Chapter 13 Surface Areas and Volumes(पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन)

प्रश्नावली 13.1

प्रश्न 1. 1.5 मीटर लम्बा 1.25 मीटर चौड़ा और 65 सेमी गहरा प्लास्टिक का एक डिब्बा बनाया जाना है। इसे ऊपर से खुला रखना है। प्लास्टिक शीट की मोटाई को नगण्य मानते हुए निर्धारित कीजिए।
(i) डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल।
(ii) इस शीट का मूल्य, यदि 1 मीटर शीट का मूल्य 20 है।
हल :
(i) प्लास्टिक के डिब्बे की लम्बाई (l) = 1.5 मीटर,
चौड़ाई (b) = 1.25 मीटर तथा
ऊँचाई h = 65 सेमी या 0.65 मीटर [: 1 मीटर = 100 सेमी]
डिब्बा ऊपर से खुला है; अतः इसमें 1 फलक कम होगा।
अतः डिब्बे को पृष्ठ = सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल – ऊपरी फलक का क्षेत्रफल
= 2 (lb + bh + hl) – (l x b)
= 2 [(1.5 x 1.25) + (1.25 x 0.65) +(0.65 x 1.5)] – (1.5 x 1.25)
= 2 [1.875 + 0.8125 + 0.975] – 1.875
= 2 [3.6625] – 1.875
= 7.325 – 1.875
= 5.45 वर्ग मीटर
अतः डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल = 5.45 वर्ग मीटर।
(ii) 1 वर्ग मीटर शीट का मूल्य = 20
5.45 वर्ग मीटर शीट का मूल्य = (5.45 x 20) = 109.00
अतः आवश्यक प्लास्टिक शीट का मूल्य = 109

प्रश्न 2. एक कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5 मीटर, 4 मीटर और 3 मीटर हैं। 7.50 प्रति मीटर की दर से इस कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।
हल :
कमरे की लम्बाई (l) = 5 मीटर, चौड़ाई (b) = 4 मीटर व ऊँचाई (h) = 3 मीटर
कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = परिमाप x ऊँचाई
= 2 (l + b) x h = 2 (5 + 4) x 3 वर्ग मीटर
= 18 x 3 वर्ग मीटर
= 64 वर्ग मीटर
छत का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई = l x b = (5 x 4) = 20 वर्ग मीटर
जिस भाग में सफेदी करानी है, उसका क्षेत्रफल = (54 + 20) वर्ग मीटर = 74 वर्ग मीटर
1 वर्ग मीटर पर सफेदी कराने का व्यय = 7.50
74 वर्ग मीटर पर सफेदी कराने का व्यय = (74 x 7.50) = 555
अतः कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी कराने का व्यय = 555

प्रश्न 3. किसी आयताकार हॉल के फर्श की परिमाप 250 मीटर है। यदि के 10 प्रति मीटर² की दर से चारों दीवारों पर पेंट कराने की लागत के 15,000 है तो इस हॉल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
हल :
माना हॉल की ऊँचाई h मीटर है।
हॉल की परिमाप = 250 मीटर
हाल की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = हॉल की परिमाप x ऊँचाई। = 250 x h = 250h वर्ग मीटर
तब हॉल की दीवारों को पेंट कराने का व्यय = हॉल की चारों दीवारों का क्षेत्रफल x पेंट कराने की मूल्य-दर = 250h x 0 = 2,500 h
परन्तु दिया है 10 प्रति मीटर² की दर से हॉल की दीवारों को पेंट कराने का व्यय 15,000 है।
2500 h = 15000 ⇒ h = $\frac{15000}{2500}$

= 6 मीटर
अत: हॉल की ऊँचाई = 6 मीटर।

प्रश्न 4. किसी डिब्बे में भरा हुआ पेंट 9.375 मीटर² के क्षेत्रफल पर पेंट करने के लिए पर्याप्त है। इस डिब्बे के पेंट से 22.5 सेमी x 10 सेमी x 7.5 सेमी विमाओं वाली कितनी ईंट पेंट की जा सकती हैं?
हल :
ईंट की विमाएँ 22.5 सेमी x 10 सेमी x 7.5 सेमी हैं।
माना l = 22.5 सेमी, b = 10 सेमी और h = 7.5 सेमी
प्रत्येक ईंट (घनाभ) का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (lb + bh + hl)
= 2 [(22.5 x 10) + (10 x 7.5) + (7.5 x 22.5)]
= 2225.0 + 75.0 + 168.75
= 2 x 468.75
= 937.5 वर्ग सेमी
अब माना कि ईंटों की अभीष्ट संख्या n है।
कुल ईंटों का क्षेत्रफल = 937.5 n वर्ग सेमी
परन्तु प्रश्न में दिया है कि पेंट 9.375 वर्ग मीटर क्षेत्रफल पर पेंट करने के लिए पर्याप्त है।
937.5n वर्ग सेमी = 9.375 वर्ग मीटर।
⇒ 937.5 n वर्ग सेमी = 9.375 x 10,000 वर्ग सेमी (1 वर्ग मीटर = 10,000 वर्ग सेमी)
⇒ 937.5 n वर्ग सेमी = 93,750
⇒ n = 100
अत: ईंटों की अभीष्ट संख्या = 100

प्रश्न 5. एक घनाकार डिब्बे का एक किनास 10 सेमी लम्बाई का है तथा एक अन्य घनाभाकार डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12.5 सेमी, 10 सेमी और 8 सेमी हैं।
(i) किस डिब्बे का पाश्र्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है और कितना अधिक है?
(ii) किस डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कम है और कितना कम है?
हल :
(i) घनाकार डिब्बे का पार्श्व-पृष्ठीय क्षेत्रफल = 4 x भुजा² [भुजा = 10 सेमी]
= 4 x (10)² = 400 वर्ग सेमी
घनाभाकार डिब्बे का पार्श्व-पृष्ठीय क्षेत्रफल = परिमाप x ऊँचाई = 2 (l + b) x h = 2 (12.5 + 10) x 8
[l = 12.5 सेमी, b = 10 सेमी तथा h = 8 सेमी]
= 16 x 22.5
= 360.0 वर्ग सेमी
अतः स्पष्ट है कि घनाकार डिब्बे का पाश्र्व पृष्ठ क्षेत्रफल (400 – 360) = 40 वर्ग सेमी अधिक है।
(ii) घनाकार डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6 x भुजा² = 6 x (10)² = 600 वर्ग सेमी
तथा
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन 343 तथा घनाभाकार डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (lb + bh+ hl)
= 2 [(12.5 x 10) + (10 x 8) + (8 x 12.5)]
= 2[125 + 80 + 100]
= 2 x 305
= 610 वर्ग सेमी
अतः स्पष्ट है कि घनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (610 – 600) = 10 वर्ग सेमी कम है।

प्रश्न 6. एक छोटा पौधा-घर (greenhouse) सम्पूर्ण रूप से शीशे की पट्टियों से (आधार भी सम्मिलित है) घर के अन्दर ही बनाया गया है और शीशे की पट्टियों को टेप द्वारा चिपका कर रोका गया है। यह पौधा-घर 30 सेमी लम्बा, 25 सेमी चौड़ा और 25 सेमी ऊँचा है।
(i) इसमें प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल क्या है?

(ii) सभी 12 किनारों के लिए कितने टेप की आवश्यकता है?
हल :
(i) पौधा-घर की लम्बाई (l) = 30 सेमी,
चौड़ाई (b) = 25 सेमी व ऊँचाई (h) = 25 सेमी।
पौधा-घर (घनाभ) का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + hl)
= 2 [(30 x 25) + (25 x 25) + (25 x 30)]
= 2 [750 + 625 + 750]
= 2 x 2125
= 4250 वर्ग सेमी।
अतः पौधा-घर बनाने में प्रयुक्त काँच का क्षेत्रफल = 4250 वर्ग सेमी।
(ii) 12 किनारों में 4 लम्बाइयाँ, 4 चौड़ाइयाँ व 4 ऊँचाइयाँ होती हैं।
सभी किनारों की माप = 4 (लम्बाई + चौड़ाई + ऊँचाई) = 4 (l + b + h)
= 4 (30 + 25 + 25) सेमी
= 4 x 80 सेमी
= 320 सेमी
अतः आवश्यक टेप की लम्बाई = 320 सेमी।

प्रश्न 7. शान्ति स्वीट स्टाल अपनी मिठाइयों को पैक करने के लिए गत्ते के डिब्बे बनाने का ऑर्डर दे रहा था। दो मापों के डिब्बों की आवश्यकता थी। बड़े डिब्बों की माप 25 सेमी x 20 सेमी x 5 सेमी और छोटे डिब्बों की माप 15 सेमी x 12 सेमी x 5 सेमी थीं। सभी प्रकार की अतिव्याप्तता (overlaps) के लिए कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के 5% के बराबर अतिरिक्त गत्ता लगेगा। यदि गत्ते की लागत 4 रुपये प्रति 1000 सेमी 2 है तो प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बे बनवाने की कितनी लागत आएगी?
हल :
बड़े डिब्बे की विमाएँ 25 सेमी x 20 सेमी x 5 सेमी हैं।
l = 25 सेमी, b = 20 सेमी और h = 5 सेमी
बड़े डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (lb + bh + hl)
= 2 [(25 x 20) + (20 x 5) + (5 x 25)]
= 2(500 + 100 + 125
= 2 x 725
= 1450 वर्ग सेमी।
250 डिब्बों का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 250 x 1450 = 3,62,500 वर्ग सेमी.
छोटे डिब्बे की विमाएँ 15 सेमी x 12 सेमी x 5 सेमी हैं।
L = 15 सेमी, B = 12 सेमी व H = 5 सेमी
छोटे डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (LB + BH + HL)
= 2 [(15 x 12) + (12 x 5) + (5 x 15)]
= 2[180+ 60+75]
= 2 x 315
= 630 वर्ग सेमी
250 डिब्बों का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 630 x 250 = 1,57,500 वर्ग सेमी
प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बों का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = (3,62,500 + 1,57,500) वर्ग सेमी = 5,20,000 वर्ग सेमी।

अतिव्याप्तता (overlaps) के लिए आरक्षित क्षेत्रफल = 5,20,000 का 5% (दिया है।)
= 5,20,000 x $\frac{5}{100}$

= 26,000 वर्ग सेमी
डिब्बों के निर्माण में लगे गत्ते का कुल क्षेत्रफल = प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बों का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल + अतिव्याप्तता के लिए आरक्षित क्षेत्रफल
= (5,20,000+ 26,000) वर्ग सेमी
= 5,46,000 वर्ग सेमी|
1000 वर्ग सेमी के लिए गत्ते की लागत = 4
1 वर्ग सेमी के लिए गत्ते की लागत = $\frac{4}{1000}$
5,46,000 वर्ग सेमी के लिए गत्ते की लागत = $\frac{4}{1000}$x 546000 = 2184
अतः प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बे बनवाने की लागत = 2184

प्रश्न 8. परवीन अपनी कार खड़ी करने के लिए, एक सन्दूक के प्रकार के ढाँचे जैसा एक अस्थायी स्थान तिरपाल की सहायता से बनाना चाहती है, जो कार को चारों ओर से और ऊपर से ढक ले (सामने वाला फलक लटका हुआ होगा जिसे घुमाकर ऊपर किया जा सकता है)। यह मानते हुए कि सिलाई के समय लगा तिरपाल का अतिरिक्त कपड़ा। नगण्य होगा, आधार विमाओं 4 मीटर x 3 मीटर और ऊँचाई 2.5 मीटर वाले इस ढाँचे को बनाने के लिए कितने तिरपाल की आवश्यकता होगी?

