Roll No. ....................

# 1210

कक्षा **12वीं** अर्द्ध वार्षिक परीक्षा, **2024-25**

[150]

# MATHEMATICS

## गणित

(Hindi & English Version)

[Total No. of Questions: 23] [Total No. of Printed Pages: 15]

[Time: 03 Hours] [Maximum Marks: 80]

---

*निर्देश –*

*(1)* *सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य हैं।*

*(2)* *प्रश्नों के लिए आवंटित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।*

*(3)* *प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न क्र. 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।*

*(4)* *प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न 23 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिया गया है।*

***Instructions -***

***(1)*** ***All the questions are compulsory.***

***(2)*** ***Marks allotted for the questions are mentioned against them.***

***(3)*** ***Questions from 1 to 5 are objective type questions.***

***(4)*** ***Internal choices have been provided for the questions from 6 to 23.***

प्र.1 सही विकल्प चुनकर लिखिए – (1×6=6)

(i) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ का मान है –

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{6}$

(c) $\frac{-\pi}{2}$ (d) $\frac{-\pi}{6}$

(ii) $\tan^{-1}(1) - \cot^{-1}(-1)$ का मान है –

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{-\pi}{2}$

(c) $\frac{-3\pi}{2}$ (d) $\frac{3\pi}{2}$

(iii) यदि A और B दो उपयुक्त कोटि के आव्यूह हैं, तब (AB)' बराबर है –

(a) A' B' (b) A' - B'

(c) A' + B' (d) B' A'

(iv) $2 \times 3$ कोटि के आव्यूह में अवयवों की संख्या है –

(a) 2 (b) 3

(c) 6 (d) 8

(v) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ में समाकलन गुणक (IF) का मान है –

(a) $e^{\int Pdx}$ (b) $e^{\int Pdy}$

(c) $e^{\int Qdx}$ (d) $e^{\int Qdy}$

(vi) यदि रेखा की दिक् कोज्याएँ l, m, n हैं, तो l, m, n के बीच सदैव सही सम्बन्ध होगा –

(a) $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ (b) $l + m + n = 1$

(c) $l^2 + m^2 + n^2 = 0$ (d) $l + m + n = 0$

Choose the correct option -

(i) The value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ is -

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{6}$

(c) $\frac{-\pi}{2}$ (d) $\frac{-\pi}{6}$

(ii) The value of $\tan^{-1}(1) - \cot^{-1}(-1)$ is -

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{-\pi}{2}$

(c) $\frac{-3\pi}{2}$ (d) $\frac{3\pi}{2}$

(iii) If A and B are two matrices of appropriate order, then (AB)' is equal to -

(a) A' B' (b) A' - B'

(c) A' + B' (d) B' A'

(iv) Number of elements in a matrix of order $2 \times 3$ is -

(a) 2 (b) 3

(c) 6 (d) 8

(v) Integrating Factor (IF) of a differential equation $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ is -

(a) $e^{\int P dx}$ (b) $e^{\int P dy}$

(c) $e^{\int Q dx}$ (d) $e^{\int Q dy}$

(vi) If direction cosines of a line are l, m, n, then the relation between l, m, n is always -

(a) $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ (b) $l + m + n = 1$

(c) $l^2 + m^2 + n^2 = 0$ (d) $l + m + n = 0$

प्र.2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए – (1×6=6)

(i) कोई फलन $f : X \rightarrow Y$ एकैकी फलन होगा, यदि $f(x_1) = f(x_2)$, तब.......................... ।

(ii) $\cos^{-1}(x)$ का मुख्य मान ..........................................................................में स्थित होगा।

(iii) आव्यूह $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ के लिए A' = ........................................................................ ।

(iv) $\cos\sqrt{x}$ का x के सापेक्ष अवकलज .............................................................................होगा।

(v) यदि फलन $f : X \rightarrow Y$ में f आच्छादक फलन हो, तो उसके लिए सहप्रान्त का मान

परिसर के ...........................................................................................................होगा।

(vi) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश मात्रक सदिश .................................... होगा।

Fill in blank with correct answer -

(i) If any function $f : X \rightarrow Y$ is a one-one function, if $f(x_1) = f(x_2)$, then ..................................................

