्बन्ध पृथ्वी से कर दिया जाये तो इसका सम्पूर्ण धनावेश पृथ्वी में चला जाता है। फलस्वरूप प्लेट B का आवेश कम हो जाता है। अतः इसका विभव

कम हो जाता है।

अतः सूत्र $C = \frac{Q}{V}$ के अनुसार विद्युत धारिता का मान बढ़ जाता है। यही संधारित्र का सिद्धांत है।

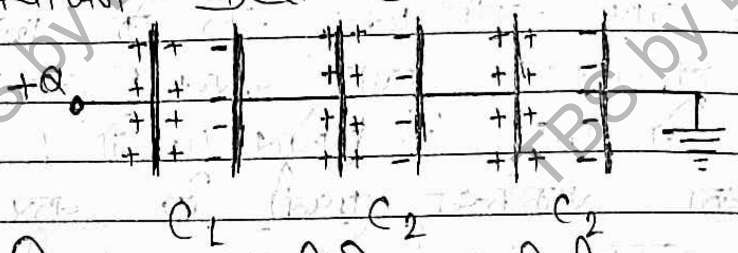
Q.18:- संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन से आप क्या समझते हैं? इसकी तुल्य धारिता का व्यंजक ज्ञात करो। [2019]

अथवा

तीन संधारित्र जिनकी विद्युत धारिताएं C_1, C_2 एवं C_3 है, को श्रेणी क्रम में जोड़ा गया है। इनकी तुल्य धारिता का व्यंजक ज्ञात करो। [2018]

उत्तर:- संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन:- जब दो या दो से अधिक संधारित्रों को इस प्रकार जोड़ा जाए कि पहले संधारित्र की दूसरी प्लेट का सम्बन्ध, दूसरे संधारित्र की पहली प्लेट से कर दिया जाए एवं दूसरी प्लेट का सम्बन्ध, तीसरे संधारित्र की पहली प्लेट से कर दिया जाए और आगे भी यही क्रम चलता जाए तो इस तरह के संयोजन को संधारित्रों का श्रेणीक्रम संयोजन कहते हैं।

चित्र:-



चित्र:- संधारित्रों का श्रेणी क्रम संयोजन

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 73

सिद्धान्त :- श्रेणी क्रम संयोजन में प्रत्येक संधारित्र पर आवेश की मात्रा समान होती है।

व्यंजक :- चित्रानुसार तीन संधारित्र जिनकी विद्युत धारिताएं C_1, C_2 एवं C_3 है, को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है।

माना कि प्रत्येक का विभव V_1, V_2 एवं V_3 है तब :-

कुल विद्युत विभव

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad \text{---} (1)$$

परन्तु ;

$$Q = CV$$

या

$$V = \frac{Q}{C} \quad \text{---} (2)$$

पहले संधारित्र के लिए

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}$$

दूसरे संधारित्र के लिए

$$V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

तीसरे संधारित्र के लिए

$$V_3 = \frac{Q}{C_3}$$

अभी (1) में V, V_1, V_2 एवं V_3 के मान रखने पर

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$\frac{Q}{C} = Q\left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right]$$

Date: / / Page no: 74

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

स्पष्ट है कि "श्रेणीक्रम संयोजन में तुल्य धारिता का व्युत्क्रम प्रत्येक संधारित्र की विद्युत धारिताओं के व्युत्क्रमों के योगफल के बराबर होती है।"

विशेष:- दिए गये संधारित्रों के संयोजन से यदि हमें कम धारिता का समतुल्य संधारित्र प्राप्त करना है तो इन्हें श्रेणीक्रम संयोजन में जोड़ना चाहिए।

Q. 19:- संधारित्रों के समान्तर क्रम संयोजन से आप क्या समझते हैं। इनकी तुल्य धारिता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