हल :
ढाँचे की विमाएँ 4 मीटर x 3 मीटर x 2.5 मीटर हैं।
माना l = 4 मीटर, b = 3 मीटर व h = 2.5 मीटर
ढाँचे को पाश्र्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = परिमाप x ऊँचाई = 2 (l + b) x h = 2 (4 + 3) x 2.5 = 14 x 2.5 = 35 वर्ग मीटर
तथा छत या ऊपर के पृष्ठ का क्षेत्रफल = l x b = 4 x 3 = 12 वर्ग मीटर
कुल क्षेत्रफल = 35 + 12 = 47 वर्ग मीटर
अतः ढाँचे के निर्माण में 47 वर्ग मीटर तिरपाल की आवश्यकता होगी।

प्रटनावली 13.2

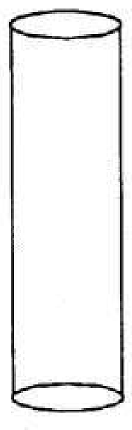
जब तक अन्यथा न कहा जाए, π = लीजिए।
प्रश्न 1. ऊँचाई 14 सेमी वाले एक लम्ब वृत्तीय बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 सेमी है। बेलन के आधार का व्यास ज्ञात कीजिए।
हल :
माना बेलन के आधार का व्यास = 2R सेमी है। [जहाँ R बेलन की त्रिज्या है।]
तथा
बेलन की ऊँचाई (h) = 14 सेमी
बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi Rh = 2 \times \frac{22}{7}$

$\times R \times 14 = 88R$ वर्ग सेमी
परन्तु दिया है, बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 88 वर्ग सेमी
$88R = 88 \Rightarrow R = 1$ सेमी
अतः बेलन का व्यास = 2R = 2 x 1 = 2 सेमी।

प्रश्न 2. धातु की एक चादर से 1 मीटर ऊँची और 140 सेमी व्यास के आधार वाली एक बन्द बेलनाकार टंकी बनाई जानी है। इस कार्य के लिए कितने वर्ग मीटर चादर की आवश्यकता होगी?
हल : धातु की टंकी का व्यास = 140 सेमी
धातु की टंकी की त्रिज्या $r = \frac{140}{2}$

= 70 सेमी = $\frac{70}{100}$[1 मीटर = 100 सेमी] = 0.7 मीटर
तथा टंकी की ऊँचाई h = 1 मीटर
टंकी का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r (h + r)$
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times (1 + 0.7)$
= 4.4 x 1.7 = 7.48 वर्ग मीटर
अतः टंकी को बनाने में प्रयुक्त चादर का क्षेत्रफल = 7.48 वर्ग मीटर।

प्रश्न 3. धातु का एक पाइप 77 सेमी लम्बा है। इसके एक अनुप्रस्थ काट का आन्तरिक व्यास 4 सेमी और बाहरी व्यास 4.4 सेमी है, ज्ञात कीजिए।
(i) आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
(ii) बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
(iii) कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल



हल :
धातु के पाइप की लम्बाई या ऊँचाई (h) = 77 सेमी

पाइप के अनुप्रस्थ काट का आन्तरिक व्यास = 4 सेमी
पाइप के अनुप्रस्थ काट की आन्तरिक त्रिज्या = $\frac{4}{2}$= 2 सेमी
पाइप के अनुप्रस्थ काट का बाहरी व्यास = 4.4 सेमी
पाइप के अनुप्रस्थ काट की बाहरी त्रिज्या R = $\frac{4.4}{2}$= 2.2 सेमी
(i) तब पाइप का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2πrh
= 2 x $\frac{22}{7}$x 2 x 77 वर्ग सेमी
= 968 वर्ग सेमी।
(ii) बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2πrh
2 x $\frac{22}{7}$x 2.2 x 77 वर्ग सेमी
= 2 x 22 x 2.2 x 11 वर्ग सेमी = 1064.8 वर्ग सेमी।
(iii) पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = आन्तरिक पृष्ठ + बाहरी पृष्ठ + दोनों वलयाकार सिरों का क्षेत्रफल
= 968 + 1064.8 + 2π($R^2 - r^2$)
= 2032.8 + 2 x $\frac{22}{7}$($2.2^2 - 2^2$)
= 2032.8+ 2 x $\frac{22}{7}$(4.84 – 4)
= 2032.8+ (2 x $\frac{22}{7}$x 0.84)
= (2032.8 + 5.28) वर्ग सेमी
= 2038.08 वर्ग सेमी।

प्रश्न 4. एक रोलर (roller) का व्यास 84 सेमी है और लम्बाई 120 सेमी है। एक खेल के मैदान को एक बार समतल करने के लिए 500 चक्कर लगाने पड़ते हैं। खेल के मैदान का वर्ग मीटर में क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
हल :
रोलर को व्यास = 84 सेमी = 0.84 मीटर [1 मीटर = 100 सेमी]
रोलर की त्रिज्या (r) = $\frac{0.84}{2}$

= 0.42 मीटर
और रोलर की लम्बाई (h) = 120 सेमी = 1.20 मीटर
रोलर का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2πrh
= 2 x $\frac{22}{7}$x 0.42 x 1.20 वर्ग मीटर
= 3.168 वर्ग मीटर
रोलर द्वारा 1 चक्कर लगाकर समतल किया गया मैदान का क्षेत्रफल = 3.168 वर्ग मीटर
रोलर द्वारा 500 चक्कर लगाकर समतल किया गया मैदान का क्षेत्रफल = 500 x 3.168 वर्ग मीटर = 1584 वर्ग मीटर
अतः खेल के मैदान का क्षेत्रफल = 1584 वर्ग मीटर।

प्रश्न 5. किसी बेलनाकार स्तम्भ का व्यास 50 सेमी है और ऊँचाई 3.5 मीटर है। 12.50 प्रति वर्ग मीटर की दर से इस स्तम्भ के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।
हल : बेलनाकार स्तम्भ का व्यास = 50 सेमी = 0.5 मीटर [1 मीटर = 100 सेमी]
बेलनाकार स्तम्भ की त्रिज्या (r) = $\frac{0.5}{2}$

मीटर = 0.25 मीटर
स्तम्भ की ऊँचाई (h) = 3.5 मीटर
बेलनाकार स्तम्भ का वक्र पृष्ठ = 2πrh
= 2 x $\frac{22}{7}$x 0.25 x 3.5 वर्ग मीटर
= 5.5 वर्ग मीटर
1 वर्ग मीटर पर पेंट कराने का व्यय = 12.50
5.5 वर्ग मीटर पर पेंट कराने का व्यय = (5.5 x 12.50) = 68.75
अतः स्तम्भ पर पेंट कराने का व्यय = 68.75

प्रश्न 6. एक लम्ब वृत्तीय बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4.4मीटर है। यदि बेलन के आधार की त्रिज्या 0.7 मीटर है तो उसकी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
हल :
माना लम्ब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई h मीटर है।
तथा बेलन की त्रिज्या (r) = 0.7 मीटर
बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2πrh
= 2 x $\frac{22}{7}$

x 0.7 x h = 4.4h वर्ग मीटर
परन्तु दिया है, बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 4.4 वर्ग मीटर
4.4 h = 4.4 ⇒ h = 1 मीटर
अतः बेलन की ऊँचाई = 1 मीटर।

प्रश्न 7. किसी वृत्ताकार कुएँ को आन्तरिक व्यास 3.5 मीटर है और यह 10 मीटर गहरा है। ज्ञात कीजिए :
(i) आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।
(ii) 40 रुपये प्रति मीटर की दर से इसके वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय।
हल :
वृत्ताकार कुएँ का आन्तरिक व्यास = 3.5 मीटर
वृत्ताकार कुएँ की आन्तरिक त्रिज्या r = $\frac{3.5}{2}$

मीटर
तथा कुएँ की गहराई (h) = 10 मीटर
(i) कुएँ का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2πrh
= 2 x $\frac{22}{7}$x $\frac{3.5}{2}$x 10 वर्ग मीटर = 110 वर्ग मीटर।
(ii) 1 वर्ग मीटर पर प्लास्टर कराने का व्यय = 40
110 वर्ग मीटर पर प्लास्टर कराने का व्यय = (110 x 40) = 4400
अत: कुएँ के वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने की व्यय = 4400

प्रश्न 8. गरम पानी द्वारा गरम रखने वाले एक संयन्त्र में 28 मीटर लम्बाई और 5 सेमी व्यास वाला एक बेलनाकार पाइप है। इस संयन्त्र में गर्मी देने वाला कुल कितना पृष्ठ है?
हल :
बेलनाकार पाइप का व्यास = 5 सेमी = 0.05 मीटर
बेलनाकार पाइप की त्रिज्या (r) = $\frac{0.05}{2}$

= 0.025 मीटर
पाइप की लम्बाई (h) = 28 मीटर
पाइप का वक्र पृष्ठ = 2πrh
= 2 x $\frac{22}{7}$x 0.025 x 28 वर्ग मीटर = 4.4 वर्ग मीटर
अतः संयन्त्र में गर्मी देने वाला कुल पृष्ठ = 4.4 वर्ग मीटर।

प्रश्न 9. ज्ञात कीजिए।
(i) एक बेलनाकार पेट्रोल की बन्द टंकी का पाश्र्व या वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, जिसका व्यास 4.2 मीटर है और ऊँचाई 4.5 मीटर है।

(ii) इस टंकी को बनाने में कुल कितना इस्पात (steel) लगा होगा, यदि कुल इस्पात का भाग बनाने में नष्ट हो गया है?

