Class : 9th
Subject : Mathematics
Chapter : 12
Chapter Name : हीरोन का सूत्र

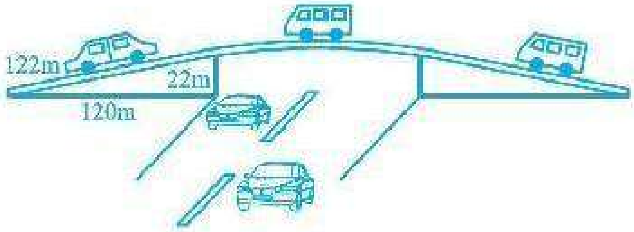
प्रश्नावली 12.1

Q1 एक यातायात संकेत बोर्ड पर 'आगे स्कूल है' लिखा है और यह भुजा 'a' वाले एक समबाहु त्रिभुज के आकार का है हिरोन के सूत्र का प्रयोग करके इस बोर्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि संकेत बोर्ड का परिमाप 180cm है, तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?

Answer. प्रश्न में त्रिभुज की भुजाएँ a,a,a दी गई है,
इससे हम त्रिभुज का परिमाप निकाल सकते है:
परिमाप =a+a+a=3a
3a=180cm
a=60cm
इससे हमे त्रिभुज का अर्धपरिमाप मिलेगा जो कि $\frac{3a}{2}$ है
अब हीरोन के सूत्र से, त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कर सकते है:
$\rightarrow \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$\sqrt{\frac{3a}{2}\left[\frac{3a}{2}-a\right]\left[\frac{3a}{2}-a\right]\left[\frac{3a}{2}-a\right]}$ (s=अर्धपरिमाप = $\frac{3a}{2}$)
$=\sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)}$
$=\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$
$=\frac{\sqrt{3}(60)^2}{4}cm^2$
$=900\sqrt{3}cm^2$

Page : 242 , Block Name : प्रश्नावली – 12.1

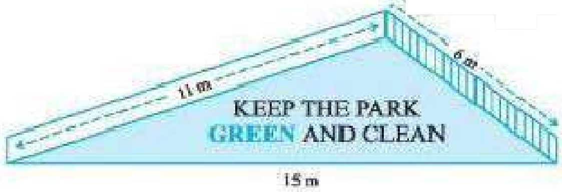
Q2 किसी फ्लाईओवर की त्रिभुजाकार दीवार को विज्ञापनों के लिए प्रयोग किया जाता है दीवार की भुजाओ की लंबाईया 122m, 22m, और 120m है (देखिए आकृति में) इस विज्ञापन से प्रति वर्ष Rs.5000 प्रति m^2 की प्राप्ति होती है एक कम्पनी ने एक दीवार को विज्ञापन देने के लिए 3 महीने के लिए किराए पर लिया उसने कुल कितना-किराया दिया?



Answer. त्रिभुज की भुजाएँ 122cm, 22cm और 120cm है
इससे, त्रिभुज का परिमाप
122cm+22cm+120cm=264m
अतः अर्धपरिमाप =परिमाप/2= $\frac{264m}{2}$ =132m
अब हीरोन के सूत्र को अपनाते हुए:-
क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{132(132-122)(132-22)(132-120)}m^2$
$= \sqrt{132 \times 10 \times 110 \times 12}m^2$
=1320m^2
विज्ञापन से 1 वर्ष में प्राप्ति =Rs.5000m^2
अतः विज्ञापन से 3 महीने में प्राप्ति $= \frac{1320 \times 500 \times 3}{12}$
=Rs.16,50,000

Page : 242 , Block Name : प्रश्नावली – 12.1

Q3 किसी पार्क में एक फिसल पट्टी बनी हुई है इसकी पार्श्वरीय दीवारों में से एक दीवार पर किसी रंग से पेंट किया गया है और उस पर "पार्क को हरा-भरा और साफ रखिए" लिखा हुआ है (देखिए आकृति में) यदि इस दीवार की विमाए 15m, 11m और 6m है, तो रंग से पेंट हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए



Answer. त्रिभुज की भुजाएँ 15m, 11m और 6m है
अतः अर्धपरिमाप =परिमाप/2= $\frac{(15+11+6)\,m}{2} = 16m$
अब हीरोन के सूत्र को अपनाते हुए:
क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{16(16-15)(16-11)(16-6)}m^2$
$= \sqrt{800}m^2$
$= 20\sqrt{2}m^2$
Page : 243 , Block Name : प्रश्नावली – 12.1