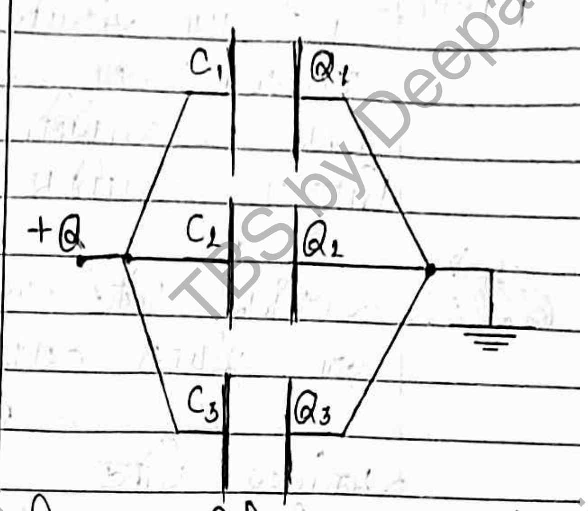
अथवा

तीन संधारित्र जिनकी विद्युतधारिताएं C_1, C_2 एवं C_3 हैं, को समान्तर क्रम में जोड़ा गया है। इनकी तुल्यधारिता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

उत्तर:- संधारित्रों का समान्तर क्रम संयोजन :- जब दो या दो से अधिक संधारित्रों को इस प्रकार से जोड़ा जाए कि सभी संधारित्रों की पहली प्लेट का सम्बन्ध एक बिन्दु A से जोड़ दिया जाए तथा दूसरी प्लेटों का सम्बन्ध किसी अन्य बिन्दु B से जोड़ दिया जाए तो इस प्रकार के संयोजन को समान्तर क्रम संयोजन कहते हैं।

TBS by Deepak Sir

सिद्धान्त :- समांतर क्रम संयोजन में सभी संधारित्रों का विभवान्तर एक समान होता है।



चित्र :- संधारित्रों का समांतर क्रम संयोजन

संयोजन :- चित्रानुसार तीन संधारित्र जिनकी विद्युत धारिताएं क्रमशः C_1, C_2 एवं C_3 है, को समांतर क्रम में जोड़ा गया है। माना कि उनके आवेश क्रमशः Q_1, Q_2 एवं Q_3 है। और कुल आवेश Q है तो

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad \text{——} (1)$$

परन्तु

$$Q = CV \quad \text{——} (2)$$

पहले संधारित्र के लिये : $Q_1 = C_1 V$

दूसरे संधारित्र के लिये : $Q_2 = C_2 V$

तीसरे संधारित्र के लिये : $Q_3 = C_3 V$

समी. (1) में Q, Q_1, Q_2 एवं Q_3 के मान रखने पर

$$CV = C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

$$CV = V [C_1 + C_2 + C_3]$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3}$$

स्पष्ट है कि समान्तर क्रम संयोजन में कुल धारिता, प्रत्येक संधारित्र की विद्युत धारिताओं के योगफल के बराबर होता है।

TBS by Deepak Sir

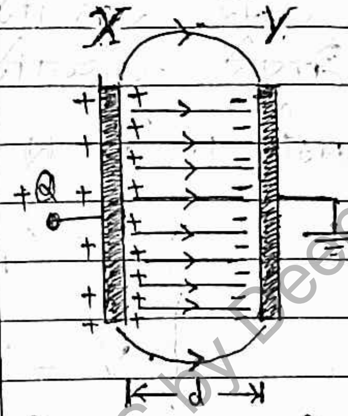
Date: / / Page no: 76

विशेष :- दिये गये संधारित्रो के संयोजन से अधिक धारिता का संयोजन प्राप्त करने के लिए संधारित्रो को समान्तर क्रम मे जोड़ना चाहिए।

Imp.
Q.20 :- समांतर प्लेट संधारित्र की विद्युत धारिता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।
अथवा
समान्तर प्लेट संधारित्र क्या है। इसकी धारिता का व्यंजक ज्ञात करते हुए निर्भरता लिखिए।

उत्तर :- समान्तर प्लेट संधारित्र :- इस संधारित्र मे दो आयताकार या गोलाकार प्लेटें होती है जो एक-दूसरे के समान्तर होती है इन प्लेटो के मध्य वायु या अन्य कोई परावैद्युत पदार्थ जैसे कि अभ्रक या माइका भर दिया जाता है।

धारिता का व्यंजक :- माना कि प्लेट X को +Q आवेश दिया जाता है जो कि इसकी सतह पर एक समान रूप से वितरित हो जाता है। इसके पास रखी प्लेट Y के निकटवर्ती तल पर ऋणावेश प्रेरित हो जाता है। लेकिन प्लेट Y का सम्बन्ध पृथ्वी से कर दिया जाता है अतः यह प्रेरित ऋणावेश पृथ्वी मे चला जाता है।



