त्रैमासिक परीक्षा 2024-25

समय – 3 घंटा | विषय – गणित - 12वीं | पूर्णांक – 80

निर्देश - सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

1. इस प्रश्न पत्र में कुल 23 प्रश्न है सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. प्रश्न क्रमांक 6 से 23 तक आंतरिक विकल्प दिए गए हैं इस प्रकार के प्रश्नों के केवल एक ही उत्तर दें।
3. प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न है प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।
4. प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।
5. प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
6. प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

प्रश्न – 1. सही विकल्प चुनकर लिखिए –

1. यदि फलन $f : R \to R$ जो $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है तो f है –
   क) एकैकी अच्छादक ख) एकैकी है किंतु अच्छादक नहीं है।
   ग) आच्छादक है किंतु एकैकी नहीं घ) एकैकी अच्छादक दोनो नहीं है।
2. यदि $A = \{1,2,3,4\}$ तो निम्न में से कौन सा तुल्यता संबंध नहीं है?
   क) $\{(1,2),(2,2),(3,3)\}$ ख) $\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,1)\}$
   ग) $\{(1,1),(2,2),(3,3),(2,3),(3,2)\}$ घ) इनमें से कोई नहीं।
3. $tan^{-1}(1)$ का मुख्य मान होता है –
   क) $\frac{\pi}{6}$ ख) $\frac{\pi}{2}$ ग) $\frac{\pi}{4}$ घ) $\frac{\pi}{3}$
4. आव्यूह $A_{m\times n}$ व $B_{l\times p}$ का गुणनफल AB परिभाषित होगा यदि –
   क) $m = n$ ख) $n = l$ ग) $l = p$ घ) $m = p$
5. $sin^{-1}\frac{1}{x} = y$ तब –
   क) $0 \le y \le \pi$ ख) $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ ग) $0 < y < \pi$ घ) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$
6. *निम्न* आव्यूह सममित आव्यूह हैं –
   क) $\begin{bmatrix}2 & 4\\6 & 8\end{bmatrix}$ ख) $\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ ग) $\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 1\end{bmatrix}$ घ) $\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}$

प्रश्न – 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

1. पंक्ति आव्यूह में पंक्तियों की संख्या .....होती है।
2. a^x का x एक के सापेक्ष अवकलज ..... है।
3. $cosec^{-1}x$ का प्रांत .....है।
4. दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह A और B के लिए $(AB)^{-1}$ = ...है।
5. $f(x) = \cos x$ से प्रदत्त फलन अंतराल $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ में..... हैं।
6. दो आव्यूहों का योग ज्ञात करने के लिए यह आवश्यक है कि उनकी कोटियां .....हो।

https://theboardstudy.com/

7. $\int \sin 2x\, dx$ का मान .....है।

प्रश्न – 3. सही जोड़ी मिलाइए –

1. $\int sec^2 x\, dx$	क) $\frac{adj\, A}{\|A\|}$
2. $\int \tan x\, dx$	ख) $tan^{-1}x + c$
3. $\int \frac{1}{1+x^2} dx$	ग) $\|A\| = 0$
4. A^{-1}	घ) $\|A\| \neq 0$
5. व्युत्क्रमणिय आव्यूह	ङ) $\tan x + c$
6. अव्युत्क्रमणिय आव्यूह	च) $\tan x + c$

प्रश्न – 4. एक शब्द या वाक्य में उत्तर दीजिए

1. 3×3 कोटि का तत्समक आव्यूह लिखिए।
2. $sin^{-1}(1)$ का मुख्य नाम लिखिए।
3. x के सभी वास्तविक मानों के लिए $\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$ का न्यूनतम मान लिखिए।
4. यदि $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ है तो a का मान क्या है?
5. $e^x \sin x$ का x के सापेक्ष अवकलज लिखिए।
6. $\cos(tan^{-1}x + cot^{-1}x)$, $|x| \geq 1$ का मान लिखो।
7. यदि 2×2 आव्यूह A के लिए $|A| = 18$है, तो $|adjA|$ ज्ञात करो।

प्रश्न – 5. निम्नलिखित के लिए सत्य या असत्यं लिखिए –

1. यदि संबंध R समुच्चय A में स्वतुल्य सममित एवं संक्रामक है तो संबंध R समुच्चय A में तुल्यता संबंध कहलाता है।
2. $cos^{-1}x$ का प्रांत $R - (-1,1)$ है।
3. प्रत्येक सतत फलन अवकलनिय होता है।
4. $[x(x-1)+1]^{1/3}$ का उच्चतम मान्य शून्य है।
5. $\tan 3x$ का अवकल गुणांक $3 \tan 3x$ है।
6. स्तंभों में यदि केवल एक स्तंभ आव्यूह है तो इसे कहते हैं $[adj]_{m\times 1}$ कहते हैं।