Q4 उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो भुजाए 18cm और 10cm है तथा उसका परिमाप 42cm है

Answer. त्रिभुज की दो भुजाएँ 18cm और 10cm दिया गया है
और परिमाप = 42cm
परिमाप = a+b+c
यहाँ मान लेते है a=18cm और b=10cm है,
अतः c=परिमाप $-(a+b)$
$c=42-(18+10)\,cm$=14cm
अर्धपरिमाप परिमाप/2=$\frac{42}{2}cm$=21cm
अब हीरोन के सूत्र को अपनाते हुए:
क्षेत्रफल $=\sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$
$=\sqrt{21\,(21-18)\,(21-10)\,(21-14)}cm^2$
$=21\sqrt{11}cm^2$

Page : 243 , Block Name : प्रश्नावली – 12.1

Q5 एक त्रिभुज की भुजाओ का अनुपात 12:17:25 है और उसका परिमाप 540cm है इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

Answer. परिमाप =540cm
भुजाओ का अनुपात =12:17:25
मान लेते है:-
0=12x; b=17x: c=25x है
अतः a+b+c= परिमाप =540cm
12x+17x+25x=540cm
54x=540
x=10
अतः $a=12\times10$=120cm
$b=17\times10$=170cm
$c=25\times10$=250cm
अर्धपरिमाप $=\frac{540}{2}$=270cm
क्षेत्रफल $=\sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$
$=\sqrt{270\,(270-120)\,(270-170)\,(270-250)}cm^2$
$=\sqrt{270\times150\times100\times20}cm^2$
=9000cm^2

Page : 243 , Block Name : प्रश्नावली – 12.1

Q6 एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 30cm है और उसकी बराबर भुजाएँ 12cm लम्बाई की है इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

Answer. त्रिभुज की दो भुजाएँ 12cm और 12cm दिया गया है
और परिमाप = 30cm (दिया है)
अतः तीसरा भुजा $=30-(12+12)\,cm$=6cm होगी

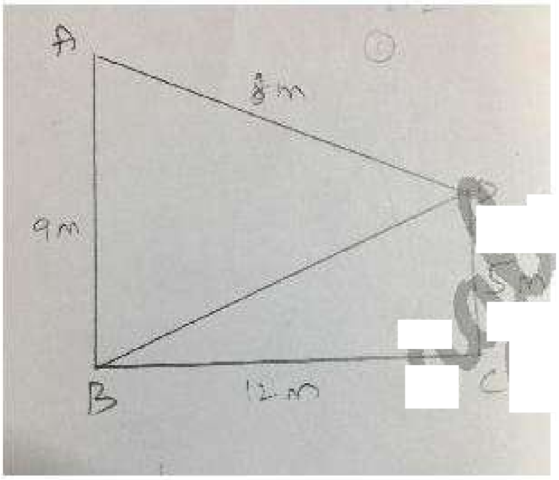
अर्धपरिमाप परिमाप 2=$\frac{30}{2}cm$=15cm
अब हीरोन के सूत्र से:
क्षेत्रफल $= \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$
$= \sqrt{15\,(15-12)\,(15-12)\,(15-6)}cm^2$
$= \sqrt{15 \times 3 \times 3 \times 9}cm^2$
$= 9\sqrt{15}cm^2$

Page : 243 , Block Name : प्रश्नावली – 12.1

प्रश्नावली 12.2

Q1 एक पार्क चतुर्भुज ABCD के आकार का है, जिसमें $\angle C$=90,AB=9m, BC=12m, CD=5m और AD=8m है इस पार्क का कितना क्षेत्रफल है?

Answer.