चित्र :- समांतर प्लेट संधारित्र

Date: / / Page no: 77

माना कि प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A और पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है।

पुनः माना कि प्लेट X के कारण कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E_x} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$ [प्लेट X से Y की ओर]

माना प्लेट Y के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E_y} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$ [प्लेट X से Y की ओर]

माना कि विद्युत क्षेत्र की कुल तीव्रता $\vec{E}$ है तब

$$\vec{E} = \vec{E_x} + \vec{E_y} \longleftarrow (1)$$

समी. (1) में $\vec{E_x}$ एवं $\vec{E_y}$ का मान रखने पर

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$= \frac{\sigma + \sigma}{2\epsilon_0}$$

$$= \frac{2\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \longrightarrow (2)$$

माना कि दोनो प्लेटो के मध्य विभवान्तर V है तथा उनके बीच की दूरी d है तब विभव प्रवणता से

$$E = \frac{V}{d} \longrightarrow (3)$$

Date: / / Page no: 78

समी० (2) व (3) की तुलना करने पर

$$\frac{V}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} \quad \text{—— (4)}$$

यदि संधारित्र की विद्युत धारिता 'C' हो तो

$$C = \frac{Q}{V}$$

समी० (4) से V का मान रखने पर

$$C = \frac{Q}{\frac{\sigma d}{\varepsilon_0}}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 Q}{\sigma d} \quad \left[\because \sigma = \frac{Q}{A},\ Q = \sigma A\right]$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \sigma A}{\sigma d}$$

$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0}{d}} \text{ फैरड}$$

यही अभीष्ट व्यंजक है।

यदि दोनों प्लेटो के मध्य कोई K परावैद्युतांक का माध्यम हो तो

$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0 K}{d}} \text{ फैरड}$$

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 79

समी. से स्पष्ट है कि [$C \propto K$] अगर दोनो प्लेटो के मध्य कोई K परावैद्युतांक का माध्यम उपस्थित है तो उसकी धारिता 'बढ़' जाती है।

धारिता की निर्भरता :-

1. परावैद्युत पदार्थ की उपस्थिति पर :- ($C \propto K$) स्पष्ट है कि परावैद्युत पदार्थ की उपस्थिति मे विद्युतधारिता का मान बढ़ जाता है।

2. दोनो प्लेटो के प्रभावी क्षेत्रफल पर :- ($C \propto A$) स्पष्ट है कि दोनो प्लेटो का प्रभावी क्षेत्रफल अधिक होने पर विद्युत धारिता का मान बढ़ जाता है।

3. दोनो प्लेटो के बीच की दूरी पर :-

($C \propto \frac{1}{d}$) अत: दोनो प्लेटो के बीच की दूरी बढ़ाने पर विद्युत धारिता का मान कम जाता है।

V. Imp.

Q. 21 समान्तर प्लेट संधारित्र की विद्युतधारिता का व्यंजक ज्ञात कीजिए जबकि दोनो प्लेटो के मध्य कोई आंशिक रूप से परावैद्युत पदार्थ भर दिया जाता है।

उत्तर :- चित्रानुसार :- समांतर प्लेट संधारित्र की दोनो प्लेटो के मध्य t मोटाई का परावैद्युत पदार्थ रखा गया है।

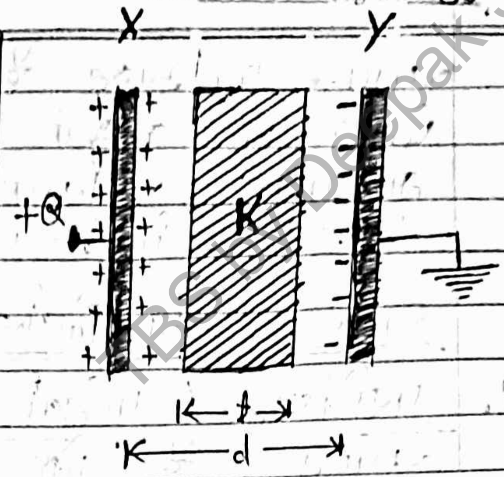
माना कि दोनो प्लेटो के बीच की दूरी d है, और प्रभावी क्षेत्रफल A है।

