Serial Number ↓

Roll No. ______________

U-620

A
SET/सेट

हायर सेकेण्डरी मुख्य परीक्षा वर्ष - 2023

Higher Secondary Examination (Main) - 2023

उच्च गणित

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Total Questions : **23**	Total Printed Pages : **15+1** Blank	Time : **3** Hours	Maximum Marks : **80**

निर्देश :

(i) सभी प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

(ii) प्रश्न क्रमांक **1** से **5** तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर **1-1** अंक निर्धारित हैं।

(iii) प्रश्न क्रमांक **6** से **15** तक प्रत्येक **2** अंक का है।

(iv) प्रश्न क्रमांक **16** से **19** तक प्रत्येक **3** अंक का है।

(v) प्रश्न क्रमांक **20** से **23** तक प्रत्येक **4** अंक का है।

Instructions :

(i) All the questions are **compulsory.**

(ii) Subquestions of Question Nos. **1** to **5** carry **1** mark each.

(iii) Question Nos. **6** to **15** carry **2** marks each.

(iv) Question Nos. **16** to **19** carry **3** marks each.

(v) Question Nos. **20** to **23** carry **4** marks each.

1 सही विकल्प चुनकर लिखिए : 1×6=6

(i) $f(x) = 5x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \to R$ में

(a) f एकैकी आच्छादक है

(b) f बहु एक आच्छादक है

(c) f एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है

(d) f न तो एकैकी है और न आच्छादक

(ii) $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ का मान बराबर है

(a) π (b) $-\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ तो α का मान है :

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(c) π (d) $\frac{3\pi}{2}$

(iv) यदि A एक 2×2 कोटि का वर्ग आव्यूह हो तो $|5A|$ का मान होगा :

(a) $5|A|$ (b) $25|A|$

(c) $125|A|$ (d) $15|A|$

(v) यदि $P(A) = 0.5, P(B) = 0$ तब $P(A|B)$ है :

(a) 0 (b) 0.5

(c) परिभाषित नहीं (d) 1

(vi) यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = 0$ हो तो x बराबर है

(a) 6 (b) ± 6

(c) -6 (d) 0

Choose and write the correct options :

(i) In the function $f : R \rightarrow R$, given by $f(x) = 5x$

(a) f is one-one onto

(b) f is many-one onto

(c) f is one-one but not onto

(d) f is neither one-one nor onto

(ii) $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ is equal to

(a) π (b) $-\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

(iii) If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then the value of α is

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(c) π (d) $\frac{3\pi}{2}$

(iv) If A is a square matrix of order 2×2, then $|5A|$ is equal to

(a) $5|A|$ (b) $25|A|$

(c) $125|A|$ (d) $15|A|$

(v) If $P(A) = 0.5, P(B) = 0$, then $P(A|B)$ is

(a) 0 (b) 0.5

(c) not defined (d) 1

(vi) If $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = 0$, then x is equal to

(a) 6 (b) ± 6

(c) -6 (d) 0

2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1×7=7

(i) यदि $y=\sqrt{e^{\sqrt{x}}}$, $x>0$ तो $\frac{dy}{dx}=$ ________ है।

(ii) वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर प्रति सेकंड त्रिज्या r के सापेक्ष जबकि r = 5 सेमी है ________।

(iii) $\int(\sin^{-1}x+\cos^{-1}x)\,dx$ = ________.

(iv) तीन कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के विशिष्ट हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या ________ होती है।

(v) त्रिभुज की तीनों भुजाओं को क्रम में लेने पर उनका सदिश योग ________ होता है।

(vi) x, y और z-अक्षों की दिक् कोसाइन क्रमशः ________ होती है।

(vii) $\int e^x[f(x)+f'(x)]dx=$ ________

Fill in the blanks :

(i) If $y=\sqrt{e^{\sqrt{x}}}$, $x>0$ then $\frac{dy}{dx}=$ ________

(ii) Rate of change of area of circle per second with respect to its radius r when r = 5 cm will be ________.