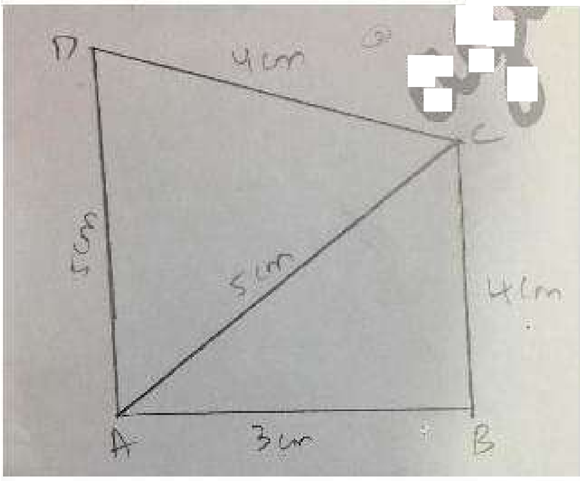
$\angle C$=90,AB=9m,BC=12m,CD=5m और AD=8m (दिया है)
यदि BD को मिला दे, तो दो त्रिभुज प्राप्त होंगे
अब $\triangle BCD$ पर ध्यान दे:
$BD^2 = BC^2 + CD^2$ (पाईथागोरस)
$BD^2 = 12^2 + 5^2$
BD^2=169
BD=13m
अतः क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30m^2 \longrightarrow (1)$
अब $\triangle ABD$ पर ध्यान दे:
a=8m,b=9m,c=13m
अतः अर्धपरिमाप $= \frac{(8+9+13)}{2}m = \frac{30}{2}m$=15m
हीरोन के सूत्र से:

क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{15(15-13)(15-9)(15-8)} m^2$
$= 6\sqrt{35} m^2$
=35.5m^2 (लगभग) $\longrightarrow (2)$
अतः, कुल क्षेत्रफल $= 1 + 2 = (30 + 35.5)\, m^2 = 65.5 m^2$

Page : 247 , Block Name : प्रश्नावली – 12.2

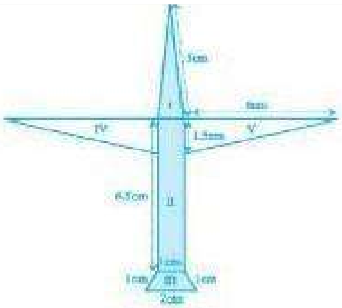
Q2 एक चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसमे AB=3cm, BC=4cm, CD=4cm, DA=5cm और AC=5cm है

Answer. AB=3cm, BC=4cm, CD=4cm, DA=5cmऔर AC=5cm
अब $\triangle ABC$ पर ध्यान दे:
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ (पाईथागोरस)
$5^2 = 3^2 + 4^2$
25=25 (अतः $triangle ABC$ में कोण B 90 है)
अतः
$\triangle BCD$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6cm^2 \longrightarrow (1)$
अतः अर्धपरिमाप $triangle ACD$ का $= \frac{(5+5+4)}{2} m$=7cm
हीरोन के सूत्र से:
क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{7(7-5)(7-5)(7-4)} cm^2$
$= 2\sqrt{21} cm^2$ (लगभग) $\longrightarrow (2)$
अतः, कुल क्षेत्रफल $= 1 + 2 = (6 + 9.17)\, cm^2 = 15.17 cm^2$



Page : 247 , Block Name : प्रश्नावली – 12.2

Q3 राधा ने एक रंगीन कागज से एक हवाईजहाज का चित्र बनाया, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है प्रयोग किए गए कागज का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए



आकृति 12.15

Answer. भाग I के त्रिभुज पर ध्यान दे
अतः भुजाओ का माप =5cm,1cm, 5cm
परिमाप =5+5+1=11cm
अर्धपरिमाप $= \dfrac{11}{2} cm$=5.5cm
हीरोन के सूत्र से:
क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{5.5(5.5-5)(5.5-5)(5.5-1)} cm^2$
$= \sqrt{5.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 4.5} cm^2$
$= 0.75\sqrt{11} cm^2$
=$2.488 cm^2$

क्षेत्रफल भाग II का $1 \times 6 = 6.5 \times 1 cm^2 = 6.5 cm^2$ भाग III के समांतर चतुर्भुज है जोकि 3 समबाहु त्रिभुज में बंटा है 1cm के,
अतः
क्षेत्रफल $= 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 1 cm^2 = 1.3 cm^2$

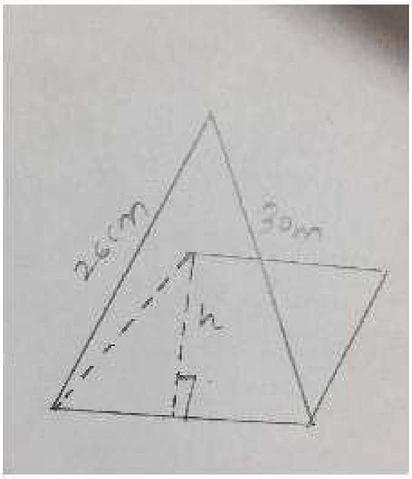
भाग IV और V के लिए:
क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} \times$ xआधार xऊचाई का प्रयोग करेंगे
भाग IV क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} \times 1.5 \times 6 = 4.5 cm^2$
भाग V क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} \times 1.5 \times 6$=$4.5 cm^2$
अतः
कुल क्षेत्रफल $= (2.488 + 6.5 + 1.3 + 9)\, cm^2 = 19.3 cm^2$