Date: / / Page no: 80

वायु मे विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_a = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

परावैद्युत पदार्थ मे विद्युत क्षेत्र की तीव्रता



चित्र :- समान्तर प्लेट संधारित्र आंशिक परावैद्युत पदार्थ में

$$E_m = \frac{\sigma}{K\varepsilon_0}$$

यदि वायु और परावैद्युत पदार्थ के विभव क्रमशः V_a और V_m हो तो

वायु मे $E_a = \frac{V_a}{d-t}$

या $V_a = E_a(d-t)$

परावैद्युत पदार्थ में :- $E_m = \frac{V_m}{t}$

$$V_m = E_m \times t$$

माना कि कुल विद्युत विभवान्तर V है।

तब $V = V_a + V_m$ ——— (1)

समी (1) मे V_a तथा V_m का मान रखने पर

$$V = E_a(d-t) + E_m \times t$$

अब E_a तथा E_m के मान रखने पर

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 81

$$V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(d-t) + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K} \cdot t$$

$$V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[(d-t) + \frac{t}{K}\right]$$

यदि संधारित्र की धारिता 'C' हो तो

$$C = \frac{Q}{V}$$

V का मान रखने पर

$$C = \frac{Q}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[(d-t) + \frac{t}{K}\right]}$$

$$C = \frac{Q \cdot \varepsilon_0}{\sigma\left[(d-t) + \frac{t}{K}\right]}$$

$$C = \frac{\sigma A \varepsilon_0}{\sigma\left[(d-t) + \frac{t}{K}\right]} \qquad \left[\because \sigma = \frac{Q}{A} \quad Q = \sigma A\right]$$

$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0}{\left[(d-t) + \frac{t}{K}\right]}}$$

केस (2)

Date: / / Page no: 32

विशेष परिस्थितियाँ :-

1. यदि दोनों प्लेटो के मध्य कोई परावैद्युत पदार्थ न हो, तब

$$t = 0$$

अतः समी. (2) से

$$C = \frac{A\varepsilon_0}{(d-0)+\frac{0}{K}}$$

$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0}{d}}$$ निरव

2. यदि दोनों प्लेटो के मध्य पूरी तरह से परावैद्युत पदार्थ भर दिया जाए तो इस स्थिति में,

$$d = t$$

अतः समी. (2) से

$$C = \frac{A\varepsilon_0}{(d-d)+\frac{d}{K}}$$

$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0 K}{d}}$$

3. यदि दोनों प्लेटो के मध्य धातु की कोई प्लेट रख दी जाए तो

$$K = \infty \quad | \quad d = t$$

अतः समी. (4) से

$$C = \frac{A\varepsilon_0}{(d-d)+\frac{d}{\infty}}$$

$$\boxed{C = \infty}$$

स्पष्ट है कि जब दोनो प्लेटो के मध्य पूरी तरह चालक की प्लेट रख दी जाती है, तो संधारित्र, संधारित्र की तरह व्यवहार नहीं करता, बल्कि चालक की तरह व्यवहार करता है।

Q.22:- संधारित्रों की संचित ऊर्जा क्या होती है? इसके लिये व्यंजक ज्ञात कीजिए।

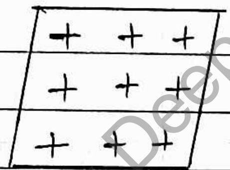
अथवा

सिद्ध करो कि आवेशित चालक की ऊर्जा इसके विभव के वर्ग के समानुपाती होती है

अथवा

सिद्ध करो कि : $U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

उत्तर:- संधारित्रों में संचित ऊर्जा :- प्रत्येक संधारित्र को आवेशित करने में कुछ कार्य करना पड़ता है। यही कार्य उस संधारित्र में विद्युत स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।



चित्रानुसार एक चालक प्लेट प्रदर्शित है माना कि प्रारम्भ में कोई आवेश नहीं है अर्थात उसका विद्युत विभव शून्य है यदि चालक को +Q आवेश दिया जाता है तो यह चालक की सतह पर एक समान रूप से वितरित हो जाता है। तथा किया गया कार्य माना कि W_1 है