हल : (i) $\because$ बेलनाकार टंकी का व्यास = 4.2 मीटर

$\therefore$ टंकी की त्रिज्या $(r) = \frac{4.2}{2} = 2.1$ मीटर

और टंकी की ऊँचाई $(h) = 4.5$ मीटर

अत: पेट्रोल की बन्द टंकी का पार्श्व या वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 4.5$ वर्ग मीटर

= 59.4 वर्ग मीटर। उत्तर

● **(ii)** टंकी के दोनों सिरों के पृष्ठों का क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1$

= 27.72 वर्ग मीटर

$\therefore$ बेलनाकार टंकी का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + दोनों सिरों के पृष्ठों का क्षेत्रफल

= (59.4 + 27.72) वर्ग मीटर = 87.12 वर्ग मीटर

माना टंकी को बनाने में x वर्ग मीटर इस्पात लगा।

बनाने की क्रिया में नष्ट इस्पात = x का $\frac{1}{12} = \frac{x}{12}$ भाग

तब टंकी को बनाने में वास्तविक रूप से इस्तेमाल हुए इस्पात का क्षेत्रफल $= x - \frac{x}{12} = \frac{11x}{12}$

$\therefore$ $\frac{11x}{12} = 87.12 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{87.12 \times 12}{11} = 95.04$ वर्ग मीटर

अत: **टंकी को बनाने में वास्तविक रूप से लगा इस्पात = 95.04 वर्ग मीटर।** उत्तर

हल : (i) $\because$ बेलनाकार टंकी का व्यास = 4.2 मीटर

$\therefore$ टंकी की त्रिज्या $(r) = \frac{4.2}{2} = 2.1$ मीटर

और टंकी की ऊँचाई $(h) = 4.5$ मीटर

अत: पेट्रोल की बन्द टंकी का पार्श्व या वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 4.5$ वर्ग मीटर

= 59.4 वर्ग मीटर। उत्तर

● **(ii)** टंकी के दोनों सिरों के पृष्ठों का क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1$

= 27.72 वर्ग मीटर

$\therefore$ बेलनाकार टंकी का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + दोनों सिरों के पृष्ठों का क्षेत्रफल

= (59.4 + 27.72) वर्ग मीटर = 87.12 वर्ग मीटर

माना टंकी को बनाने में x वर्ग मीटर इस्पात लगा।

बनाने की क्रिया में नष्ट इस्पात = x का $\frac{1}{12} = \frac{x}{12}$ भाग

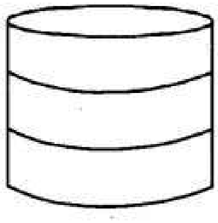
तब टंकी को बनाने में वास्तविक रूप से इस्तेमाल हुए इस्पात का क्षेत्रफल $= x - \frac{x}{12} = \frac{11x}{12}$

$\therefore$ $\frac{11x}{12} = 87.12 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{87.12 \times 12}{11} = 95.04$ वर्ग मीटर

अत: **टंकी को बनाने में वास्तविक रूप से लगा इस्पात = 95.04 वर्ग मीटर।** उत्तर

प्रश्न 10. संलग्न आकृति में, आप एक लैम्प शेड का फ्रेम देख रहे हैं। इसे एक सजावटी कपड़े से ढका जाना है। इस फ्रेम के आधार का व्यास 20 सेमी है और ऊँचाई 30 सेमी है। फ्रेम के ऊपर और नीचे मोड़ने के लिए दोनों ओर 2.5 सेमी अतिरिक्त कपड़ा भी छोड़ा जाना है। ज्ञात कीजिए कि लैम्प

शेड को ढकने के लिए कुल कितने कपड़े की आवश्यकता होगी।



हल : लैम्प शेड वृत्ताकार है।
लैम्प शेड के आधार का व्यास = 20 सेमी
लैम्प शेड के आधार की त्रिज्या (r) = $\frac{20}{2}$= 10 सेमी
और लैम्प शेड की ऊँचाई (h) = 30 सेमी
लैम्प शेड को सजाने में दोनों ओर 2.5 सेमी कपड़ा अतिरिक्त छोड़ा जाता है।
कपड़े की लम्बाई (h1) = (30 + 2.5 + 2.5) सेमी = 35 सेमी।
कपड़े का क्षेत्रफल = $2\pi rh1$
= 2 x $\frac{22}{7}$x 10 x 35 वर्ग सेमी = 2200 वर्ग सेमी
अत: लैम्प शेड को ढकने के लिए आवश्यक कपड़े का क्षेत्रफल 2200 वर्ग सेमी होगा।

प्रश्न 11. किसी विद्यालय के विद्यार्थियों से एक आधार वाले बेलनाकार कलमदानों को गत्ते से बनाने और सजाने की प्रतियोगिता में भाग लेने के लिए कहा गया। प्रत्येक कलमदान को 3 सेमी त्रिज्या और 10.5 सेमी ऊँचाई का होना था। विद्यालय को इसके लिए प्रतिभागियों को गत्ता देना था। यदि इसमें 35 प्रतिभागी थे, तो विद्यालय को कितना गत्ता खरीदना पड़ा होगा?

हल :
कलमदान की त्रिज्या (r) = 3 सेमी
और कलमदान की ऊँचाई (h) = 10.5 सेमी।
बेलनाकार कलमदान का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 10.5 = 198 \text{ वर्ग सेमी}$$

कलमदान के आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 = \frac{198}{7} \text{ वर्ग सेमी}$$

∴ कलमदान का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \left(198 + \frac{198}{7}\right)$ वर्ग सेमी $= \frac{1584}{7}$ वर्ग सेमी

∴ 1 कलमदान के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= \frac{1584}{7}$ वर्ग सेमी।

∴ 35 कलमदानों के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= 35 \times \frac{1584}{7}$ वर्ग सेमी

$$= 7920 \text{ वर्ग सेमी}$$

अत: **विद्यालय को 7920 वर्ग सेमी गत्ता खरीदना होगा।**

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 10.5 = 198 \text{ वर्ग सेमी}$$

कलमदान के आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 = \frac{198}{7} \text{ वर्ग सेमी}$$

$\therefore$ कलमदान का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \left(198 + \frac{198}{7}\right)$ वर्ग सेमी $= \frac{1584}{7}$ वर्ग सेमी

$\therefore$ 1 कलमदान के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= \frac{1584}{7}$ वर्ग सेमी।

$\therefore$ 35 कलमदानों के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= 35 \times \frac{1584}{7}$ वर्ग सेमी

$$= 7920 \text{ वर्ग सेमी}$$

अत: **विद्यालय को 7920 वर्ग सेमी गत्ता खरीदना होगा।**

प्रश्नावली 13.3

जब तक अन्यथा न कहा जाए π = लीजिए।

प्रश्न 1. एक शंकु के आधार का व्यास 10.5 सेमी है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 10 सेमी है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : शंकु के आधार का व्यास = 10.5 सेमी

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{10.5}{2}$ सेमी $= \frac{105}{20}$ सेमी $= \frac{21}{4}$ सेमी

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 10$ सेमी

$\therefore$ शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 10 \text{ वर्ग सेमी} = 165 \text{ वर्ग सेमी}$$

अत: **शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 165 वर्ग सेमी।**

हल : शंकु के आधार का व्यास = 10.5 सेमी

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{10.5}{2}$ सेमी $= \frac{105}{20}$ सेमी $= \frac{21}{4}$ सेमी

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 10$ सेमी

$\therefore$ शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 10 \text{ वर्ग सेमी} = 165 \text{ वर्ग सेमी}$$

अत: **शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 165 वर्ग सेमी।**

प्रश्न 2. एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी तिर्यक ऊँचाई 21 मीटर है और आधार का व्यास 24 मीटर है।

हल :

शंकु के आधार का व्यास = 24 मीटर

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{24}{2} = 12$ मीटर

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 21$ मीटर

$\therefore$ शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ + आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi r l + \pi r^2 = \pi r (l + r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times (21 + 12) = \frac{22}{7} \times 12 \times 33 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= \frac{8712}{7} \text{ वर्ग मीटर} = 1244.57 \text{ वर्ग मीटर}$$

अत: **शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 1244.57 वर्ग मीटर।**

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{24}{2} = 12$ मीटर

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 21$ मीटर

$\therefore$ शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ + आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l+r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times (21+12) = \frac{22}{7} \times 12 \times 33 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= \frac{8712}{7} \text{ वर्ग मीटर} = 1244.57 \text{ वर्ग मीटर}$$

अत: **शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 1244.57 वर्ग मीटर।**

प्रश्न 3. एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 सेमी है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 14 सेमी है। ज्ञात कीजिए :
(i) आधार की त्रिज्या,
(ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल।

हल :
(i) माना शंकु के आधार की त्रिज्या सेमी है।
शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 14 सेमी
शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl

$$= \frac{22}{7} \times r \times 14 \text{ वर्ग सेमी} = 44r \text{ वर्ग सेमी}$$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 वर्ग सेमी है।

$\therefore$ $44r = 308 \Rightarrow r = \frac{308}{44} = 7$ सेमी

अत: **शंकु के आधार की त्रिज्या = 7 सेमी।**

- **(ii)** शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ + आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l+r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (14+7)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 21 \text{ वर्ग मीटर} = 462 \text{ वर्ग सेमी}$$

अत: **शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 462 वर्ग सेमी।**

$$= \frac{22}{7} \times r \times 14 \text{ वर्ग सेमी} = 44r \text{ वर्ग सेमी}$$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 वर्ग सेमी है।

$\therefore$ $44r = 308 \Rightarrow r = \frac{308}{44} = 7$ सेमी

अत: **शंकु के आधार की त्रिज्या = 7 सेमी।**

- **(ii)** शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ + आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l+r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (14+7)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 21 \text{ वर्ग मीटर} = 462 \text{ वर्ग सेमी}$$

अत: **शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 462 वर्ग सेमी।**

प्रश्न 4. शंकु के आकार का एक तम्बू 10 मीटर ऊँचा है और उसके आधार की त्रिज्या 24 मीटर है। ज्ञात कीजिए:
(i) तम्बू की तिर्यक ऊँचाई।

(ii) तम्बू में लगे कैनवास (canvas) की लागत, यदि 1 मीटर कैनवास की लागत 70 है।

हल : (i) तम्बू के आधार की त्रिज्या $(r) = 24$ मीटर

तथा ऊँचाई $(h) = 10$ मीटर

$\therefore$ शंक्वाकार तम्बू की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + r^2}$

$$= \sqrt{(10)^2 + (24)^2} = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676}$$

अत: **तम्बू की तिर्यक ऊँचाई = 26 मीटर।**

● **(ii)** शंकु के आकार वाले तम्बू का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 24 \times 26 \text{ वर्ग मीटर} = \frac{13,728}{7} \text{ वर्ग मीटर}$$

$\therefore$ तम्बू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास का क्षेत्रफल $= \frac{13,728}{7}$ वर्ग मीटर

