

सामान्य निर्देश :- 1. इस प्रश्न पत्र में कुल 23 प्रश्न हैं।

2. प्र. क. 1 से 5 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

3. प्र. क. 6 से 15 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

4. प्र. क. 16 से 19 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

5. प्र. क. 20 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

6. प्र. क. 06 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न के अन्तरिक विकल्प दिए गए हैं।

(1×6=6)

प्र. 01 निम्न में से सही विकल्प चयन कर लिखिए-

1. $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2) = \dots\dots\dots$

(अ) π

(ब) $\frac{-\pi}{3}$

(स) $\frac{\pi}{3}$

(द) $\frac{2\pi}{3}$

2. 5^x का x के सापेक्ष अवकलन गुणांक है।

(अ) $5^x \log_e 5$

(ब) $5^x \log_5 e$

(स) 5^x

(द) $\frac{5^x}{\log_e a}$

3. समुच्चय N में, $R = \{(a,b) : a=b-2, b>64\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R है। सही उत्तर चुनिए-

(अ) $(2,4) \in R$

(ब) $(3,8) \in R$

(स) $(6,8) \in R$

(द) $(8,7) \in R$

4. $\begin{vmatrix} \log_a b & 1 \\ 1 & \log_b a \end{vmatrix}$ का मान होगा-

(अ) 0

(ब) 1

(स) -1

(द) $\log ab$

5. 3×3 कोटी के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है-

(अ) 27

(ब) 18

(स) 81

(द) 512

6. $\int 5x^4 dx = \dots\dots\dots$

(अ) $\frac{x^4}{4}$

(ब) $5x^4$

(स) $20x^3$

(द) x^5

प्र. 02 निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

(1×7=7)

1. $(1,0)$ $(6,0)$ $(4,3)$ शीर्ष के बिन्दुओं वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा।

2. $\cos^{-1}(\frac{1}{\sqrt{2}})$ का मान है।

3. $\cos^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \dots\dots\dots$

4. $\sin\{\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}(\frac{1}{2})\}$ का मान है।

5. यदि किसी आव्यूह में 8 अवयव हैं तो इसकी संभव कोटीयों है।

6. $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ तो x का मान है।

7. एक त्रिभुज के शीर्ष $(3,0)$ $(2,0)$ व $(4,3)$ तो त्रिभुज का क्षेत्रफल है।

प्र 03 निम्नलिखित जोड़ियों का सही मिलान कर लिखिए—
“क” “ख”

(1×6=6)

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $x - y = \pi$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान | — | (अ) $\frac{x^{-n+1}}{-n+1}$ ✓ |
| 2. $\int \frac{1}{x^n} dx$ | — | (ब) $-e^{-x}$ ✓ |
| 3. $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ | — | (स) 1 ✓ |
| 4. $\int \sin^2 x dx$ | — | (द) $\frac{7\pi}{6}$ ✓ |
| 5. $\cos^{-1}(\cos \frac{7\pi}{6})$ | — | (प) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$ |
| 6. $\frac{d}{dx} e^{-x}$ | — | (फ) 1 ✓ |

प्र 04 निम्न भाद्यों के उत्तर एक वाक्य में लिखिए—

(1×7=7)

- सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ में 3 के उपसारणिक का मान लिखिए।
- $\cos(\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$, $|x| \geq 1$ का मान लिखिए।
- $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ है तो a का मान क्या है?
- यदि 2×2 आव्यूह A के लिए $|A| = 18$ है तो $|Adj A|$ ज्ञात कीजिए।
- $\cos 3x$ का अवकलन गुणांक लिखिए।
- $\sin^{-1}(\frac{1}{\sqrt{2}})$ का मुख्य मान लिखिए।
- $\int \log x dx$ का समाकलन कीजिए।

प्र 05 निम्न में से सत्य/असत्य लिखिए—

(1×6=6)

