त्रैमासिक परीक्षा 2023-24

विषय : गणित

कक्षा : 12 सेट A

समय : 3 घंटे

पूर्णांक : 80

निर्देश :

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्नों के लिए आवंटित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
3. प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न क्र. 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।
4. प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न 23 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिया गया है।

प्र.1. सही विकल्प चुनकर लिखिए। $1 \times 6 = 6$

(i). यदि फलन $f: R \to R$ जो $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है तो f है :

(a) एकैकी आच्छादक है। (b) एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

(c) आच्छादक है किन्तु एकैकी नहीं (d) एकैकी आच्छादक दोनो नहीं है।

(ii). यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ हो निम्न में से कौन सा तुल्यता संबंध नही है:

(a) $\{(1,2),(2,2),(3,3)\}$ (b) $\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,1)\}$

(c) $\{(1,1),(2,2),(3,3),(2,3),(3,2)\}$ (d) इनमें से कोई नहीं

(iii). $tan^{-1}(1)$ का मुख्य मान होता है :

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

(iv) आव्यूह $A_{m\times n}$ व $B_{l\times p}$ का गुणनफल AB परिभाषित होगा यदि

$(a)\ m = n$ $(b)\ n = l$ $(c)\ l = p$ $(d)\ m = p$

(v). यदि $sin^{-1}\frac{1}{x} = y$ तब

$(a)\ 0 \le y \le \pi$ $(b)\ -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $(c)\ 0 < y < \pi$ $(d)\ -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(vi). निम्न आव्यूह सममित आव्यूह है -

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

प्र.2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये $1 \times 7 = 7$

(i). पंक्ति आव्यूह में पंक्तियों की संख्या ---------- होती है।

(ii). a^x का x के सापेक्ष अवकलज ---------- है।

(iii). $cosec^{-1}x$ का प्रान्त ---------- है।

(iv). दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह A और B के लिये $(AB)^{-1}$ = ----------

(v). $f(x) = cos\, x$ से प्रदत्त फलन अंतराल $(0, \frac{\pi}{2})$ में ---------- है।

(vi). दो आव्यूहों का योग ज्ञात करने के लिये यह आवश्यक है कि उनकी कोटियाँ ---------- हों।

(vii). $Cos2x$ का x के सापेक्ष अवकलज ---------- है।

https://theboardstudy.com/

प्र.3. सही जोड़ी मिलाइए : $1 \times 6 = 6$

(i)	$(AB)^{-1}$	(a)	$\|A\|\|B\|$
(ii)	$\|AB\|$	(b)	$\|A\|I$
(iii)	$A.(adjA)$	(c)	$\|A\|=0$
(iv)	A^{-1}	(d)	$\|A\| \neq 0$
(v)	व्युत्क्रमणीय आव्यूह	(e)	$B^{-1}A^{-1}$
(vi)	अव्युत्क्रमणीय आव्यूह	(f)	$\frac{adjA}{\|A\|}$

प्र.4. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिये : $1 \times 7 = 7$

(i). 2×2 कोटि का तत्समक आव्यूह लिखिए ।

(ii). $Sin^{-1}(1)$ का मुख्य मान लिखिए ।

(iii). x के सभी वास्तविक मानों के लिए $\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$ का न्यूनतम मान क्या है ?

(iv) यदि $\begin{bmatrix}1 & a\\ 4 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 3\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ है तो a का मान क्या है ?

(v). $e^x \cos x$ का x के सापेक्ष अवकलज लिखिए ।

(vi). $\cos(sec^{-1}x + cosec^{-1}x)$, $|x| \geq 1$ का मान लिखिये।

(vii) यदि 2×2 आव्यूह A के लिये $|A| = 18$ है, तो $|adjA|$ ज्ञात कीजिये।

प्र.5. निम्नलिखित के लिए सत्य / असत्य लिखिए : $1 \times 6 = 6$

(i). यदि संबंध R समुच्चय A मे स्वतुल्य, सममित एवं संक्रामक है तो संबंध R समुच्चय A मे एक तुल्यता संबंध कहलाता है ।

(ii). $cos^{-1}x$ का प्रांत $R-(-1,1)$ है ।

(iii). प्रत्येक अवकलनीय फलन सतत् होता है।

(iv). $[x(x-1)+1]^{\frac{1}{3}}$ का उच्चतम मान शून्य है ।

(v). $Sin3x$ का अवकलन गुणांक $Cos3x$ होता हैं ।

(vi). स्तम्भ आव्यूह में स्तंभों की संख्या एक होती है ।

प्र.6. यदि $A = \{1,2,3,\}$ $B = \{4,5,6,7\}$ तथा $f = \{(1,4)\,(2,5)\,(3,6)\}$ A से B पर एक फलन है तो दिखाइए कि f एकैकी है । 2