TBS by Deepak Sir

यदि अब चालक को फिर से $+Q_1$ आवेश दिया जाये तो अब किया गया कार्य W_2 का मान W_1 से अधिक होगा क्योंकि पहले से उपस्थित धन आवेश आने वाले आवेश को प्रतिकर्षित करेगा। फलस्वरूप किया गया कार्य अधिक होगा। यदि हम इसी प्रकार आवेश, चालक को देते जाए तो किए गये कार्य का मान बदलता जायेगा।

प्रारम्भिक विभव = 0

अन्तिम विभव = V

चालक का औसत विभव = $\frac{\text{प्रा० वि० + अ० वि०}}{2}$

$$= \frac{0+V}{2} = \frac{V}{2}$$

चालक को आवेशित करने में किया गया कार्य W हो तो

कार्य = आवेश × औसत विभव

$$W = Q \times \frac{V}{2}$$

$$W = \frac{1}{2} Q V$$

परन्तु किया गया कार्य ही विद्युत ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।

अतः $U = W$

Date: / / Page no: 85

$$U = \frac{1}{2} QV$$

परन्तु

$$Q = CV$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

परन्तु

$$V = \frac{Q}{C}$$

अतः

$$U = \frac{1}{2} C \left(\frac{Q}{C}\right)^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

यही संधारित्र की संचित ऊर्जा का व्यंजक है

Q.23:- सिद्ध करो कि दो अविलगित चालकों को जोड़ने पर सदैव ऊर्जा की हानि होती है

अथवा

दो अविलगित चालक जिनकी विद्युत धारिताएं C_1 व C_2 हैं, को जोड़ने पर निम्न के व्यंजक प्राप्त करो।

(i) उभयनिष्ठ विभव (ii) ऊर्जा हानि

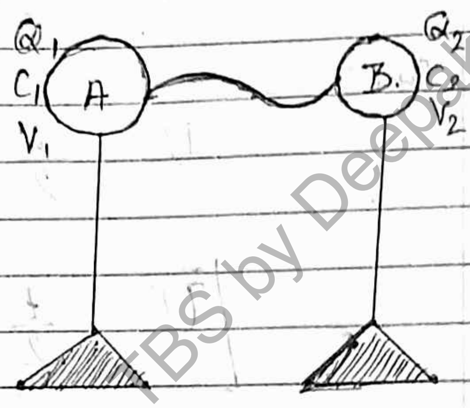
TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 86

उत्तर :- उभयनिष्ठ विभव :- जब दो आवेशित चालकों को जोड़ा जाता है, तो आवेश उच्च विभव से निम्न विभव की ओर प्रवाहित होता है। एक ऐसी स्थिति आती है कि दोनों चालकों के विभव एक समान हो जाते हैं। इसे उभयनिष्ठ विभव कहते हैं।

व्यंजक :-

चित्रानुसार A और B दो गोलीय चालक प्रदर्शित हैं इन पर आवेश, विद्युत धारिता एवं विभव क्रमशः Q_1, C_1, V_1 एवं Q_2, C_2, V_2 है



तब

चालक A पर आवेश की मात्रा $Q_1 = C_1V_1$

एवं चालक B पर आवेश की मात्रा $Q_2 = C_2V_2$

माना कि कुल आवेश Q है

तब $Q = Q_1 + Q_2$

$$Q = C_1V_1 + C_2V_2$$

माना कि कुल धारिता C है

तब $\boxed{C = C_1 + C_2}$

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 87

यदि उभयनिष्ट विभव V है। तब

$$V = \frac{Q}{C}$$

समी० में Q तथा C का मान रखने पर

$$V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2} \quad \text{—— (1)}$$

यही उभयनिष्ट विभव का व्यंजक है।

(iii) ऊर्जा हानि :- दोनों आवेशित चालकों को जोड़ने पर विद्युत ऊर्जा का कुछ भाग ऊष्मीय ऊर्जा के रूप में परिवर्तित हो जाता है। इसी को ऊर्जा हानि कहते हैं।

जोड़ने के पूर्व :-

∴ चालक A की ऊर्जा $= \frac{1}{2} C_1V_1^2$

∴ चालक B की ऊर्जा $= \frac{1}{2} C_2V_2^2$

जोड़ने के पूर्व कुल ऊर्जा :-

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1V_1^2 + \frac{1}{2} C_2V_2^2$$

