Class 9^{th}

गणित

अध्याय 1

संख्या पद्धति

प्रश्नावली 1.4

1. निम्नलिखित संख्याओं को परिमेय या अपरिमेय के रूप में वर्गीकृत करें:
i) 2 - √5 ii) (3 + √23) - √23 iii) 2√7 / 7√7 iv) 1/√2 v) 2π

समाधान:

i) 2 - √5

एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या के बीच का योग या अंतर हमेशा अपरिमेय होता है।

यहाँ 2 एक परिमेय संख्या है और √5 एक अपरिमेय संख्या है । अतः 2 - √5 एक अपरिमेय संख्या है।

ii) (3 + √23) - √23

दिए गए व्यंजक को सरल करने पर हमें 3 प्राप्त होता है।

3 = 3/1, जो कि p/q के रूप में है और इसलिए एक परिमेय संख्या है।

इस प्रकार, (3 + √23) - √23 एक परिमेय संख्या है।

iii) 2√7 / 7√7

2√7 ÷ 7√7 = 2/7, जो कि p/q के रूप में है और इसलिए एक परिमेय संख्या है।

इस प्रकार, 2√7 / 7√7 एक परिमेय संख्या है।

iv) 1/√2

1/√2 = (1/√2) × (√2/√2)

$= \sqrt{2}/2$

$= 1.414/2$

= 0.702 एक अनवसानी, अनावर्ती दशमलव है जो अपरिमेय है, और इसलिए $1/\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

v) 2π

$2\pi = 2 \times 3.1415$

π एक अपरिमेय संख्या है जिसका मान अनवसानी एवं अनावर्ती है। 2 एक परिमेय संख्या है।

एक शून्येतर परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का गुणनफल सदैव एक अपरिमेय संख्या होती है।

अतः 2π एक अपरिमेय संख्या है।

2. निम्नलिखित प्रत्येक व्यंजक को सरल कीजिए:
(i) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{2})$ (ii) $(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})$ (iii) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$ (iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$

समाधान:

(i) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{2})$

वितरण गुण से , $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

$(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{2}) = 3 \times 2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{3} \times 2 + \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

$= 6 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$

(ii) $(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})$

सर्वसमिका का उपयोग करते हुए , $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 3^2 - (\sqrt{3})^2$

$= 9 - 3$

$= 6$

(iii) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

सर्वसमिका का उपयोग करते हुए, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + (2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2$

$= (5 + 2\sqrt{10} + 2)$

$= 7 + 2\sqrt{10}$

(iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$

सर्वसमिका $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ का उपयोग करके

$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2$

$= 5 - 2$

$= 3$

3. याद कीजिए, π को एक वृत्त की परिधि (मान लीजिए c) और उसके व्यास (मान लीजिए d) के अनुपात के रूप में परिभाषित किया जाता है। अर्थात्, π = c/d। यह इस तथ्य का खंडन करता प्रतीत होता है कि π अपरिमेय है। आप इस विरोधाभास का समाधान कैसे करेंगे?

समाधान:

π को एक वृत्त की परिधि (मान लीजिए c) और उसके व्यास (मान लीजिए d) के अनुपात के रूप में परिभाषित किया जाता है, अर्थात π = c/d। अतः, हम देखते हैं कि π एक परिमेय संख्या है क्योंकि इसे p/q के रूप में व्यक्त किया जाता है। लेकिन, हम जानते हैं कि π एक अपरिमेय संख्या है । आइए इस विरोधाभास का समाधान करें।

π को 22/7 के रूप में लिखना केवल एक अनुमानित मान है और इसलिए हम यह निष्कर्ष नहीं निकाल सकते कि यह एक परिमेय संख्या के रूप में है । वास्तव में, π का मान एक अनवसानी, अनावर्ती दशमलव संख्या के रूप में π = 3.14159 के रूप में परिकलित किया जाता है... जबकि, यदि हम 22/7 का मान परिकलित करें, तो यह 3.142857 देता है और इसलिए π बिल्कुल 22/7 के बराबर नहीं है।

निष्कर्षतः, π एक अपरिमेय संख्या है।

4. संख्या रेखा पर √9.3 को दर्शाइए

समाधान:

आइए संख्या रेखा पर √9.3 को दर्शाने के लिए नीचे दिए गए चरणों पर गौर करें।

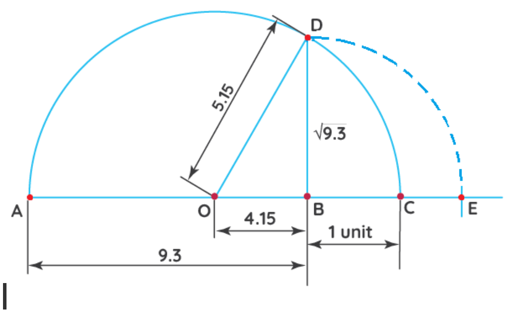
चरण I: एक रेखा खींचें और उस पर AB = 9.3 इकाई लें।