(iii) $\int(\sin^{-1}x+\cos^{-1}x)\,dx$ = ________.

(iv) The number of arbitrary constants in the particular solution of a differential equation of third order are ________.

(v) The vector sum of the three sides of a triangle taken in order is ________.

(vi) The direction cosines of x, y and z-axis are ________respectively.

(vii) $\int e^x[f(x)+f'(x)]dx=$ ________

3 सही जोड़ी बनाइये :

1×6=6

स्तम्भ 'अ'		स्तम्भ 'ब'	
(i)	$\int \tan x \, dx$	(a)	$\log\lvert\sin x\rvert + c$
(ii)	$\int \cot x \, dx$	(b)	$\cos 2x$
(iii)	$\int \sec x \, dx$	(c)	$\sec^2 x$
(iv)	$\int \operatorname{cosec} x \, dx$	(d)	$2\cos 2x$
(v)	$\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$	(e)	$\log\lvert\operatorname{cosec} x - \cot x\rvert + c$
(vi)	$\sin 2x$ का अवकलज x के सापेक्ष	(f)	$-\log\lvert\cos x\rvert + c$
		(g)	$\log\lvert\sec x + \tan x\rvert + c$

Match the correct pairs :

Column 'A'		Column 'B'	
(i)	$\int \tan x \, dx$	(a)	$\log\lvert\sin x\rvert + c$
(ii)	$\int \cot x \, dx$	(b)	$\cos 2x$
(iii)	$\int \sec x \, dx$	(c)	$\sec^2 x$
(iv)	$\int \operatorname{cosec} x \, dx$	(d)	$2\cos 2x$
(v)	$\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$	(e)	$\log\lvert\operatorname{cosec} x - \cot x\rvert + c$
(vi)	Derivative of $\sin 2x$ with respect to x	(f)	$-\log\lvert\cos x\rvert + c$
		(g)	$\log\lvert\sec x + \tan x\rvert + c$

4 प्रत्येक का एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए :

$1 \times 7 = 7$

(i) तुच्छ संबंध किसे कहते हैं?

(ii) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

(iii) स्तम्भ आव्यूह किसे कहते हैं?

(iv) सदिश $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ का परिमाण ज्ञात कीजिए।

(v) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा $P(A) = 0.3$ और $P(B) = 0.4$ तब $P(B|A)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(vi) $\cos\left(\sec^{-1}x+\operatorname{cosec}^{-1}x\right), |x| \geq 1$ का मान ज्ञात कीजिए।

(vii) एक उत्पाद की x इकाइयों से प्राप्त कुल आय रुपयों में $R(x)=3x^2+36x+5$ से प्रदत्त है। जब $x=15$ तो सीमान्त आय ज्ञात कीजिए।

Give answers in one word / sentence each :

(i) What is trivial relation ?

(ii) Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

(iii) What is column matrix ?

(iv) Find magnitude of the vector $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$.

(v) If A and B are two independent events with $P(A) = 0.3$ and $P(B) = 0.4$ then find $P(B|A)$.

(vi) Find the value of $\cos\left(\sec^{-1}x+\operatorname{cosec}^{-1}x\right), |x| \geq 1$.

(vii) The total revenue in Rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x)=3x^2+36x+5$. Find the marginal revenue when $x=15$.

5 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए : **1×6=6**

(i) अवकल समीकरण $xy\frac{d^2y}{dx^2}+x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-y\frac{dy}{dx}=0$ की कोटि 2 है।

(ii) सदिश $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ तथा $\vec{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ के बीच का कोण 60° है।

(iii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}-y=\cos x$ का समाकलन गुणक e^{-x} है।

(iv) $f:x\rightarrow y$ एक आच्छादक फलन है तब f का परिसर $= y$.

(v) $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{3}=\tan^{-1}\frac{1}{5}$

(vi) यदि $A=\left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ तथा $B=\left[b_{ij}\right]_{n\times p}$ तो AB की कोटि $m\times p$ होगी।

Write true or false in the following statements :

(i) Order of differential equation $xy\frac{d^2y}{dx^2}+x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-y\frac{dy}{dx}=0$ is 2.