Page : 247 , Block Name : प्रश्नावली – 12.2

Q4 एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज का एक ही आधार है और क्षेत्रफल भी एक ही है यदि त्रिभुज की भुजाएँ 26cm, 28cm और 30cm है तथा समांतर चतुर्भुज 28cm के आधार पर स्थित है, तो उसकी संगत ऊचाई ज्ञात कीजिए

Answer. त्रिभुज की भुजाएँ 26cm, 28cm और 30cm दी है,
अतः

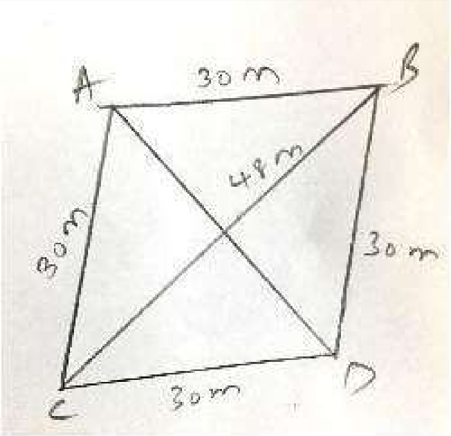
परिमाप =26+28+30=84cm
हीरोन के सूत्र से:
क्षेत्रफल $= \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$
$= \sqrt{42\,(42-26)\,(46-28)\,(46-30)}cm^2$
$= \sqrt{46 \times 16 \times 14 \times 16}cm^2 = 336cm^2$
समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = त्रिभुज का क्षेत्रफल (दिया है)
अतः $28cm \times h = 336cm^2$
$h = \frac{336}{28}cm$
h=12cm (h=ऊचाई)



Page : 248 , Block Name : प्रश्नावली – 12.2

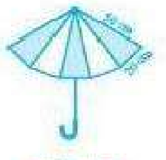
Q5 एक समचतुर्भुजाकार घास के खेत में 18 गायों के चरने के लिए घास है यदि इस समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा 30m है और बड़ा विकर्ण 48m है, तो प्रत्येक गाय को चरने के लिए इस घास के खेत का कितना कपड़ा लगा है?

Answer. AC, ABCD समचतुर्भुजाकार को 2 त्रिभुज में बांटा है:
अतः अर्धपरिमाप $\triangle ABC = \frac{(30+30+48)}{2}m = 54m$
हीरोन के सूत्र से:
क्षेत्रफल $= \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$
$= \sqrt{54\,(54-30)\,(54-30)\,(54-48)}m^2$
=$432m^2$
कुल क्षेत्रफल =$2 \times \triangle ABC$ (क्षेत्रफल) = $2 \times 432m^2$
=$864m^2$
अतः
खेत का क्षेत्रफल =कुल क्षेत्रफल/गायों की संख्या =$\frac{864}{18} = 48m^2$



Page : 248 , Block Name : प्रश्नावली – 12.2

Q6 दो विभिन्न रंगो के कपड़ो के 10 त्रिभुजाकार टुकड़ो को सीकर एक छाता बनाया गया है (देखिए आकृति) प्रत्येक टुकड़े के माप 20cm, 50cm, और 50cm है छाते में प्रत्येक रंग का कितना कपड़ा लगा है?