चरण II: B से 1 इकाई की दूरी नापें और संख्या रेखा पर C अंकित करें । AC के मध्यबिंदु को O अंकित करें।

चरण III: 'O' को केंद्र और OC को त्रिज्या मानकर एक अर्धवृत्त बनाएं।

चरण IV: B पर एक लंब खींचें जो अर्धवृत्त को D पर काटता है।

चरण V : B को केंद्र और BD को त्रिज्या मानकर एक चाप खींचिए जो संख्या रेखा को E पर काटता है। इस प्रकार, B को मूल बिंदु मानकर दूरी BE = √9.3



इसलिए, बिंदु E संख्या रेखा पर √9.3 को दर्शाता है।

आइये नीचे दिये गये प्रमाण को देखें।

एबी = 9.3, बीसी = 1

एसी = एबी + बीसी = 10.3

ओसी = एसी/2 = 10.3/2 = 5.15

ओसी = ओडी = 5.15

ओबी = ओसी - बीसी = 5.15 - 1 = 4.15

समकोण ΔOBD में , पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करते हुए , हम पाते हैं,

बीडी ^{2} = ओडी ^{2} - ओबी ^{2}

$= (5.15)^2 - (4.15)^2$

$= (5.15 + 4.15)(5.15 - 4.15)$ [$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ का उपयोग करके]

$= 9.3 \times 1$

$= 9.3$

अतः, $BD = \sqrt{9.3} = BE$ [चूँकि वे एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ हैं]

इस प्रकार, हम कह सकते हैं कि बिंदु E संख्या रेखा पर $\sqrt{9.3}$ को दर्शाता है।

5. निम्नलिखित के हरों को परिमेय कीजिए:
i) $1/\sqrt{7}$ ii) $1/(\sqrt{7} - \sqrt{6})$ iii) $1/(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ iv) $1/(\sqrt{7} - 2)$

समाधान:

परिमेयकरण एक बीजीय भिन्न के हर से एक मूलांक या एक काल्पनिक संख्या को हटाने की प्रक्रिया है ।

i) $1/\sqrt{7}$

$\sqrt{7}$ से विभाजित और गुणा करने पर, हमें प्राप्त होता है

$1/\sqrt{7} = (1/\sqrt{7}) \times (\sqrt{7}/\sqrt{7})$

$= \sqrt{7}/7$

ii) $1/ (\sqrt{7} - \sqrt{6})$

$\sqrt{7} + \sqrt{6}$ से विभाजित और गुणा करने पर, हमें प्राप्त होता है

$1/(\sqrt{7} - \sqrt{6}) = [1/(\sqrt{7} - \sqrt{6})] \times (\sqrt{7} + \sqrt{6}) / (\sqrt{7} + \sqrt{6})$

सर्वसमिका $(a + b)(a - b) = (a^2 - b^2)$ का उपयोग करके

$= (\sqrt{7} + \sqrt{6}) / (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{6})^2$

$= (\sqrt{7} + \sqrt{6}) / (7 - 6)$

$= \sqrt{7} + \sqrt{6}$

iii) $1/(\sqrt{5} + \sqrt{2})$

$\sqrt{5} - \sqrt{2}$ से विभाजित और गुणा करने पर, हमें प्राप्त होता है

$= [1/(\sqrt{5} + \sqrt{2})] \times (\sqrt{5} - \sqrt{2})/(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

सर्वसमिका $(a + b)(a - b) = (a^2 - b^2)$ का उपयोग करके

$= (\sqrt{5} - \sqrt{2}) / (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{5} - \sqrt{2}) / (5 - 2)$

$= (\sqrt{5} - \sqrt{2}) / 3$

iv) $1/(\sqrt{7} - 2)$

$\sqrt{7} + 2$ से विभाजित और गुणा करने पर, हमें प्राप्त होता है

$1/(\sqrt{7} - 2) = [1/(\sqrt{7} - 2)] \times (\sqrt{7} + 2)/(\sqrt{7} + 2)$

सर्वसमिका $(a + b)(a - b) = (a^2 - b^2)$ का उपयोग करके

$= (\sqrt{7} + 2) / (\sqrt{7})^2 - (2)^2$

$= (\sqrt{7} + 2) / (7 - 4)$

$= (\sqrt{7} + 2) / 3$