हल : (i) तम्बू के आधार की त्रिज्या $(r) = 24$ मीटर

तथा ऊँचाई $(h) = 10$ मीटर

$\therefore$ शंक्वाकार तम्बू की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + r^2}$

$$= \sqrt{(10)^2 + (24)^2} = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676}$$

अत: **तम्बू की तिर्यक ऊँचाई = 26 मीटर।**

● **(ii)** शंकु के आकार वाले तम्बू का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 24 \times 26 \text{ वर्ग मीटर} = \frac{13,728}{7} \text{ वर्ग मीटर}$$

$\therefore$ तम्बू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास का क्षेत्रफल $= \frac{13,728}{7}$ वर्ग मीटर

$\because$ 1 वर्ग मीटर कैनवास की लागत = ₹ 70

$\therefore$ $\frac{13,728}{7}$ वर्ग मीटर कैनवास की लागत = ₹ $\left(\frac{13,728}{7} \times 70\right)$ = ₹ 1,37,280

अत: **तम्बू में लगे कैनवास की लागत = ₹ 1,37,280**

$\because$ 1 वर्ग मीटर कैनवास की लागत = ₹ 70

$\therefore$ $\frac{13,728}{7}$ वर्ग मीटर कैनवास की लागत = ₹ $\left(\frac{13,728}{7} \times 70\right)$ = ₹ 1,37,280

अत: **तम्बू में लगे कैनवास की लागत = ₹ 1,37,280**

प्रश्न 5. 8 मीटर ऊँचाई और आधार की त्रिज्या 6 मीटर वाले एक शंकु के आकार का तम्बू बनाने में 3 मीटर चौड़े तिरपाल की कितनी लम्बाई लगेगी? यह मान कर चलिए कि इसकी सिलाई और कटाई में 20 सेमी तिरपाल अतिरिक्त लगेगा। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

हल : शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = 6$ मीटर

तथा शंकु की ऊँचाई $(h) = 8$ मीटर

$\therefore$ शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ मीटर

$\therefore$ तम्बू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi\ r\ l = 3.14 \times 6 \times 10$

$= 188.40$ वर्ग मीटर

$\therefore$ तिरपाल का क्षेत्रफल 188.40 वर्ग मीटर

$\because$ तिरपाल की चौड़ाई = 3 मीटर

$\therefore$ तिरपाल की लम्बाई $= \dfrac{\text{तिरपाल का क्षेत्रफल}}{\text{तिरपाल की चौड़ाई}} = \dfrac{188.40}{3} = 62.80$ मीटर

परन्तु दिया है सिलाई इत्यादि में प्रयुक्त तिरपाल = 20 सेमी = 0.20 मीटर $\left[\because 1 \text{ सेमी} = \dfrac{1}{100} \text{ मीटर}\right]$

अत: तिरपाल की कुल लम्बाई $= (62.80 + 0.20)$ मीटर

= 63 मीटर। **उत्तर**

हल : शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = 6$ मीटर

तथा शंकु की ऊँचाई $(h) = 8$ मीटर

$\therefore$ शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ मीटर

$\therefore$ तम्बू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi\ r\ l = 3.14 \times 6 \times 10$

$= 188.40$ वर्ग मीटर

$\therefore$ तिरपाल का क्षेत्रफल 188.40 वर्ग मीटर

$\because$ तिरपाल की चौड़ाई = 3 मीटर

$\therefore$ तिरपाल की लम्बाई $= \dfrac{\text{तिरपाल का क्षेत्रफल}}{\text{तिरपाल की चौड़ाई}} = \dfrac{188.40}{3} = 62.80$ मीटर

परन्तु दिया है सिलाई इत्यादि में प्रयुक्त तिरपाल = 20 सेमी = 0.20 मीटर $\left[\because 1 \text{ सेमी} = \dfrac{1}{100} \text{ मीटर}\right]$

अत: तिरपाल की कुल लम्बाई $= (62.80 + 0.20)$ मीटर

= 63 मीटर। **उत्तर**

प्रश्न 6. शंकु के आधार की एक गुम्बज की तिर्यक ऊँचाई और आधार का व्यास क्रमशः 25 मीटर और 14 मीटर हैं। इसकी वक्र पृष्ठ पर 210 प्रति 100 मीटर की दर से सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल : शंक्वाकार गुम्बज के आधार का व्यास = 14 मीटर

$\therefore$ शंक्वाकार गुम्बज के आधार की त्रिज्या $(r) = \dfrac{14}{2} = 7$ मीटर

तथा गुम्बज की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 25$ मीटर

$\therefore$ गुम्बज का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi\ r\ l$

$= \dfrac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ वर्ग मीटर

$\because$ 100 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 210

$\therefore$ 1 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ $\dfrac{210}{100}$

$\therefore$ 550 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ $\dfrac{210}{100} \times 550$ = ₹ 1155

अत: **गुम्बज के वक्र पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 1155**

हल : शंक्वाकार गुम्बज के आधार का व्यास = 14 मीटर

∴ शंक्वाकार गुम्बज के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{14}{2} = 7$ मीटर

तथा गुम्बज की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 25$ मीटर

∴ गुम्बज का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ वर्ग मीटर

∵ 100 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 210

∴ 1 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ $\frac{210}{100}$

∴ 550 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ $\frac{210}{100} \times 550$ = ₹ 1155

अत: **गुम्बज के वक्र पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 1155**

प्रश्न 7. एक जोकर की टोपी एक शंकु के आकार की है, जिसके आधार की त्रिज्या 7 सेमी और ऊँचाई 24 सेमी है। इसी प्रकार की 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : ∵ जोकर की टोपी शंक्वाकार है।

∴ टोपी के आधार की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी

तथा टोपी की ऊँचाई $(h) = 24$ सेमी

∴ टोपी की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(24)^2 + (7)^2}$

$= \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$ सेमी

हल : ∵ जोकर की टोपी शंक्वाकार है।

∴ टोपी के आधार की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी

तथा टोपी की ऊँचाई $(h) = 24$ सेमी

∴ टोपी की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(24)^2 + (7)^2}$

$= \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$ सेमी

∴ टोपी का वक्र पृष्ठ $= \pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ वर्ग सेमी

∵ 1 टोपी बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल = 550 वर्ग सेमी

∴ 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= 10 \times 550 = 5500$ वर्ग सेमी

अत: **आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल = 5500 वर्ग सेमी।**

∴ टोपी का वक्र पृष्ठ $= \pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ वर्ग सेमी

∵ 1 टोपी बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल = 550 वर्ग सेमी

∴ 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= 10 \times 550 = 5500$ वर्ग सेमी

अत: **आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल = 5500 वर्ग सेमी।**

प्रश्न 8. किसी बस स्टॉप को पुराने गत्ते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40 सेमी है और ऊँचाई 1 मीटर है। यदि इन शंकुओं की बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर 12 प्रति मीटर है, तो इनको पेंट कराने में कितनी लांगत

आएगी? ($\pi = 3.14$ और $\sqrt{1.04} = 1.02$ को प्रयोग कीजिए।)

हल : शंकु के आधार का व्यास = 40 सेमी

∴ शंकु के आधार की त्रिज्या $= \frac{40}{2} = (r) = 20$ सेमी

$= 0.20$ मीटर $\left[\because 1 \text{ सेमी} = \frac{1}{100} \text{ मीटर}\right]$

और शंकु की ऊँचाई $(h) = 1$ मीटर

∴ शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (0.2)^2}$

$= \sqrt{1.04} = 1.02$ मीटर $[\because \sqrt{1.04} = 1.02]$

अब, शंकु का तिर्यक पृष्ठ $= \pi r l$

$= 3.14 \times 0.2 \times 1.02$ वर्ग मीटर

$= 0.64056$ वर्ग मीटर

∴ 50 शंकुओं का तिर्यक पृष्ठ $= 50 \times 0.64056$ वर्ग मीटर

$= 32.028$ वर्ग मीटर

∵ 1 वर्ग मीटर पेंट कराने में आयी लागत = ₹ 12

∴ 32.028 वर्ग मीटर पेंट कराने में आयी लागत = ₹ (12×32.028) = ₹ 384.34 लगभग

अतः **शंकुओं पर पेंट कराने में लगभग ₹ 384. 34 व्यय होंगे।** उत्तर

हल : शंकु के आधार का व्यास = 40 सेमी

∴ शंकु के आधार की त्रिज्या $= \frac{40}{2} = (r) = 20$ सेमी

$= 0.20$ मीटर $\left[\because 1 \text{ सेमी} = \frac{1}{100} \text{ मीटर}\right]$

और शंकु की ऊँचाई $(h) = 1$ मीटर

∴ शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (0.2)^2}$

$= \sqrt{1.04} = 1.02$ मीटर $[\because \sqrt{1.04} = 1.02]$

अब, शंकु का तिर्यक पृष्ठ $= \pi r l$

$= 3.14 \times 0.2 \times 1.02$ वर्ग मीटर

$= 0.64056$ वर्ग मीटर

∴ 50 शंकुओं का तिर्यक पृष्ठ $= 50 \times 0.64056$ वर्ग मीटर

$= 32.028$ वर्ग मीटर

∵ 1 वर्ग मीटर पेंट कराने में आयी लागत = ₹ 12

∴ 32.028 वर्ग मीटर पेंट कराने में आयी लागत = ₹ (12×32.028) = ₹ 384.34 लगभग

अतः **शंकुओं पर पेंट कराने में लगभग ₹ 384. 34 व्यय होंगे।** उत्तर

प्रश्नावली 13.4

जब तक अन्यथा न कहा जाए, π = लीजिए।

प्रश्न 1. निम्नलिखित त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

(i) 10.5 सेमी

(ii) 5.6 सेमी

(iii) 14 सेमी।

हल : (i) गोले की त्रिज्या $(r) = 10.5$ सेमी $= \frac{105}{10}$ सेमी $= \frac{21}{2}$ सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ वर्ग सेमी

= 1386 वर्ग सेमी।

- **(ii)** गोले की त्रिज्या $(r) = 5.6$ सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6$ वर्ग सेमी

= 394.24 वर्ग सेमी।

हल : (i) गोले की त्रिज्या $(r) = 10.5$ सेमी $= \frac{105}{10}$ सेमी $= \frac{21}{2}$ सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ वर्ग सेमी

= 1386 वर्ग सेमी।

- **(ii)** गोले की त्रिज्या $(r) = 5.6$ सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6$ वर्ग सेमी

= 394.24 वर्ग सेमी।

- **(iii)** गोले की त्रिज्या $(r) = 14$ सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$ वर्ग सेमी

= 2464 वर्ग सेमी।

- **(iii)** गोले की त्रिज्या $(r) = 14$ सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$ वर्ग सेमी