आकृति 12.16

Answer. हर त्रिभुज का अर्धपरिमाप $\frac{50+50+20}{2} cm$=60cm

हीरोन के सूत्र से:

क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{60(60-50)(60-50)(60-20)} cm^2$

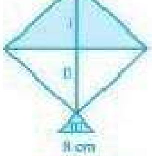
$= 200\sqrt{6} cm^2$

अतः प्रत्येक रंग के टुकड़ो का क्षेत्रफल $= 5 \times 200\sqrt{6} cm^2$

$= 1000\sqrt{6} cm^2$

Page : 248 , Block Name : प्रश्नावली – 12.2

Q7 एक पतंग तीन भिन्न-भिन्न शेडों के कागजों से बनी है इन्हें आकृति में I,II और III से दर्शाया गया है पतंग का ऊपरी भाग 32cm विकर्ण का एक वर्ग है और निचला भाग 6cm, 6cm और 8cm भुजाओ का एक समद्विबाहु त्रिभुज है ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक शेड का कितना कागज प्रयुक्त किया गया है


आकृति 12.17

Answer.
हम जानते है कि वर्ग के विकर्ण 90 एक दूसरे को काटते है,

अतः क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ विकर्ण^2 $= \frac{1}{2} \times (32)^2 = 512cm^2$

क्षेत्रफल भाग I = क्षेत्रफल भाग II

$\frac{512}{2} cm^2 = 256cm^2$

इसलिए, hr भाग का क्षेत्रफल =256cm^2

भाग III में त्रिभुज की भुजाएँ 6cm,6cm,8cm है

अतः अर्धपरिमाप $= \frac{(6+6+8)}{2}$ =10cm

क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

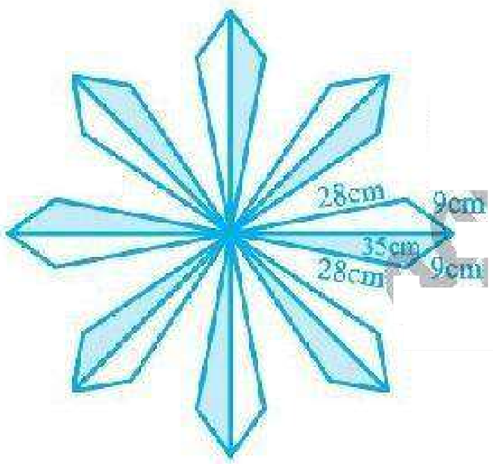
$= \sqrt{10(10-6)(10-9)(10-8)} cm^2$

$= \sqrt{10 \times 4 \times 4 \times 2} cm^2$

$= 8\sqrt{5} cm^2$

Page : 248 , Block Name : प्रश्नावली – 12.2

Q8 फर्श पर एक फूलों का डिजाईन 16 त्रिभुजाकार टाईलो से बनाया गया है, जिसमें से प्रत्येक की भुजाए 9cm, 28cm और 35cm है (देखियें आकृति) इन टाईलो को 50 पैसे प्रति cm^2 की दर से पालिश कराने का व्यय ज्ञात कीजिए



Answer. त्रिभुज के अर्धपरिमाप $= \frac{28+9+35}{2} cm$=36cm

हीरोन के सूत्र से:

क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{36(36-28)(36-9)(36-35)} cm^2$

$= 36\sqrt{6} cm^2$

=88.2cm^2

अतः कुल 16 टाईल का क्षेत्रफल $= (16 \times 88.2)\, cm^2$

अतः कुल पालिश करने का व्यय $= (16 \times 88.2)\, cm^2 \times 0.5$

=Rs. 705.6

Q9 एक खेत समलंब के आकार है जिसकी समांतर भुजाएँ 25cm और 10m है इसकी असमंतर भुजाएँ 14m और 13m है इस खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

Answer. PQRS एक समांतर है जिसकी:
PQ=25m और RS=10m (समांतर भुजाएँ है)
और PS=13m और QR=14m (असमांतर भुजाएँ है)
$RL \perp PQ$ और $RT \parallel PS$
अब $\triangle PRT$ पर ध्यान दे:
QR=14m, RT=PS=13m
और QT=PQ-PT=25-10=15m
अतः अर्धपरिमाप $\triangle QRT = \dfrac{(15+13+14)}{2} m = 21m$
हीरोन के सूत्र से:
क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{21(21-14)(21-13)(21-15)} m^2$
=$84m^2$
और $\triangle QRT = \dfrac{1}{2} \times QT \times RL = 84m^2$
अतः $\dfrac{1}{2} \times 15 \times RL = 84cm^2$
$RL = \dfrac{56}{5} m^2$
अतः PTRS का क्षेत्रफल $= PT = RL = \dfrac{10 \times 84}{5} = 112m^2$
अतः, समलंब का क्षेत्रफल = क्षेत्रफल PTRS + क्षेत्रफल $\triangle QRT$
$= (112 + 84) m^2$
=$196m^2$