(ii) Angle between vectors $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ and $\vec{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ is 60°.

(iii) Integrating factor of differential equation $\frac{dy}{dx}-y=\cos x$ is e^{-x}.

(iv) $f:x\rightarrow y$ is onto function then range of $f = y$.

(v) $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{3}=\tan^{-1}\frac{1}{5}$

(vi) If $A=\left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ and $B=\left[b_{ij}\right]_{n\times p}$ then order of AB will be $m\times p$.

6 यदि $A=\{1,2,3\}, B=\{4,5,6,7\}$ तथा $f=\{(1,4),(2,5),(3,6)\}$

A से B तक एक फलन है, तो सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है।

If $A=\{1,2,3\}, B=\{4,5,6,7\}$ and $f=\{(1,4),(2,5),(3,6)\}$

be a function from A to B, then show that f is one-one.

अथवा / **OR**

जाँच कीजिए कि समुच्चय $\{1,2,3,4\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं।

Examine that the relation R in the set $\{1,2,3,4\}$ given by $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)\}$ is reflexive and transitive but not symmetric.

7 सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1}x\,;\, x \in [-1\ \ 1]$

Prove that $\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1}x\,;\, x \in [-1\ \ 1]$

अथवा / **OR**

सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}\,;\, x \in [-1\ \ 1]$

Prove that $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}\,;\, x \in [-1\ \ 1]$

8 यदि $A=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ तो $(A+B)'$ ज्ञात कीजिए। 2

If $A=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}$, then find $(A+B)'$.

अथवा / OR

यदि $A=\begin{bmatrix}1\\ -4\\ 3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 1\end{bmatrix}$ तो AB ज्ञात कीजिए।

If $A=\begin{bmatrix}1\\ -4\\ 3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 1\end{bmatrix}$, then find AB.

9 X के सापेक्ष X^X का अवकलन कीजिए। 2

Differentiate X^X with respect to X.

अथवा / OR

यदि $y=\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए

If $y=\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

10 दिखाइए कि प्रदत्त फलन $f(x)=12x-3$, R पर एक वर्धमान फलन है। 2

Show that the function given by $f(x)=12x-3$ is increasing on R.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि R पर $f(x)=e^{3x}$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है।

Show that the function given by $f(x)=e^{3x}$ is increasing on R.

11 मान ज्ञात कीजिए 2

Evaluate

$$\int_{-1}^{1} \sin^5 x \cos^4 x \, dx$$

अथवा / OR

मान ज्ञात कीजिए

Evaluate

$$\int_{-1}^{2} \left|x^3 - x\right| dx$$

12 सदिश $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ का सदिश $\vec{b}=2\hat{i}+\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2

Find the Projection of vector $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ on the vector $\vec{b}=2\hat{i}+\hat{k}$.

अथवा / OR

उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ $\vec{a}=\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$ और $\vec{b}=2\hat{i}-7\hat{j}+\hat{k}$ द्वारा दी गई है।

Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors $\vec{a}=\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$ and $\vec{b}=2\hat{i}-7\hat{j}+\hat{k}$.

13 सिद्ध कीजिए कि दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के लिए सदैव $|\vec{a}\cdot\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}|$ 2

Show that for any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ always $|\vec{a}\cdot\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}|$

अथवा / OR

x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ एक मात्रक सदिश है।

Find the value of x for which $x(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ is a unit vector.

14 यदि एक रेखा के दिक् अनुपात –18, 12, –4 है तो उसकी दिक् कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। 2

If direction ratios of a line are –18, 12, –4, then find its direction cosines.

अथवा / OR

बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो सदिश $3\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ के समांतर है।

Find the equation of the line which passes through the point (1, 2, 3) and is parallel to the vector $3\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$.