= 2464 वर्ग सेमी।

प्रश्न 2. निम्नलिखित व्यास वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

(i) 14 सेमी,

(ii) 21 सेमी,

(iii) 3.5 मीटर।

हल : (i) गोले का व्यास = 14 सेमी

$\therefore$ गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{14}{2}$ सेमी = 7 सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ वर्ग सेमी

= 616 वर्ग सेमी।

- **(ii)** गोले का व्यास = 21 सेमी

$\therefore$ गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{21}{2}$ सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$

= 1386 वर्ग सेमी।

- **(iii)** गोले का व्यास = 3.5 मीटर

$\therefore$ गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{3.5}{2}$ मीटर $= \frac{35}{20}$ मीटर $= \frac{7}{4}$ मीटर

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$ वर्ग मीटर $= \frac{77}{2}$ वर्ग मीटर।

= 38.5 वर्ग मीटर।

हल : (i) गोले का व्यास = 14 सेमी

$\therefore$ गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{14}{2}$ सेमी = 7 सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ वर्ग सेमी

= 616 वर्ग सेमी।

- **(ii)** गोले का व्यास = 21 सेमी

$\therefore$ गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{21}{2}$ सेमी

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$

= 1386 वर्ग सेमी।

- **(iii)** गोले का व्यास = 3.5 मीटर

$\therefore$ गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{3.5}{2}$ मीटर $= \frac{35}{20}$ मीटर $= \frac{7}{4}$ मीटर

अत: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

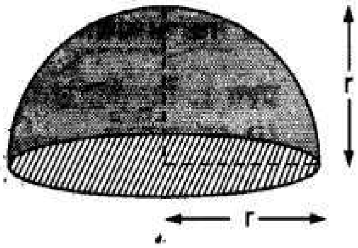
$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$ वर्ग मीटर $= \frac{77}{2}$ वर्ग मीटर।

= 38.5 वर्ग मीटर।

प्रश्न 3. 10 सेमी त्रिज्या वाले एक अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए।)

हल : गोले की त्रिज्या $(r) = 10$ सेमी

ध्यान दीजिए कि **अर्धगोले का पृष्ठ गोले के पृष्ठ का आधा नहीं होता।** इसमें अर्ध भाग के साथ एक समान त्रिज्या का वृत्तीय आधार बढ़ जाता है।



अत: अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = गोले के पृष्ठ का आधा + आधार का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + \pi r^2$

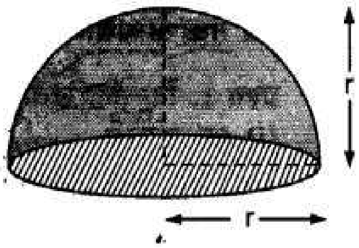
$= 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$

$= 3 \times 3.14 \times 10 \times 10$ वर्ग सेमी

$=$ **942 वर्ग सेमी।** उत्तर

हल : गोले की त्रिज्या $(r) = 10$ सेमी

ध्यान दीजिए कि **अर्धगोले का पृष्ठ गोले के पृष्ठ का आधा नहीं होता।** इसमें अर्ध भाग के साथ एक समान त्रिज्या का वृत्तीय आधार बढ़ जाता है।



अत: अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = गोले के पृष्ठ का आधा + आधार का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + \pi r^2$

$= 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$

$= 3 \times 3.14 \times 10 \times 10$ वर्ग सेमी

$=$ **942 वर्ग सेमी।** उत्तर

प्रश्न 4. एक गोलाकार गुब्बारे में हवा भरने पर, उसकी त्रिज्या 7 सेमी से 14 सेमी हो जाती है। इन दोनों अस्थितियों में, गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल :

पहले गुब्बारे की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी

गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2 = 4\pi \times 7 \times 7$ वर्ग सेमी $= 196$ वर्ग सेमी।

हवा भरने के बाद गुब्बारे की त्रिज्या $(R) = 14$ सेमी

हवा भरने के बाद गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi R^2 = 4\pi \times 14 \times 14$ वर्ग सेमी $= 784\pi$ वर्ग सेमी।

अतः गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात $= 196\pi : 784\pi = 1 : 4$

प्रश्न 5. पीतल से बने एक अर्द्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक व्यास 10.5 सेमी है। 16 प्रति 100 सेमी की दर से इसके आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल : अर्द्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक व्यास $= 10.5$ सेमी

$= \frac{105}{10}$ सेमी $= \frac{21}{2}$ सेमी

$\therefore$ अर्द्धगोलाकार कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या $(r) = \frac{1}{2} \times \frac{21}{2} = \frac{21}{4}$ सेमी।

$\therefore$ कटोरे का आन्तरिक पृष्ठ $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4}$ वर्ग सेमी

$= \frac{693}{4}$ वर्ग सेमी।

$\because$ 100 वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = ₹ 16

$\therefore$ 1 वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = ₹ $\frac{16}{100}$

$\therefore$ $\frac{693}{4}$ वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = ₹ $\frac{693}{4} \times \frac{16}{100}$ = ₹ 27.72

अत: **कटोरे के आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = ₹ 27.72**

हल : अर्द्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक व्यास = 10.5 सेमी

$$= \frac{105}{10} \text{ सेमी} = \frac{21}{2} \text{ सेमी}$$

$\therefore$ अर्द्धगोलाकार कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या $(r) = \frac{1}{2} \times \frac{21}{2} = \frac{21}{4}$ सेमी।

$\therefore$ कटोरे का आन्तरिक पृष्ठ $= 2\pi r^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= \frac{693}{4} \text{ वर्ग सेमी।}$$

$\because$ 100 वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = ₹ 16

$\therefore$ 1 वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = ₹ $\frac{16}{100}$

$\therefore$ $\frac{693}{4}$ वर्ग सेमी आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = ₹ $\frac{693}{4} \times \frac{16}{100}$ = ₹ 27.72

अत: **कटोरे के आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = ₹ 27.72**

प्रश्न 6. उस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है।

हल : माना गोले की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ गोले का पृष्ठ $= 4\pi r^2$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि गोले का पृष्ठ 154 वर्ग सेमी है।

$\therefore$ $4\pi r^2 = 154 \Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} = \frac{49}{4}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow r = 3.5 \text{ सेमी}$$

अत: **गोले की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी।**

हल : माना गोले की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ गोले का पृष्ठ $= 4\pi r^2$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि गोले का पृष्ठ 154 वर्ग सेमी है।

$\therefore$ $4\pi r^2 = 154 \Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} = \frac{49}{4}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow r = 3.5 \text{ सेमी}$$

अत: **गोले की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी।**

प्रश्न 7. चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। इन दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल :

चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है।

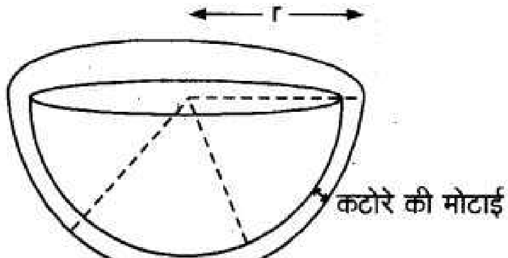
चन्द्रमा की त्रिज्या भी पृथ्वी की त्रिज्या की लगभग एक-चौथाई होगी।

माना चन्द्रमा की त्रिज्या। है तब पृथ्वी की त्रिज्या 4r होगी।

तब चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$ वर्ग सेमी।

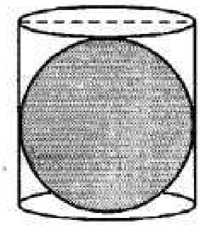
और पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi (4r)^2 = 64\pi r^2$ वर्ग सेमी।
अत: चन्द्रमा और पृथ्वी के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात = $4\pi r^2 : 64\pi r^2 = 1 : 16$

प्रश्न 8. एक अर्द्धगोलाकार कटोरा 0. 25 सेमी मोटी स्टील से बना है। इस कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या 5 सेमी है। कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल : कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या (r) = 5 सेमी
कटोरे की चादर की मोटाई (d) = 0.25 सेमी|
कटोरे की बाहरी त्रिज्या (R) = आन्तरिक त्रिज्या + मोटाई = 5 + 0.25 = 5.25 सेमी।
अर्द्धगोलाकार कटोरे का बाहरी पृष्ठ = $2\pi R^2$
= $2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25$ वर्ग सेमी। = 173.
अतः कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल= 173. 25 वर्ग सेमी।

प्रश्न 9. एक लम्बवृत्तीय बेलन त्रिज्या वाले एक गोले को पूर्णतया घेरे हुए है ज्ञात कीजिए:
(i) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ।
(ii) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
(iii) ऊपर (i) और (ii) में प्राप्त क्षेत्रफलों का अनुपात



हल :
चित्र में लम्ब वृत्तीय बेलन गोले को पूर्णतया घेरे हुए है।
बेलन की त्रिज्या (R) = गोले की त्रिज्या (r)
(i) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$
(ii) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi RH$
चित्र से स्पष्ट है कि बेलन की ऊँचाई H = गोले का व्यास = 2r
बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi R (2r) = 2\pi r (2r) (R = r) = 4\pi r^2$
अतः बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$
(iii) उक्त दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात = $4\pi r^2 : 4\pi r^2 = 1 : 1$

प्रश्नावली 13.5

प्रश्न 1. माचिस की डिब्बी के माप 4 सेमी x 2.5 सेमी x 1.5 सेमी हैं। ऐसी 12 डिब्बियों के एक पैकेट का आयतन क्या होगा?
हल :
माचिस की डिब्बी की माप 4 सेमी x 2.5 सेमी x 1.5 सेमी है।
माना l = 4 सेमी, b = 2.5 सेमी तथा h = 1.5 सेमी
माचिस की डिब्बी (घनाभ) का आयतन = lbh = 4 x 2.5 x 1.5 घन सेमी = 15 घन सेमी
1 माचिस की डिब्बी का आयतन = 15 घन सेमी
12 माचिस की डिब्बियों का आयतन = 12 x 15 = 180 घन सेमी
अतः 12 माचिसों के पैकेट का आयतन = 180 घन सेमी।

प्रश्न 2. एक घनाभाकार पानी की टंकी 6 मीटर लम्बी, 5 मीटर चौड़ी और 4.5 मीटर गहरी है। इसमें कितने लीटर पानी आ सकता है?(1 घन मीटर = 1000 लीटर)

हल :

घनाभाकार टंकी की लम्बाई (l) = 6 मीटर, चौड़ाई (b) = 5 मीटर
और गहराई (h) = 4.5 मीटर।
टंकी का आयतन = lbh = 6 x 5 x 4.5 घन मीटर = 135 घन मीटर
टंकी में समाहित हो सकने वाले पानी का आयतन = 135 घन मीटर
= 135 x 1000 लीटर [1 घन मीटर = 1000 लीटर)
= 1,35,000 लीटर
अतः टंकी में 1,35,000 लीटर पानी आ सकता है।

प्रश्न 3. एक घनाभाकार बर्तन 10 मीटर लम्बा और 8 मीटर चौड़ा है। इसको कितना ऊँचा बनाया जाए कि इसमें 380 घन मीटर द्रव आ सके?