(ii) The principal value of $\cos^{-1}(x)$ is ..........................................

(iii) A' = ..............................................for any matrix $A = [a_{ij}]_{m \times n}$.

(iv) The derivative of $\cos\sqrt{x}$ with respect to x is ............................

(v) If f is an onto function in the function $f : X \rightarrow Y$, then the value of the co-domain for it will be ........................................................

(vi) The unit vector of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$, will be .................

प्र.3 निम्नलिखित के लिए सत्य/असत्य लिखिए – (1×6=6)

(i) सारणिक में पँक्तियों एवं स्तंभों की संख्या समान होती है।

(ii) फलन f(x) अन्तराल I में वर्धमान फलन होगा; जबकि $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$,

$x_1, x_2 \in I$

(iii) प्रत्येक अवकलनीय फलन सतत् होता है।

(iv) यदि $\vec{a} = k\vec{b}$, तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ संरेख सदिश होंगे।

(v) समान परिमाण वाले दो सदिश सदैव समान सदिश होते हैं।

(vi) $f(x) = x^2$, $f : N \rightarrow N$ के लिए फलन एकैक तथा आच्छादक हैं।

Write true or false -

(i) The number of rows and columns in the determinant is equal.

(ii) The function f(x) will be an increasing function in the interval I, if

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ for $x_1, x_2 \in I$.

(iii) Every differentiable function is continuous.

(iv) If $\vec{a} = k\vec{b}$, then $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are linear.

(v) Two vectors of equal magnitude are always equal.

(vi) The function $f(x) = x^2$, $f : N \rightarrow N$ is one-one and onto.

प्र.4 सही जोड़ी मिलाइए – (1×7=7)

| स्तंभ (A) | | स्तंभ (B) | |
|---|---|---|---|
| (i) | $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ | (a) | $\log\|\sec x\| + C$ |
| (ii) | $\int \cot x \, dx$ | (b) | $\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + C$ |
| (iii) | $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$ | (c) | $e^x(x-1) + C$ |
| (iv) | $\int xe^x \, dx$ | (d) | $\frac{1}{2a}\log\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + C$ |
| (v) | $\int \frac{dx}{x^2-a^2}$ | (e) | $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\sin 2x\right) + C$ |
| (vi) | $\int \sin^2 x \, dx$ | (f) | $\frac{1}{2a}\log\left\|\frac{x-a}{x+a}\right\| + C$ |
| (vii) | $\int \tan x \, dx$ | (g) | $\log\|\text{cosec}\, x\| + C$ |
| | | (h) | $\log\|\sin x\| + C$ |

Match the column -

| Column (A) | | Column (B) | |
|---|---|---|---|
| (i) | $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ | (a) | $\log\|\sec x\| + C$ |
| (ii) | $\int \cot x \, dx$ | (b) | $\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + C$ |
| (iii) | $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$ | (c) | $e^x(x-1) + C$ |
| (iv) | $\int xe^x \, dx$ | (d) | $\frac{1}{2a}\log\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + C$ |
| (v) | $\int \frac{dx}{x^2-a^2}$ | (e) | $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\sin 2x\right) + C$ |
| (vi) | $\int \sin^2 x \, dx$ | (f) | $\frac{1}{2a}\log\left\|\frac{x-a}{x+a}\right\| + C$ |
| (vii) | $\int \tan x \, dx$ | (g) | $\log\|\text{cosec}\, x\| + C$ |
| | | (h) | $\log\|\sin x\| + C$ |

प्र.6 एक वाक्य/शब्द में उत्तर लिखिए – (1×7=7)

(i) $\tan^{-1}x$ का प्रांत लिखिए।

(ii) $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ एक वर्ग आव्यूह है, तो m व n के मध्य सम्बन्ध लिखिए।

(iii) $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$ का मान लिखिए।

(iv) यदि $x - y = \pi$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान लिखिए।

(v) $\frac{dy}{dx} + y = \cos x$ में स्वतंत्र चर लिखिए।

(vi) अवकल समीकरण $\frac{d^4y}{dx^4} + \sin x = 0$ की कोटि लिखिए।

(vii) $f(x) = \cos x$ अन्तराल $[0, \pi]$ के मध्य किस प्रकार का फलन है वर्धमान अथवा ह्रासमान?

