

Class 9th

गणित

अध्याय 4

दो चरों वाले रैखिक समीकरण

प्रश्नावली 4.2

1. निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प सत्य है और क्यों? $y = 3x + 5$ का

- (i) एक अद्वितीय हल है,
- (ii) केवल दो हल हैं,
- (iii) अपरिमित रूप से अनेक हल हैं

समाधान:

दिया गया है: रैखिक समीकरण $y = 3x + 5$

हमें यह पता लगाना था कि दिए गए समीकरण को कितने हल संतुष्ट कर सकते हैं।

हम वह जानते हैं,

$y = 3x + 5$ दो चरों वाला एक रैखिक समीकरण है जो $ax + by + c = 0$ के रूप में है

- $x = 0$ के लिए, $y = 0 + 5 = 5$. इसलिए, $(0, 5)$ एक हल है।
- $x = 1$ के लिए, $y = 3 \times 1 + 5 = 8$. इसलिए, $(1, 8)$ एक अन्य हल है।
- $y = 0$, $3x + 5 = 0$, $x = -5/3$. इसलिए, $(-5/3, 0)$ एक अन्य हल है।

स्पष्टतः, x के विभिन्न मानों के लिए, हमें y के भी विभिन्न मान प्राप्त होते हैं। इस प्रकार, दिए गए समीकरण में x के स्थान पर प्रतिस्थापित कोई भी मान दिए गए समीकरण का एक अन्य

हल होगा । अतः, दिए गए रैखिक समीकरण में x के वास्तविक मान प्रतिस्थापित करने पर प्राप्त विभिन्न हलों की संख्या का कोई अंत नहीं है। अतः, दो चरों वाले एक रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।

इस प्रकार, $y = 3x + 5$ के अनंत हल हैं।

अतः (iii) सही उत्तर है।

2. निम्नलिखित समीकरणों में से प्रत्येक के लिए चार हल लिखें:

(i) $2x + y = 7$

(ii) $\pi x + y = 9$

(iii) $x = 4y$

समाधान:

दिए गए रैखिक समीकरणों में , हम x के विभिन्न मान रखकर किसी भी संख्या में हल ढूँढ सकते हैं और y के विभिन्न मान प्राप्त कर सकते हैं।

i) $2x + y = 7$

समीकरण का विषय y में बदलने और हल करने पर, हमें मिलता है,

$$\therefore y = 7 - 2x$$

आइए अब x के विभिन्न मान लें और उन्हें दिए गए समीकरण में प्रतिस्थापित करें।

$x = 0$ के लिए, हमें $y = 7 - 2(0) \Rightarrow y = 7$ प्राप्त होता है। अतः, हमें $(x, y) = (0, 7)$ प्राप्त होता है।

$x = 1$ के लिए, हमें $y = 7 - 2(1) \Rightarrow y = 5$ मिलता है। इसलिए, हमें $(x, y) = (1, 5)$ मिलता है।

$x = 2$ के लिए, हमें $y = 7 - 2(2) \Rightarrow y = 3$ मिलता है। इसलिए, हमें $(x, y) = (2, 3)$ मिलता है।

$x = 3$ के लिए, हमें $y = 7 - 2(3) \Rightarrow y = 1$ मिलता है। इसलिए, हमें $(x, y) = (3, 1)$ मिलता है।

इसलिए, दिए गए समीकरण के चार हल $(0, 7)$, $(1, 5)$, $(2, 3)$ और $(3, 1)$ हैं।

ii) $\pi x + y = 9$

$$\therefore y = 9 - \pi x$$

आइए अब x के विभिन्न मान लें और उन्हें दिए गए समीकरण में प्रतिस्थापित करें।

$x = 0, y = 9 - \pi(0) \Rightarrow y = 9$. अतः, हमें $(x, y) = (0, 9)$ प्राप्त होता है

$x = 1$ के लिए, $y = 9 - \pi(1) \Rightarrow 9 - \pi$. अतः, हमें $(x, y) = (1, 9 - \pi)$ प्राप्त होता है।

$x = 2$ के लिए, $y = 9 - \pi(2) \Rightarrow 9 - 2\pi$. अतः, हमें $(x, y) = (2, 9 - 2\pi)$ प्राप्त होता है।

$x = 3$ के लिए, $y = 9 - \pi(3) \Rightarrow 9 - 3\pi$. अतः, हमें $(x, y) = (3, 9 - 3\pi)$ प्राप्त होता है।