हल :

माना h मीटर ऊँचा बर्तन होना चाहिए।
घनाभाकार बर्तन की लम्बाई (l) = 10 मीटर और
चौड़ाई (b) = 8 मीटर
घनाभाकार बर्तन का आयतन = lbh = 10 x 8 x h = 80h घन मीटर
बर्तन में समा सकने वाले द्रव का आयतन 380 घन मीटर है।
80 h = 380 ⇒ h = 4.75 मीटर
अतः बर्तन की ऊँचाई = 4.75 मीटर।

प्रश्न 4. 8 मीटर लम्बा, 6 मीटर चौड़ा और 3 मीटर गहरा एक घनाभाकार गड्ढा खुदवाने में 80 प्रति घन मीटर की दर से होने वाला व्यय ज्ञात कीजिए।

हल :

घनाभाकार गड्ढे की लम्बाई (l) = 8 मीटर,
चौड़ाई. (b) = 6 मीटर
तथा गहराई (h) = 3 मीटर
गड्ढे का ओयतन = lbh = (8 x 6 x 3) घन मीटर = 144 घन मीटर
1 घन मीटर गड्ढा खुदवाने का व्यय = 30
144 घन मीटर गड्ढा खुदवाने का व्यय = 30 x 144 = 4320
अतः गड्ढा खुदवाने में होने वाला व्यय = 4320

प्रश्न 5. एक घनाभाकार टंकी की धारिता 50,000 लीटर पानी की है। यदि इस टंकी की लम्बाई और गहराई क्रमशः 2.5 मीटर और 10 मीटर है, तो इसकी चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल :

माना टंकी की चौड़ाई b मीटर है।
टंकी की लम्बाई (l) = 2.5 मीटर
और टंकी की गहराई (h) = 10 मीटर।
घनाभाकार टंकी का आयतन = lbh = 2.5 x b x 10 घन मीटर = 25b घन मीटर
टंकी की धारिता = 25b घन मीटर = 25b x 1000 लीटर (1 घन मीटर = 1000 लीटर) = 25,000 लीटर
परन्तु प्रश्न में दिया है कि टंकी की धारिता 50,000 लीटर है।
25000 b = 50,000 ⇒ b = 25,000
अतः टंकी की चौड़ाई = 2 मीटर।

प्रश्न 6. एक गाँव जिसकी जनसंख्या 4000 है, को प्रतिदिन प्रति व्यक्ति 150 लीटर पानी की आवश्यकता है। इस गाँव में 20 मीटर x 15 मीटर x 6 मीटर मापों वाली एक टंकी बनी हुई है। इस टंकी का पानी वहाँ कितने दिन के लिए पर्याप्त होगा?

हल : गाँव की जनसंख्या = 4000
प्रति व्यक्ति प्रतिदिन पानी की आवश्यकता = 150 लीटर
प्रतिदिन गाँव के लिए आवश्यक पानी की मात्रा = 4000 x 150 लीटर = 6,00,000 लीटर
= 600 घन मीटर (1000 लीटर = 1 घन मीटर)
टंकी की लम्बाई (l) = 20 मीटर,
टंकी की चौड़ाई (b) = 15 मीटर
तथा टंकी की ऊँचाई (h) = 6 मीटर
टंकी का आयतन = lbh = 20 x 15 x 6 घन मीटर = 1800 घन मीटर।

$$\therefore \quad \text{पानी के पर्याप्त दिनों की संख्या} = \frac{\text{टंकी का आयतन}}{\text{प्रतिदिन पानी की मात्रा}} = \frac{1800}{600} = 3$$

अतः पानी से भरी टंकी गाँव के लिए 3 दिन के लिए पर्याप्त होगी।

प्रश्न 7. किसी गोदाम की मापें 40 मीटर x 25 मीटर x 15 मीटर हैं। इस गोदाम में 1.5 मीटर x 1.25 मीटर x 0.5 मीटर की माप वाले लकड़ी के कितने अधिकतम क्रेट (crate) रखे जा सकते हैं?

हल :

माना लकड़ी के n क्रेट रखे जा सकते हैं।

प्रत्येक क्रेट की माप 1.5 मीटर x 1.25 मीटर x 0.5 मीटर है।

अर्थात क्रेट की लम्बाई (l) = 1.5 मीटर,

क्रेट की चौड़ाई (b) = 1.25 मीटर

क्रेट की ऊँचाई (h) = 0.5 मीटर

प्रत्येक क्रेट का आयतन = lbh = 1.5 x 1.25 x 0.5 घन मीटर = 0.9375 घन मीटर

सभी n क्रेट्स का आयतन = 0.9375n घन मीटर

गोदाम की माप 40 मीटर x 25 मीटर x 15 मीटर है।

'अर्थात गोदाम की लम्बाई (l1) = 40 मीटर,

गोदाम की चौड़ाई (b1) = 25 मीटर

तथा गोदाम की ऊँचाई (h1) = 15 मीटर

गोदाम का आयतन = l1b1h1 = 40 x 25 x 15 घन मीटर = 15,000 घन मीटर

गोदाम का आयतन लकड़ी के n क्रेट्स के आयतन के बराबर होना चाहिए।

0.9375 n = 15,000 ⇒ n = 16,000

अतः गोदाम में 16,000 क्रेट्स रखे जा सकते हैं।

प्रश्न 8. 12 सेमी भुजा वाले एक ठोस घन को बराबर आयतन वाले 8 घनों में काटा जाता है। नए घन की भुजा क्या होगी? साथ ही, इन दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।

हल : 12 सेमी भुजा वाले ठोस घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3 = (12)^3$ घन सेमी

$= 12 \times 12 \times 12$ घन सेमी

$= 1728$ घन सेमी

∵ इस घन को 8 समान आयतन वाले घनों में काटा जा सकता है।

∴ प्रत्येक घन का आयतन $= \frac{1728}{8} = 216$ घन सेमी

∵ नए घन का आयतन = 216 घन सेमी

∴ (नए घन की भुजा)^3 = 216 घन सेमी

⇒ नए घन की भुजा $= \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times3\times3\times3} = \sqrt[3]{(2)^3\times(3)^3}$

$= 2\times3 = $ **6 सेमी**

हल : 12 सेमी भुजा वाले ठोस घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3 = (12)^3$ घन सेमी

$= 12 \times 12 \times 12$ घन सेमी

$= 1728$ घन सेमी

∵ इस घन को 8 समान आयतन वाले घनों में काटा जा सकता है।

∴ प्रत्येक घन का आयतन $= \frac{1728}{8} = 216$ घन सेमी

∵ नए घन का आयतन = 216 घन सेमी

∴ (नए घन की भुजा)^3 = 216 घन सेमी

⇒ नए घन की भुजा $= \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times3\times3\times3} = \sqrt[3]{(2)^3\times(3)^3}$

$= 2\times3 = $ **6 सेमी**

पहले वाले घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 \times (\text{भुजा})^2$
$= 6 \times (12)^2$ वर्ग सेमी = 864 वर्ग सेमी
तथा नए घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 \times (\text{भुजा})^2$
$= 6 \times (6)^2$ वर्ग सेमी
$= 6 \times 6 \times 6$ वर्ग सेमी = 216 वर्ग सेमी
∴ दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात = 864 : 216 = 4 : 1
अतः **नए घन की भुजा = 6 सेमी और दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात = 4 : 1**

पहले वाले घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 \times (\text{भुजा})^2$
$= 6 \times (12)^2$ वर्ग सेमी = 864 वर्ग सेमी
तथा नए घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 \times (\text{भुजा})^2$
$= 6 \times (6)^2$ वर्ग सेमी
$= 6 \times 6 \times 6$ वर्ग सेमी = 216 वर्ग सेमी
∴ दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात = 864 : 216 = 4 : 1
अतः **नए घन की भुजा = 6 सेमी और दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात = 4 : 1**

प्रश्न 9. 3 मीटर गहरी और 40 मीटर चौड़ी एक नदी 2 किमी प्रति घण्टा की चाल से बहकर समुद्र में गिरती है। एक मिनट में समुद्र में कितना पानी गिरेगा?

हल :
नदी की गहराई (h) = 3 मीटर
और चौड़ाई (b) = 40 मीटर
नदी का परिच्छेद क्षेत्रफल (Sectional Area) = h x b = 3 x 40 = 120 वर्ग मीटर
नदी के पानी की चाल 2 किमी प्रति घण्टा है।
1 मिनट में नदी के विस्थापित पानी की लम्बाई = $\frac{2x1000}{60}$

$= \frac{100}{3}$
1 मिनट में बहने वाले पानी का आयतन = $\frac{100}{3}$ x 120 घन मीटर = 4000 घन मीटर
अतः 1 मिनट में समुद्र में 4000 घन मीटर पानी गिरेगा।

प्रश्नावली 13.6

जब तक अन्यथा न कहा जाए, 1 = लीजिए।
प्रश्न 1. एक बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि 132 सेमी और उसकी ऊँचाई 25 सेमी है। इस बर्तन में कितने लीटर पानी आ सकता है? (1000

सेमी3 = 1 लीटर)

हल : माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times r = \frac{44}{7} r \text{ सेमी}$$

परन्तु प्रश्न के अनुसार बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि 132 सेमी है।

$$\therefore \quad \frac{44}{7} r = 132 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{132 \times 7}{44} = 21 \text{ सेमी}$$

बर्तन की ऊँचाई $(h) = 25$ सेमी

तब, बेलनाकार बर्तन का आयतन $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times (21)^2 \times 25 \text{ घन सेमी}$$

$$= 34{,}650 \text{ घन सेमी}$$

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन की धारिता $= 34{,}650$ घन सेमी

$$= \frac{34{,}650}{1000} \text{ लीटर} \qquad (\because 1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ घन सेमी})$$

$$= 34.65 \text{ लीटर}$$

अतः **बर्तन में 34.65 लीटर पानी आ सकता है।** **उत्तर**

हल : माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times r = \frac{44}{7} r \text{ सेमी}$$

परन्तु प्रश्न के अनुसार बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि 132 सेमी है।

$$\therefore \quad \frac{44}{7} r = 132 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{132 \times 7}{44} = 21 \text{ सेमी}$$