अथवा

सिद्ध कीजिये कि समुच्चय $\{1,2,3\}$ में $R = \{(1,2)\,(2,1)\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R सममित है ।

प्र.7. सरल कीजिये $cos\theta \begin{bmatrix}cos\theta & sin\theta\\ -sin\theta & cos\theta\end{bmatrix} + sin\theta \begin{bmatrix}sin\theta & -cos\theta\\ cos\theta & sin\theta\end{bmatrix}$ 2

अथवा

X का मान ज्ञात कीजिये यदि $Y = \begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 4\end{bmatrix}$ और $2X + Y = \begin{bmatrix}1 & 0\\ -3 & 2\end{bmatrix}$

प्र.8. $x = 3$ पर फलन $f(x) = 2x^2 - 1$ के सततता की जॉच कीजिए 2

अथवा

क्या फलन $f(x) = x^2 - sinx + 5$, $x = \pi$ पर सतत है ?

https://theboardstudy.com/

प्र.9. वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात कीजिये जबकि $r = 5cm$ 2

अथवा

सिद्ध कीजिए $f(x) = \sin x$ से प्रदत्त फलन अन्तराल $(0, \frac{\pi}{2})$ में निरंतर वर्धमान है

प्र.10. $tan^{-1}(1) + cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

. दर्शाइए कि $sin^{-1}(x) + cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$, $x \in (1, -1)$

प्र.11. सिद्ध कीजिये कि एकैकी फलन $f: \{1,2,3\} \to \{1,2,3\}$ अनिवार्य रूप से आच्छादक भी है। 2

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \to R$; न तो एकैकी है और न आच्छादक है

प्र.12. $tan^{-1}\left[tan\frac{7\pi}{6}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

दर्शाइए कि $sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2cos^{-1}x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$

प्र.13. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = 2x^2 - 3x$ से प्रदत्त फलन f निरंतर वर्धमान है 2

अथवा

किसी उत्पाद की x इकाईयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रूपए में $R(x) = 3x^2 + 4x + 6$ से प्रदत्त है, जब $x = 3$ है तो सीमांत आय क्या होगी ?

प्र.14. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ तो A^2 ज्ञात कीजिये। 2

अथवा

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} [2 \quad 3 \quad 4]$ का मान ज्ञात कीजिये।

प्र. 15. यदि $ax + by^2 = cos\, y$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए 2

अथवा

$f(x) = \sin x^2$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिये ।

प्र.16. $\tan\left[2\cos\left(2sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

अथवा

यदि $tan^{-1}\frac{x-1}{x-2} + tan^{-1}\frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.17. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ तो सत्यापित कीजिये $(A + B)' = A' + B'$ 3

अथवा

वर्ग आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ को सममित एवं विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में प्रदर्शित कीजिये ।

प्र. 18. फलन $\sin x + \cos x$ का महत्तम मान ज्ञात कीजिये । 3

अथवा

$f(x) = x^3 - 3x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन के लिए स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम के सभी बिंदुओं को ज्ञात कीजिए।

https://theboardstudy.com/

प्र.19. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांको के समुच्चय $R = (a, b)$ 'संख्या $2, (a - b)$ को विभाजित करती है' द्वारा प्रदत संबंध एक तुल्यता संबंध है। 3

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f(1) = f(2) = 1$ तथा $x > 2$ के लिए $f(x) = x - 1$ द्वारा प्रदत फलन $f: N \to N$ आच्छादक तो है किन्तु एकैकी नहीं है।

प्र.20. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिये $A.(adjA) = |A|.I$

अथवा

गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिये : 4

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$

प्र.21. यदि $x \sin(a+y) + \sin a \cos(a+y) = 0$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$ 4

अथवा

$x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

प्र.22. सिद्ध कीजिए कि न्यूनतम पृष्ठ का दिए आयतन के लंब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई आधार की त्रिज्या की $\sqrt{2}$ गुनी होती है। 4

अथवा

यदि अंतराल $[0,2]$ में $x = 1$ पर फलन $x^4 - 62x^2 + ax + 9$ उच्चतम मान प्राप्त करता है तो a का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.23. सिद्ध कीजिये कि $\cos^{-1}\frac{12}{13} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$ 4

अथवा

सिद्ध कीजिये – $\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left[\frac{1-x}{1+x}\right], x \in [0,1]$

----0----

https://theboardstudy.com/