15 $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+12$ द्वारा प्रदत्त फलन f के स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम मान ज्ञात कीजिए। 2

Find local maximum and local minimum values of the function f given by

$$f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+12$$

अथवा / OR

वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x)=x^2-4x+6$ से प्रदत्त फलन ह्रासमान है।

Find interval in which the function given by $f(x)=x^2-4x+6$ is decreasing.

16 वक्र $y = x^2$ एवं रेखा $y = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$ and the line $y = 4$.

अथवा / OR

वक्र $y^2 = 4x$ एवं रेखा $x = 3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the line $x = 3$.

17 अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \quad (x \neq 0)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 3

Find general solution of differential equation

$$x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \quad (x \neq 0)$$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$

18 निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = 3x + 5y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए : 3

$x + 3y \geq 3,\ x + y \geq 2, x, y \geq 0$

Minimize $Z = 3x + 5y$ subject to the constraints :

$x + 3y \geq 3,\ x + y \geq 2, x, y \geq 0$

अथवा / OR

निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = 3x + 9y$ का अधिकतमीकरण कीजिए :

$x + 3y \leq 60,\ x + y \geq 10, x \leq y, x \geq 0, y \geq 0$

Maximize $Z = 3x + 9y$ subject to the constraints :

$x + 3y \leq 60,\ x + y \geq 10, x \leq y, x \geq 0, y \geq 0$

19 एक बक्से में दस कार्ड 1 से 10 तक पूर्णांक लिख कर रखे गये और उन्हें अच्छी तरह मिलाया गया। इस बक्से से एक कार्ड यादृच्छया निकाला गया। यदि यह ज्ञात हो कि निकाले गए कार्ड पर संख्या 3 से अधिक है तो इस संख्या के सम होने की क्या प्रायिकता है ? 3

Ten cards numbered 1 to 10 are placed in a box, mixed up thoroughly and then one card is drawn randomly. If it is known that the number on the drawn card is more than 3, what is the probability that it is an even number? https://www.mpboardonline.com

अथवा / OR

एक कलश में 10 काली और 5 सफेद गेदें है। दो गेद एक के बाद एक निकाली जाती है और पहली गेंद दूसरे के निकालने से पहले वापस नहीं रखी जाती है। मान लीजिए कि कलश में से प्रत्येक गेंद का निकालना समसंभाव्य है, तो दोनों काली गेंद निकलने की क्या प्रायिकता है ?

An urn contains 10 black and 5 white balls. Two balls are drawn from the urn one after the other without replacement suppose that the probability of drawing each ball is same. What is the probability that both drawn balls are black?

20 समीकरण हल कीजिए :

Solve the equation **4**

$$\begin{vmatrix} x+a & x & x \\ x & x+a & x \\ x & x & x+a \end{vmatrix} = 0$$

जहाँ $a \neq 0$

where $a \neq 0$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि

Prove that

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

21 सिद्ध कीजिए कि फलन f किसी बिन्दु 'a' पर अवकलनीय है तो उस बिन्दु पर वह सतत भी है। **4**

Prove that function f is differentiable at a point 'a' then it is also continuous at that point.

अथवा / OR

$\sin\left(x^2\right)$ का x^2 के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Differentiate $\sin\left(x^2\right)$ with respect to x^2.

22 मान ज्ञात कीजिए

Evaluate **4**

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$$

अथवा / **OR**

मान ज्ञात कीजिए

Evaluate

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^5 x}{\sin x^5 + \cos x^5}\, dx$$

23 रेखाओं **4**

$\vec{r} = (1-t)\,\hat{i} + (t-2)\,\hat{j} + (3-2t)\,\hat{k}$ और $\vec{r} = (s+1)\,\hat{i} + (2s-1)\,\hat{j} - (2s+1)\,\hat{k}$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = (1-t)\,\hat{i} + (t-2)\,\hat{j} + (3-2t)\,\hat{k}$ and $\vec{r} = (s+1)\,\hat{i} + (2s-1)\,\hat{j} - (2s+1)\,\hat{k}$

अथवा / **OR**

समान्तर रेखाओं

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ और $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance bewteen parallel lines

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$