बर्तन की ऊँचाई $(h) = 25$ सेमी

तब, बेलनाकार बर्तन का आयतन $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times (21)^2 \times 25 \text{ घन सेमी}$$

$$= 34{,}650 \text{ घन सेमी}$$

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन की धारिता $= 34{,}650$ घन सेमी

$$= \frac{34{,}650}{1000} \text{ लीटर} \qquad (\because 1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ घन सेमी})$$

$$= 34.65 \text{ लीटर}$$

अतः **बर्तन में 34.65 लीटर पानी आ सकता है।** **उत्तर**

प्रश्न 2. लकड़ी के एक बेलनाकार पाइप को आन्तरिक व्यास 24 सेमी है और बाहरी व्यास 28 सेमी है। इस पाइप की लम्बाई 35 सेमी है। इस पाइप का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, यदि 1 सेमी लकड़ी का द्रव्यमान 0.6 ग्राम है।

हल : लकड़ी के बेलनाकार पाइप का आन्तरिक व्यास = 24 सेमी।

आन्तरिक त्रिज्या (r) = $\frac{24}{2}$

= 12 सेमी

और लकड़ी के बेलनाकार पाइप का बाह्य व्यास = 28 सेमी

∴ बाह्य त्रिज्या $(R) = \frac{28}{2} = 14$ सेमी

लकड़ी के बेलनाकार पाइप की लम्बाई $(h) = 35$ सेमी

∴ पाइप के खोखले भाग का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \pi \times (12)^2 \times 35$ घन सेमी

$= 5040\pi$ घन सेमी

और लकड़ी सहित पाइप के खोखले भाग का आयतन $= \pi R^2 h$

$= \pi \times (14)^2 \times 35$ घन सेमी

$= 6860\pi$ घन सेमी

∴ पाइप की लकड़ी का आयतन $= (6860\pi - 5040\pi)$ घन सेमी

$= 1820\pi$ घन सेमी

$= 1820 \times \frac{22}{7}$ घन सेमी = 5720 घन सेमी

∴ पाइप का द्रव्यमान = लकड़ी का द्रव्यमान

= लकड़ी का आयतन × 1 मात्रक लकड़ी का द्रव्यमान

$= 5720 \times 0.6$ ग्राम

$= 3432$ ग्राम $= \frac{3432}{1000}$ किग्रा $\left[\because 1 \text{ ग्राम} = \frac{1}{1000} \text{ किग्रा}\right]$

$= 3.432$ किग्रा

अतः **पाइप का द्रव्यमान = 3.432 किग्रा।** **उत्तर**

प्रश्न 3. एक सोफ्ट ड्रिंक (soft drink) दो प्रकार के पैकों में उपलब्ध है:
(i) लम्बाई 5 सेमी और चौड़ाई 4 सेमी वाले एक आयताकार आधार का टिन का डिब्बा जिसकी ऊँचाई 15 सेमी है और
(ii) व्यास 7 सेमी वाले वृत्तीय आधार और 10 सेमी ऊँचाई वाला एक प्लास्टिक का बेलनाकार डिब्बा। किस डिब्बे की धारिता अधिक है और कितनी अधिक है?

हल :
टिन (आयताकार आधार वाले) के डिब्बे की लम्बाई (l) = 5 सेमी,
चौड़ाई (b) = 4 सेमी और ऊँचाई (h) = 15 सेमी
टिन के डिब्बे का आयतन = lbh = 5 x 4 x 5 घन सेमी। = 300 घन सेमी
टिन के डिब्बे की धारिता = 300 घन सेमी
प्लास्टिक के (वृत्तीय आधार वाले) डिब्बे का व्यास = 7 सेमी
वृत्तीय आधार वाले डिब्बे की त्रिज्या (r’) = $\frac{7}{2}$

सेमी
डिब्बे की ऊँचाई (h’) = 10 सेमी
बेलनाकार डिब्बे का आयतन = $\pi (r')^2 h'$
= $\frac{22}{7}$x $\frac{7}{2}$x $\frac{7}{2}$x 10 घन सेमी
= 385 घन सेमी
बेलनाकार डिब्बे की धारिता = 385 घन सेमी|
अतः स्पष्ट है कि बेलनाकार डिब्बे की धारिता अधिक है तथा यह आयताकार आधार वाले डिब्बे की धारिता से (385 – 300) = 85 घन सेमी अधिक है।

प्रश्न 4. यदि एक बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 94.2 सेमी है और उसकी ऊँचाई 5 सेमी है, तो ज्ञात कीजिए :
(i) आधार की त्रिज्या,
(ii) बेलन का आयतन (π = 3.14 लीजिए)

हल :
(i) माना बेलन के आधार की त्रिज्या सेमी है।
दिया है, बेलन की ऊँचाई (h) = 5 सेमी
बेलन का पाश्र्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$ वर्ग सेमी = 2 x 3.14 x r x 5 वर्ग सेमी = 31.4r वर्ग सेमी
परन्तु प्रश्न में दिया है कि बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 94.2 सेमी है।

$31.4r = 94.2 \Rightarrow r = 3$
अतः बेलन के आधार की त्रिज्या = 3 सेमी।
(ii) बेलन की त्रिज्या (r) = 3 सेमी तथा
बेलन की ऊँचाई (h) = 5 सेमी बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$ = 3.14 x 3 x 3 x 5 घन सेमी = 3.14 x 45 घन सेमी = 141.3 घन सेमी।
अतः बेलन का आयतन = 141.3 घन सेमी।

प्रश्न 5. 10 मीटर गहरे एक बेलनाकार बर्तन की आन्तरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय 2200 है। यदि पेंट कराने की दर 20 प्रति मीटर है तो ज्ञात कीजिए :
(i) बर्तन का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
(ii) आधार की त्रिज्या
(iii) बर्तन की धारिता

हल : (i) बेलनाकार बर्तन की गहराई = 10 मीटर
बेलनाकार बर्तन की आन्तरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय = ₹ 2200
पेंट कराने की व्यय दर = ₹ 20 प्रति वर्ग मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन का आन्तरिक वक्र पृष्ठ = $\dfrac{\text{पेंट कराने का कुल व्यय}}{\text{पेंट कराने की व्यय दर}} = \dfrac{2200}{20} = 110$ वर्ग मीटर

अतः **बर्तन का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 110 वर्ग मीटर।**

- **(ii)** माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या (r) सेमी है।

बर्तन की गहराई (h) = 10 मीटर

तब, बर्तन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r h$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 10 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= \frac{440}{7} r \text{ अर्ग मीटर}$$

परन्तु बर्तन का आन्तरिक पृष्ठ = 110 वर्ग मीटर भी है।

$$\therefore \quad \frac{440}{7} r = 110 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{7 \times 110}{440} = \frac{7}{4} \text{ मीटर} = 1.75 \text{ मीटर}$$

अतः **बर्तन के आधार की त्रिज्या = 1.75 मीटर।**

- **(iii)** $\because$ बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या $(r) = \dfrac{7}{4}$ मीटर और गहराई $(h) = 10$ मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन का आयतन = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times 10 \text{ घन मीटर}$$

हल : **(i)** बेलनाकार बर्तन की गहराई = 10 मीटर
बेलनाकार बर्तन की आन्तरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय = ₹ 2200
पेंट कराने की व्यय दर = ₹ 20 प्रति वर्ग मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन का आन्तरिक वक्र पृष्ठ $= \dfrac{\text{पेंट कराने का कुल व्यय}}{\text{पेंट कराने की व्यय दर}} = \dfrac{2200}{20} = 110$ वर्ग मीटर

अत: **बर्तन का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 110 वर्ग मीटर।**

● **(ii)** माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या (r) सेमी है।
बर्तन की गहराई $(h) = 10$ मीटर

तब, बर्तन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r h$
$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times r \times 10$ वर्ग मीटर
$= \dfrac{440}{7} r$ वर्ग मीटर

परन्तु बर्तन का आन्तरिक पृष्ठ = 110 वर्ग मीटर भी है।

$\therefore \quad \dfrac{440}{7} r = 110 \quad \Rightarrow \quad r = \dfrac{7 \times 110}{440} = \dfrac{7}{4}$ मीटर = 1.75 मीटर

अत: **बर्तन के आधार की त्रिज्या = 1.75 मीटर।**

● **(iii)** $\because$ बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या $(r) = \dfrac{7}{4}$ मीटर और गहराई $(h) = 10$ मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन का आयतन $= \pi r^2 h$
$= \dfrac{22}{7} \times \dfrac{7}{4} \times \dfrac{7}{4} \times 10$ घन मीटर

$= \dfrac{385}{4}$ घन मीटर = 96.25 घन मीटर
= 96.25 किलोलीटर [$\because$ 1 घन मीटर = 1 किलोलीटर]

$= \dfrac{385}{4}$ घन मीटर = 96.25 घन मीटर
= 96.25 किलोलीटर [$\because$ 1 घन मीटर = 1 किलोलीटर]

प्रश्न 6. ऊँचाई 1 मीटर वाले एक बेलनाकार बर्तन की धारिता 15.4 लीटर है। इसको बनाने के लिए कितने वर्ग मीटर धातु की शीट की आवश्यकता होगी?

हल : माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या r मीटर है।

बर्तन की ऊँचाई $(h) = 1$ मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन का आयतन $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times r^2 \times 1$

$= \frac{22}{7} r^2$ घन मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन की धारिता $= \frac{22}{7} r^2$ घन मीटर

$= \frac{22}{7} r^2 \times 1000$ लीटर [$\because$ 1 घन मीटर = 1000 लीटर]

$= \frac{22000}{7} r^2$ लीटर

परन्तु प्रश्न में दिया है कि बेलनाकार बर्तन की धारिता 15.4 लीटर है।

$$\therefore \quad \frac{22,000}{7} r^2 = 15.4$$

$$\Rightarrow \quad r^2 = \frac{15.4 \times 7}{22,000} = \left(\frac{7}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{7}{100} = 0.07 \text{ मीटर}$$

हल : माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या r मीटर है।

बर्तन की ऊँचाई $(h) = 1$ मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन का आयतन $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times r^2 \times 1$

$= \frac{22}{7} r^2$ घन मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन की धारिता $= \frac{22}{7} r^2$ घन मीटर

$= \frac{22}{7} r^2 \times 1000$ लीटर [$\because$ 1 घन मीटर = 1000 लीटर]

$= \frac{22000}{7} r^2$ लीटर

परन्तु प्रश्न में दिया है कि बेलनाकार बर्तन की धारिता 15.4 लीटर है।

$$\therefore \quad \frac{22,000}{7} r^2 = 15.4$$

$$\Rightarrow \quad r^2 = \frac{15.4 \times 7}{22,000} = \left(\frac{7}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{7}{100} = 0.07 \text{ मीटर}$$

∴ बर्तन का वक्र पृष्ठ $= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.07 \times 1$