इसलिए, दिए गए समीकरण के चार हल $(0, 9)$, $(1, 9 - \pi)$, $(2, 9 - 2\pi)$ और $(3, 9 - 3\pi)$ हैं।

iii) $x = 4y$

$\therefore y = x/4$

आइए अब x के विभिन्न मान लें और उन्हें दिए गए समीकरण में प्रतिस्थापित करें।

$x = 0$ के लिए, $y = 0/4 = 0$. इसलिए, हमें $(x, y) = (0, 0)$ प्राप्त होता है

$x = 1$ के लिए, $y = 1/4$. अतः, हमें $(x, y) = (1, 1/4)$ प्राप्त होता है

$x = 2$ के लिए, $y = 2/4 = 1/2$. अतः, हमें $(x, y) = (2, 1/2)$ प्राप्त होता है

$x = 3$ के लिए, $y = 3/4$. अतः, हमें $(x, y) = (3, 3/4)$ प्राप्त होता है

इसलिए, दिए गए समीकरण के चार हल $(0, 0)$, $(1, 1/4)$, $(2, 1/2)$ और $(3, 3/4)$ हैं।

3. जाँच करें कि निम्नलिखित में से कौन सा समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है और कौन सा नहीं है:

(i) $(0, 2)$

(ii) $(2, 0)$

(iii) $(4, 0)$

(iv) $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$

(v) $(1, 1)$

समाधान:

दिया गया है: रेखिक समीकरण $x - 2y = 4$

हम दिए गए समीकरण में मान प्रतिस्थापित कर सकते हैं और जांच सकते हैं कि बायां पक्ष दायां पक्ष के बराबर है या नहीं।

यदि $LHS = RHS$ तो यह दिए गए समीकरण का हल है।

$$x - 2y = 4 \text{ --- समीकरण (1)}$$

i) (0, 2) पर विचार करें

दिए गए समीकरण (1) में $x = 0$ और $y = 2$ प्रतिस्थापित करने पर

$$x - 2y = 4$$

$$0 - 2(2) = 4$$

$$0 - 4 = 4$$

$$-4 \neq 4$$

$$LHS \neq RHS$$

इसलिए, (0, 2) इस समीकरण का हल नहीं है।

ii) (2, 0) पर विचार करें

दिए गए समीकरण (1) में $x = 2$ और $y = 0$ रखने पर,

$$x - 2y = 4$$

$$2 - 2(0) = 4$$

$$2 - 0 = 4$$

$$2 \neq 4$$

$$LHS \neq RHS$$

इसलिए, (2, 0) इस समीकरण का हल नहीं है।

iii) (4, 0)

दिए गए समीकरण (1) में $x = 4$ और $y = 0$ रखने पर

$$x - 2y = 4$$

$$4 - 2(0) = 4$$

$$4 - 0 = 4$$

$$4 = 4$$

$$\text{LHS} \neq \text{RHS}$$

इसलिए, (4, 0) इस समीकरण का हल है।

$$\text{iv) } (\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$$

दिए गए समीकरण (1) में $x = \sqrt{2}$ और $y = 4\sqrt{2}$ प्रतिस्थापित करने पर

$$x - 2y = 4$$

$$\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 4$$

$$-7\sqrt{2} \neq 4$$

$$\text{LHS} \neq \text{RHS}$$

इसलिए, $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ इस समीकरण का हल नहीं है।

$$\text{वी) } (1, 1)$$

दिए गए समीकरण (1) में $x = 1$ और $y = 1$ प्रतिस्थापित करने पर

$$x - 2y = 4$$

$$1 - 2(1) = 4$$

$$1 - 2 = 4$$

$$-1 \neq 4$$

$$\text{LHS} \neq \text{RHS}$$

इसलिए, (1, 1) इस समीकरण का हल नहीं है।

k का मान ज्ञात कीजिए, यदि $x = 2$, $y = 1$ समीकरण $2x + 3y = k$ का एक हल है।

समाधान:

दिया गया है: रैखिक समीकरण $2x + 3y = k$.

हम दिए गए समीकरण में x और y के मान प्रतिस्थापित करके k का मान ज्ञात कर सकते हैं।

दिए गए समीकरण में $x = 2$ और $y = 1$ के मान प्रतिस्थापित करने पर

$$2x + 3y = k$$

$$\Rightarrow 2(2) + 3(1) = k$$

$$\Rightarrow 4 + 3 = k$$

$$\Rightarrow \text{अतः, } k = 7$$

अतः k का मान 7 है।