प्रश्न – 6. यदि $A = \{1,2,3\}, B = \{4,5,6,7\}$ तथा $f = \{(1,4),(2,5),(3,6)\}$ A से B पर एक फलन है तो दिखाइए कि f एकैकी है। अथवा

सिद्ध करो कि संबंध $R = \{(x,y) : x$ और y एक ही स्थान पर कार्य करते हैं, एक तुल्यता संबंध है।

प्रश्न – 7. सरल कीजिए –

$$\cos\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} + \sin\begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$$

https://theboardstudy.com/

अथवा

x का मान ज्ञात करो यदि $y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ और $2x + y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

प्रश्न – 8. $x = 0$ पर फलन $f(x) = 2x^2 - 1$ की सत्यता की जांच करो। अथवा

क्या फलन $f(x) = x^2 - \sin x + 5, x = \pi$ पर सतत है।

प्रश्न – 9. वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात करो जबकि $r = 5cm.$

अथवा

सिद्ध करो कि $f(x) = \sin x$ से प्रदत्त फलन अंतराल $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ में निरंतर वर्धमान है।

प्रश्न – 10. $tan^{-1}(1) + cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) + sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ का मान ज्ञात करो।

अथवा

दर्शाइए की $sec^{-1}x + cosec^{-1}x = \frac{\pi}{2}, x \in R$

प्रश्न – 11. सिद्ध करो कि एकैकी फलन $f : \{1,2,3\} \to \{1,2,3\}$ अनिवार्य रूप से आच्छादक भी हैं।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x$ द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी व आच्छादक है।

प्रश्न – 12. $tan^{-1}\left(tan\frac{7\pi}{6}\right)$ का मान ज्ञात करो। अथवा

दर्शाइए की $sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right) = 2sin^{-1}x$

प्रश्न – 13. अंतराल ज्ञात करो जिनमें $f(x) = 2x^2 - 3x$ से प्रदत्त फलन f निरंतर वर्धमान है।

अथवा

किसी उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रुपए में $R(x) = 3x^2 + 4x + 6$ से प्रदत्त है जब $x = 3$ है तो सीमांत आय क्या होगी? https://www.mpboardonline.com

प्रश्न – 14. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ हो तो A^2 ज्ञात कीजिए। अथवा

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ का मान ज्ञात करो।

प्रश्न – 15. यदि $ax + by^2 = \cos y$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो। अथवा

$f(x) = \sec x^2$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

प्रश्न – 16. $tan\left[2cos\left(2sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान ज्ञात करो।

अथवा

यदि $tan^{-1}\frac{x-1}{x-2} + tan^{-1}\frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न – 17. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ तो सत्यापित करो कि $(A + B)' = A' + B'$

https://theboardstudy.com/

अथवा

वर्ग आव्यूह $\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}$ को सम्मित एवं विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में प्रदर्शित करो।

प्रश्न – 18. फलन $\sin x + \cos x$ का महत्तम मान ज्ञात करो। अथवा

$f(x) = x^2 - 3x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन के लिए स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम के सभी बिंदुओं को ज्ञात करो ।

प्रश्न – 19. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों के समुच्चय $R = \{(a, b): \text{संख्या } 2, (a, b) \text{ को विभाजित करती है}\}$, द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है। अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f(1) = f(2) = 1$ तथा $x > 2$ के लिए $f(x) = x - 1$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: N \to N$ आच्छादक तो है किंतु एकैकी नहीं है।

प्रश्न – 20. यदि $A = \begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 0 & 3\end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित करो कि $A.(adj\ A) = |A|.I$

अथवा

गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध करो कि

$$\begin{bmatrix}b+c & a & a\\ b & c+a & b\\ c & c & a+b\end{bmatrix} = 4abc.$$

प्रश्न – 21. यदि $x\sin(a+y) + \sin a \cos(a+y) = 0$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$

अथवा

$x^{si} + (\sin x)^{\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात करो।

प्रश्न – 22. $\int \frac{1}{x^2+5x+4}\,dx$ को हल करो।

अथवा

$\int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x}\,dx$ को हल करो।

प्रश्न – 23. सिद्ध कीजिए कि –

$$\cos^{-1}\frac{12}{13} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि –

$$\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left[\frac{1-x}{1+x}\right], \qquad x \in [0,1]$$

https://theboardstudy.com/