Write the correct answer with one word/sentence -

(i) Write the domain of $\tan^{-1}x$.

(ii) If $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ is a square matrix, then write the relation between m and n.

(iii) Find the value of $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$.

(iv) Find the value of $\frac{dy}{dx}$, if $x - y = \pi$.

(v) Write the independent variable in $\frac{dy}{dx} + y = \cos x$.

(vi) Write the order of the differential equation $\frac{d^4y}{dx^4} + \sin x = 0$.

(vii) Is the function $f(x) = \cos x$, increasing or decreasing in the interval $[0, \pi]$?

प्र.6 दिखाइए कि समुच्चय {1, 2, 3} में प्रदत्त सम्बन्ध R = {(1, 2), (2, 1)} एक स्वतुल्य सम्बन्ध नहीं हैं। (2)

Show that the relation R = {(1, 2), (2, 1)} given in the set {1, 2, 3} is not reflexive.

<u>अथवा / **OR**</u>

दिखाइए कि वास्तविक संख्या के समुच्चय में R = {(a, b) : a ≤ b} एक सममित सम्बन्ध नहीं है।

Show that the relation R = {(a, b) : a ≤ b} is not a symmetric relation on the set of real numbers.

प्र.7 दिखाइए कि – $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ (2)

Show that : $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

<u>अथवा / **OR**</u>

$\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right), x > 1$ को इसके सरलतम रूप में लिखिए।

Simplify : $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right), x > 1$

प्र.8 X तथा Y ज्ञात कीजिए, यदि – (2)

$X + Y = \begin{vmatrix} 9 & 0 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$ तथा $X - Y = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$

Find X and Y, if –

$X + Y = \begin{vmatrix} 9 & 0 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$ and $X - Y = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$

<u>अथवा / **OR**</u>

यदि $A = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ तथा $B = \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$, तो 3A – B ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ and $B = \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$, then find 3A – B.

प्र.9 $e^{\sqrt{x}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। (2)

Differentiate $e^{\sqrt{x}}$ with respect to x.

**अथवा / OR**

log (cos x) का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Differentiate log (cos x) with respect to x.

प्र.10 दिखाइए कि प्रदत्त फलन $f(x) = 3x + 2, x \in R$, R पर वर्धमान फलन है। (2)

Show that the function $f(x) = 3x + 2$ is increasing on R for $x \in R$.

**अथवा / OR**

वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात कीजिए, जब $r = 7$ से.मी. है।

Find rate of change in area of a circle with respect to its radius, when $r = 7$cm.

प्र.11 हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{5}$ से.मी./सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि त्रिज्या 2 से.मी. है? (2)

The radius of an air bubble is increasing at the rate of $\frac{1}{5}$ cm/second. At what rate is the volume of the bubble increasing when the radius is 2 cm?

**अथवा / OR**

किसी वृत्त की त्रिज्या 0.2 से.मी./सेकंड की दर से बढ़ रही है इसके परिधि की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

The radius of a circle is increasing at the rate of 0.2 cm/second. Find the rate of increase of its circumference.

प्र.12 मान ज्ञात कीजिए – $\int(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)\,dx$ (2)

Evaluate - $\int(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)\,dx$

अथवा / OR

मान ज्ञात कीजिए – $\int(1-x)\sqrt{x}\,dx$

Evaluate - $\int(1-x)\sqrt{x}\,dx$

प्र.13 यदि एक रेखा के दिक् अनुपात -3, 2, -1 हैं, तो इसकी दिक् कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। (2)

If the direction ratios of a line are -3, 2, -1, then find its direction cosines.

अथवा / OR

तीनों समकोणिक अक्षों की दिक् कोज्याएं ज्ञात कीजिए।

Find the direction cosines of all three rectangular axes.

प्र.14 सदिश $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। (2)

Find the projection of vector $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ onto vector $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$.

अथवा / OR

यदि $\vec{a} = \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$, तो $|\vec{a} - \vec{b}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$, then find the value of $|\vec{a} - \vec{b}|$.