- प्रत्येक परिमेय फलन सतत होता है।
- $\sin^{-1}x$ का अवकलन $\frac{1}{1+x^2}$ होता है।
- $\int \sin x dx$ का समाकलन $\sin x + c$ होता है।
- $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ में x का मान 1 है।
- $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{vmatrix}$ में x का मान 1 है।
- यदि A एक 3×3 कोटी का वर्ग आव्यूह है तो $|1 < A|$ का मान $K^3|A|$ है।

✓ प्र 06 दर्शाइए की प्रदत्त फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in \mathbb{R}$, $\mathbb{R}$ पर वर्धमान फलन है।

02

अथवा

अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = 2x^2 - 3x$ से प्रदत्त फलन वर्धमान फलन है।

✓ प्र 07 $\sin \sqrt{x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

02

अथवा

$\tan^{-1}x(\frac{\sin x}{1+\cos x})$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

✓ प्र 08 सिद्ध कीजिए: $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$

अथवा

02

सिद्ध कीजिए: $3\cos^{-1} = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$, $x \in [\frac{1}{2}, 1]$

प्र 10 $\int \sin^3 x dx$ को हल कीजिए।

अथवा

$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ को हल कीजिए।

प्र 11 $f(x) = \sin^2 x$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

अथवा

$\frac{e^x \cos x}{1 + \sin x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

प्र 12 जॉच कीजिए कि क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

प्र 13 $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & \sqrt{5} & 1 \\ -2 & 3 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ तो $A+B$ ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $X = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$ तो $X-Y$ ज्ञात कीजिए।

प्र 14 सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है।

अथवा

$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ तो $3A-B$ ज्ञात कीजिए।

प्र 15 सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।

अथवा

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (3 - x^2)^{1/3}$ प्रदत्त है तो $f \circ f(x)$ ज्ञात कीजिए।

प्र 16 $\sin x + \cos x$ का महतम मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$f(x) = x^3 - 3x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन के लिए स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम में सभी बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

प्र 17 गुणनफल परिकलित कीजिए-

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

अथवा

$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो AB व BA ज्ञात कीजिए।

प्र 18 $x=0$ पर फलन $f(x) = |x|$ सिद्ध कीजिए कि $f(x)$ एक सतत फलन है।

अथवा

$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{यदि } x < 0 \\ x + 1 & \text{यदि } x \geq 0 \end{cases}$ तो देखिए कि $f(x)$ सतत है या नहीं।

प्र 19 $\tan^{-1} \left[\frac{a \cos x - b \sin x}{b \cos x + a \sin x} \right]$ को सरल कीजिए यदि $\frac{a}{b} \tan x > -1$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1} \sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$

19 एक घन का आयतन $9\text{cm}^3/\text{s}$ की दर से बढ़ रहा है यदि इसके कोर की लम्बाई 10cm है तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है।

03

अथवा

एक गुबारा जो सदैव गोलाकार रहता है का परिवर्तन गोल व्यास $\frac{3}{2}(2x+1)$ है। x के सापेक्ष आयतन में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

प्र 20 सिद्ध कीजिए कि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ एक विशम सममित आव्यूह है।

04

अथवा

निम्नलिखित समीकरण निकाय

$x+y=1, y+z=2, z+x=3$ को आव्यूह विधि से सरल कीजिए।

प्र 21 यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$ तो सिद्ध कीजिए की सभी $x \neq \frac{2}{3}$ के लिए $f \circ f(x) = x$ है। तो f का प्रतिलोम फलन क्या है?

04

अथवा

यदि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ तथा $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ फलन कम $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित हैं तो $g \circ f$ और $f \circ g$ ज्ञात कीजिए।

प्र 22 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

04

अथवा

यदि $y = 5\cos x - 3\sin x$ है तो सिद्ध कीजिए $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

प्र 23 सारणिक का प्रयोग करके $(1,2)$ और $(3,6)$ को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

04

अथवा

सारणिक का प्रयोग करके $A(1,3)$ और $B(0,0)$ को जोड़ने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। यदि एक बिन्दु $D(k,0)$ इस प्रकार है कि ΔABD का क्षेत्रफल 3 वर्ग इकाई है।

*****BEST OF LUCK*****