जोड़ने के पश्चात ऊर्जा :- जोड़ने के पश्चात दोनों चालकों में विभव समान होंगे, अतः

चालक A की ऊर्जा $= \frac{1}{2} C_1V^2$

चालक B की ऊर्जा $= \frac{1}{2} C_2V^2$

Date: / / Page no: 88

जोड़ने के पश्चात कुल ऊर्जा :-

$$U_2 = \frac{1}{2}C_1V^2 + \frac{1}{2}C_2V^2$$

$$= \frac{1}{2}V^2(C_1 + C_2)$$

समी (1) से V का मान रखने पर

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}\right]^2 (C_1 + C_2)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(C_1V_1 + C_2V_2)^2}{(C_1 + C_2)^2} \times (C_1 + C_2)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(C_1V_1 + C_2V_2)^2}{(C_1 + C_2)}$$

अतः ऊर्जा हानि $\Delta U = U_1 - U_2$

$$\Delta U = \frac{1}{2}C_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2 - \frac{1}{2}\frac{(C_1V_1 + C_2V_2)^2}{(C_1 + C_2)}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}(C_1V_1^2 + C_2V_2^2) - \frac{1}{2}\frac{(C_1V_1 + C_2V_2)^2}{(C_1 + C_2)}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}\left[\frac{(C_1 + C_2)(C_1V_1^2 + C_2V_2^2) - (C_1V_1 + C_2V_2)^2}{(C_1 + C_2)}\right]$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}\left[\frac{C_1^2V_1^2 + C_1C_2V_2^2 + C_1C_2V_1^2 + C_2^2V_2^2 - C_1^2V_1^2 - C_2^2V_2^2 - 2C_1C_2V_1V_2}{(C_1 + C_2)}\right]$$

Date: / / Page no: 89

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{C_1C_2V_1^2 + C_1C_2V_2^2 - 2C_1C_2V_1V_2}{(C_1+C_2)}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{(C_1+C_2)}\left[V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\right]$$

$$= \frac{1}{2}\frac{C_1C_2(V_1-V_2)^2}{(C_1+C_2)}$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{C_1C_2(V_1-V_2)^2}{2(C_1+C_2)}}$$

यही ऊर्जा हानि के लिये अभीष्ट व्यंजक है।

Imp

Q.24: वान-डी ग्राफ जनरेटर (जनित्र) की परिभाषा लिखते हुए इसे निम्न बिन्दुओं के आधार पर समझाइये।
(i) सिद्धांत (ii) चित्र (iii) कार्यविधि (4) उपकरण का वर्णन (iv) गुण-दोष।

उत्तर:- वान-डी-ग्राफ जनित्र :- सन् 1931 में वान-डी-ग्राफ नामक वैज्ञानिक ने एक ऐसी मशीन या जनरेटर का निर्माण किया, जिसकी सहायता से लगभग 10 लाख वोल्ट या उससे भी अधिक का विभवान्तर उत्पन्न किया जा सकता है।

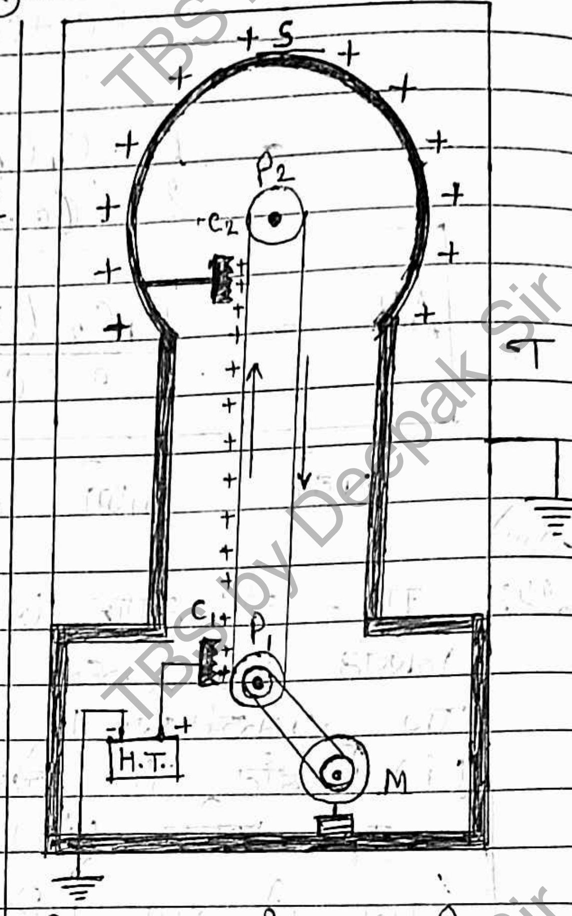
(i) सिद्धान्त :- वान डी ग्राफ जनरेटर की कार्यविधि नुकीले भागो की कार्यविधि पर आधारित है, नुकीले भागो पर आवेश का पृष्ठ घनत्व $(\sigma = \frac{Q}{A})$ सबसे अधिक होता है। यदि नुकीले भाग वाले