प्र.15 सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 5 इकाई हो। (2)

Find a vector along the vector $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ whose magnitude is 5 units.

<u>अथवा / **OR**</u>

दिखाइए कि किसी सदिश का वर्ग उसके परिमाण के वर्ग के बराबर होता है।

Show that the square of a vector is equal to the square of its magnitude.

प्र.16 यदि $A = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ और $B = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए (A+B)' = A'+B' (3)

If $A = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ and $B = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$, then verify (A + B)' = A' + B'.

<u>अथवा / **OR**</u>

वर्ग आव्यूह $A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -6 \end{vmatrix}$ को सममित एवं एक विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

Express the square matrix $A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -6 \end{vmatrix}$ as the sum of symmetric and skew symmetric matrices.

प्र.17 अवकल समीकरण $(e^x + e^{-x})\, dy - (e^x - e^{-x})\, dx = 0$ को हल कीजिए। (3)

Solve the differential equation $(e^x + e^{-x})\, dy - (e^x - e^{-x})\, dx = 0$.

**अथवा / OR**

किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दर से होती है, इस बैंक में 1000 ₹ जमा कराए जाते हैं। ज्ञात कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह राशि कितनी हो जाएगी? $(e^{0.5} = 1.648)$

The principal amount in a bank increase at the rate of 5% per annum. ₹ 1000 is deposited in this bank. Find out what this amount will become after 10 years. $(e^{0.5} = 1.648)$

प्र.18 फलन $\sin x + \cos x$ का महत्तम मान ज्ञात कीजिए। (3)

Find the maximum value of the function $\sin x + \cos x$.

**अथवा / OR**

सिद्ध कीजिए कि एक दिए हुए वृत्त में खींचे गए सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल उच्चिष्ठ होता है।

Show that of all the rectangles inscribed in a given fixed circle, the square has the maximum area.

प्र.19 वक्र $y^2 = 4x$ एवं रेखा $x = 3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)

Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and line $x = 3$.

**अथवा / OR**

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

प्र.20 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो सत्यापित कीजिए कि $A.(adjA) = |A|I$ (4)

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, then verify that $A.(adjA) = |A|I$.

**अथवा / OR**

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$ तथा $A^{-1}$ ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, then verify that $A^2 - 4A - 5I = 0$ and find $A^{-1}$.

प्र.21 फलन $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{यदि } x \geq 1 \\ x^2+1 & \text{यदि } x < 1 \end{cases}$ हो, तो $f(x)$ की $x = 1$ पर सातत्यता की जाँच कीजिए। (4)

Check whether the function $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{if } x \geq 1 \\ x^2+1 & \text{if } x < 1 \end{cases}$ is continuous or not at $x = 1$.

अथवा / OR

यदि $y = (\log x)^{\cos x}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि –

$$\frac{dy}{dx} = (\log x)^{\cos x}\left[\frac{\cos x}{x \log x} - \sin x \log(\log x)\right]$$

If $y = (\log x)^{\cos x}$, then prove that $\frac{dy}{dx} = (\log x)^{\cos x}\left[\frac{\cos x}{x \log x} - \sin x \log(\log x)\right]$

प्र.22 $\int x^2 \log x \, dx$ ज्ञात कीजिए। (4)

Evaluate - $\int x^2 \log x \, dx$

अथवा / OR

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ ज्ञात कीजिए।

Evaluate - $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

प्र.23 रेखाओं $\frac{x+1}{7}=\frac{y+1}{-6}=\frac{z+1}{1}$ तथा $\frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। (4)

Find the minimum distance between the lines $\frac{x+1}{7}=\frac{y+1}{-6}=\frac{z+1}{1}$ and $\frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z-7}{1}$.

अथवा / OR

दर्शाइए कि बिन्दुओं (1, -1, 2) और (3, 4, -2) से होकर जाने वाली रेखा बिन्दुओं (0, 3, 2) और (3, 5, 6) से जाने वाली रेखा पर लम्ब है।

Show that the line passing through the points (1, -1, 2) and (3, 4, -2) is perpendicular to the line passing through the points (0, 3, 2) and (3, 5, 6).

---