TBS by Deepak Sir

Date: / / Page no: 70

चालक पर आवेश की मात्रा अधिक हो तो आवेश नुकीले भागों से बाहर की ओर प्रवाहित होने लगता है जिसे विद्युत पवन कहते है

(ii) चित्र :-



चित्र :- वान डी ग्राफ जनित्र

(iii) उपकरण का वर्णन :-

चित्रानुसार इसमें एक धातु का गोला S होता है खोखले गोले का व्यास लगभग 10 मीटर होता है। इस गोले को 15-15 मी. ऊँचे विद्युतरोधी खम्भों पर रख दिया जाता है। चित्र मे P_1 एवं P_2 दो घिरनियाँ है जिस पर विद्युत रोधी बेल्ट घूमता है। घिरनी P_1 का सम्बन्ध मोटर M से जोड़ दिया जाता है चित्र मे C_1 एवं C_2 दो धात्विक कंघियां (Combs) है C_1 को फुहार कंघी कहते है एवं C_2 को संग्राहक कंघी कहते है संग्राहक कंघी C_2 का सम्बन्ध धात्विक गोले से जोड़ दिया जाता है एवं C_1 कंघी का सम्बन्ध उच्च तनाव की बैटरी के धन सिरे से जोड़ देते है

Date: / / Page no: 91

इस सम्पूर्ण प्रबन्ध को एक लोहे के टैंक T में बन्द कर दिया जाता है। लोहे के टैंक में वायु भर दी जाती है जिसका दाब 15 वायु मण्डलीय दाब है।

(iv) कार्यविधि :- फुहार कंघी C_1 का सम्बन्ध उच्च तनाव की बैटरी के धन सिरे से होता है फलस्वरूप इसके नुकीले सिरो पर आवेश का पृष्ठ घनत्व सर्वाधिक होता है जिससे विद्युत पवन चलने लगती है जिससे बेल्ट के सामने वाला भाग धनावेशित हो जाता है। यह भाग ऊपर की ओर चलने लगता है जब बेल्ट का यह वाला भाग संग्राहक कंघी C_2 के सामने पहुँचता है तो कंघी के नुकीले सिरो पर ऋणावेश प्रेरित हो जाता है तथा गोले के बाहरी पृष्ठ पर धनावेश प्रेरित हो जाता है, कंघी C_2 पर प्रेरित ऋणावेश के कारण फिर से विद्युत पवन चलने लगती है जो बेल्ट के धनावेश को समाप्त कर देती है। इस प्रकार बेल्ट अनावेशित होकर आगे चलने लगता है और फिर से फुहार कंघी C_1 के सामने आ जाता है एवं बेल्ट पुनः धनावेशित होकर ऊपर की ओर चलने लगता है। यह प्रक्रिया चलती रहती है जिसके कारण धात्विक गोले S पर अत्याधिक आवेश उत्पन्न हो जाता है, फलस्वरूप इसका विभव 10 लाख वोल्ट या उससे भी बढ़ जाता है।

(V) दोष :- (i) बड़े आकार के कारण असुविधाजनक है।
(ii) उच्च विभवान्तर के कारण यह खतरनाक होता है।

Date: / / Page no: 92

उपयोग :- (i) इसका उपयोग सामान्यतः नाभिकीय विखण्डन प्रक्रिया में किया जाता है।
(ii) नाभिकीय भौतिकीय में अध्ययन के लिए।