$= 0.44$ वर्ग मीटर

बर्तन के सिरों के दोनों पृष्ठों का क्षेत्रफल $= 2 \times \pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (0.07)^2$

$= 0.0308$ वर्ग मीटर

∴ बेलनाकार बर्तन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = बर्तन का वक्र पृष्ठ + बर्तन के सिरों के दोनों पृष्ठों का क्षेत्रफल

$= (0.44 + 0.0308)$ वर्ग मीटर

$= 0.4708$ वर्ग मीटर

अतः **बर्तन को बनाने हेतु आवश्यक शीट = 0.4708 वर्ग मीटर।** उत्तर

∴ बर्तन का वक्र पृष्ठ $= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.07 \times 1$

$= 0.44$ वर्ग मीटर

बर्तन के सिरों के दोनों पृष्ठों का क्षेत्रफल $= 2 \times \pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (0.07)^2$

$= 0.0308$ वर्ग मीटर

∴ बेलनाकार बर्तन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = बर्तन का वक्र पृष्ठ + बर्तन के सिरों के दोनों पृष्ठों का क्षेत्रफल

$= (0.44 + 0.0308)$ वर्ग मीटर

$= 0.4708$ वर्ग मीटर

अतः **बर्तन को बनाने हेतु आवश्यक शीट = 0.4708 वर्ग मीटर।** उत्तर

प्रश्न 7. सीसे की एक पेंसिल (lead pencil) लकड़ी के एक बेलन के अभ्यन्तर में ग्रेफाइट (graphite) से बने ठोस बेलन को डाल कर बनाई गई है। पेंसिल का व्यास 7 मिमी है और ग्रेफाइट का व्यास 1 मिमी है। यदि पेंसिल की लम्बाई 14 सेमी है, तो लकड़ी का आयतन और ग्रेफाइट का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल : पेंसिल का व्यास = 7 मिमी = 0.7 सेमी [1 मिमी = $\frac{1}{10}$

सेमी

पेसिल की त्रिज्या (r) = $\frac{0.7}{2}$ सेमी = 0.35 सेमी

पेंसिल की लम्बाई (h) = 14 सेमी

पेंसिल का आयतन = $\pi r^2 h = \frac{22}{7}$ x 0.35 x 0.35 x 14 घन सेमी = 5.39 घन सेमी।

ग्रेफाइट रॉड का व्यास = 1 मिमी = 0.1 सेमी

ग्रेफाइट रॉड की त्रिज्या (r’) = $\frac{0.1}{2}$ = 0.05 सेमी

ग्रेफाइट रॉड की लम्बाई (h) = 14 सेमी

ग्रेफाइट रॉड का आयतन = $\pi(r')^2 h$

= $\frac{22}{7}$ x 0.05 x 0.05 x 14 घन सेमी = 0.11 घन सेमी

पेंसिल में लगी लकड़ी का आयतन = पेंसिल का आयतन – ग्रेफाइट रॉड का आयतन = (5.39 – 0.11) घन सेमी = 5.28 घन सेमी

अतः लकड़ी का आयतन 5.28 घन सेमी और ग्रेफाइट का आयतन 0.11 घन सेमी है।

प्रश्न 8. एक अस्पताल (hospital) के एक रोगी को प्रतिदिन 7 सेमी व्यास वाले एक बेलनाकार कटोरे में सूप (soup) दिया जाता है। यदि यह कटोरा सूप से 4 सेमी ऊँचाई तक भरा जाता है, तो इस अस्पताल में 250 रोगियों के लिए प्रतिदिन कितना सूप तैयार किया जाता है?

हल : बेलनाकार कटोरे का व्यास = 7 सेमी

कटोरे की त्रिज्या (r) = $\frac{7}{2}$

सेमी

कटोरे की ऊँचाई (h) = 4 सेमी

बेलनाकार कटोरे में डाले गए सूप का आयतन = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} x \frac{7}{2} x \frac{7}{2} x 4$ घन सेमी
= 154 घन सेमी।
1 रोगी के लिए आवश्यक सूप की मात्रा = 154 घन सेमी
250 रोगियों के लिए आवश्यक सूप की मात्रा = 250 x 154 घन सेमी = 38,500 घन सेमी
$= \frac{38500}{1000}$
= 38.5 लीटर
अत: प्रतिदिन 38,500 घन सेमी या 38.5 लीटर सूप तैयार किया जाता है।

प्रश्नावली 13.7

जब तक अन्यथा न कहा जाए, π = लीजिए।
प्रश्न 1. उस लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसकी|
(i) त्रिज्या 6 सेमी और ऊँचाई 7 सेमी है।
(ii) त्रिज्या 3.5 सेमी और ऊँचाई 12 सेमी है।

हल : (i) लम्ब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या $(r) = 6$ सेमी तथा ऊँचाई $(h) = 7$ सेमी।
∴ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^2 \times 7$ घन सेमी
= 264 घन सेमी।
अत: **लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन = 264 घन सेमी।**

हल : (i) लम्ब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या $(r) = 6$ सेमी तथा ऊँचाई $(h) = 7$ सेमी।
∴ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^2 \times 7$ घन सेमी
= 264 घन सेमी।
अत: **लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन = 264 घन सेमी।**

● **(ii)** लम्ब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या $(r) = 3.5$ सेमी $= \frac{7}{2}$ सेमी
तथा शंकु की ऊँचाई $(h) = 12$ सेमी
∴ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 12$ घन सेमी
= 154 घन सेमी
अत: **लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन = 154 घन सेमी।**

● **(ii)** लम्ब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या $(r) = 3.5$ सेमी $= \frac{7}{2}$ सेमी
तथा शंकु की ऊँचाई $(h) = 12$ सेमी
∴ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 12$ घन सेमी
= 154 घन सेमी
अत: **लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन = 154 घन सेमी।**

प्रश्न 2. शंकु के आकार के उस बर्तन की लीटरों में धारिता ज्ञात कीजिए जिसकी
(i) त्रिज्या 7 सेमी और तिर्यक ऊँचाई 25 सेमी है।
(ii) ऊँचाई 12 सेमी और तिर्यक ऊँचाई 13 सेमी है।

हल : (i) माना शंकु के आकार वाले बर्तन की सीधी ऊँचाई h सेमी है।
शंकु के आकार वाले बर्तन की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी और
तिर्यक ऊँचाई $(l) = 25$ सेमी।

$\because \quad r^2 + h^2 = l^2 \quad \Rightarrow \quad 7^2 + h^2 = 25^2$

$\Rightarrow \quad h^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$

$\Rightarrow \quad h = \sqrt{576}$ सेमी $= 24$ सेमी

$\therefore$ शंकु के आकार के बर्तन का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 24$

$= 1232$ घन सेमी

$\therefore$ बर्तन की धारिता $= 1232$ घन सेमी

$= \frac{1232}{1000} = 1.232$ लीटर $\quad \left[\because 1 \text{ घन सेमी} = \frac{1}{1000} \text{ लीटर}\right]$

अत: **बर्तन की धारिता = 1.232 लीटर।** **उत्तर**

हल : (i) माना शंकु के आकार वाले बर्तन की सीधी ऊँचाई h सेमी है।
शंकु के आकार वाले बर्तन की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी और
तिर्यक ऊँचाई $(l) = 25$ सेमी।

$\because \quad r^2 + h^2 = l^2 \quad \Rightarrow \quad 7^2 + h^2 = 25^2$

$\Rightarrow \quad h^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$

$\Rightarrow \quad h = \sqrt{576}$ सेमी $= 24$ सेमी

$\therefore$ शंकु के आकार के बर्तन का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 24$

$= 1232$ घन सेमी

$\therefore$ बर्तन की धारिता $= 1232$ घन सेमी

$= \frac{1232}{1000} = 1.232$ लीटर $\quad \left[\because 1 \text{ घन सेमी} = \frac{1}{1000} \text{ लीटर}\right]$

अत: **बर्तन की धारिता = 1.232 लीटर।** **उत्तर**

● **(ii)** माना शंकु के आकार वाले बर्तन के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

बर्तन की ऊँचाई $(h) = 12$ सेमी और बर्तन की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 13$ सेमी

$\because \quad r^2 + h^2 = l^2 \quad \Rightarrow \quad r^2 + 12^2 = 13^2$

$\Rightarrow \quad r^2 + 144 = 169 \quad \Rightarrow \quad r^2 = 169 - 144 = 25$

$\Rightarrow \quad r = \sqrt{25}$ सेमी $= 5$ सेमी

तब, बर्तन का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 12 = \frac{2200}{7}$ घन सेमी

$\therefore$ बर्तन की धारिता $= \frac{2200}{7}$ घन सेमी

$= \frac{2200}{7 \times 1000}$ लीटर $\quad \left[\because 1 \text{ घन सेमी} = \frac{1}{1000} \text{ लीटर}\right]$

$= \frac{11}{35}$ लीटर

अत: **बर्तन की धारिता $= \frac{11}{35}$ लीटर।** **उत्तर**

● **(ii)** माना शंकु के आकार वाले बर्तन के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

बर्तन की ऊँचाई $(h) = 12$ सेमी और बर्तन की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 13$ सेमी

$\because \quad r^2 + h^2 = l^2 \quad \Rightarrow \quad r^2 + 12^2 = 13^2$

$\Rightarrow \quad r^2 + 144 = 169 \quad \Rightarrow \quad r^2 = 169 - 144 = 25$

$\Rightarrow \quad r = \sqrt{25}$ सेमी $= 5$ सेमी

तब, बर्तन का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 12 = \frac{2200}{7}$ घन सेमी

$\therefore$ बर्तन की धारिता $= \frac{2200}{7}$ घन सेमी

$= \frac{2200}{7 \times 1000}$ लीटर $\quad \left[\because 1 \text{ घन सेमी} = \frac{1}{1000} \text{ लीटर}\right]$

$= \frac{11}{35}$ लीटर

अत: **बर्तन की धारिता $= \frac{11}{35}$ लीटर।** **उत्तर**

प्रश्न 3. एक शंकु की ऊँचाई 15 सेमी है। यदि उसका आयतन 1570 सेमी है, तो इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए।)

हल : माना शंकु के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

शंकु की ऊँचाई $(h) = 15$ सेमी

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times r^2 \times 15$ घन सेमी

$= 15.70 r^2$ घन सेमी

परन्तु दिया है कि शंकु का आयतन 1570 सेमी^{3} है।

$\therefore \quad 15.70 r^2 = 1570 \quad \Rightarrow \quad r^2 = \frac{1570}{15.70} = \frac{1,57,000}{1,570} = 100$

$\Rightarrow \quad r = \sqrt{100} = 10$ सेमी

अत: **शंकु के आधार की त्रिज्या 10 सेमी है।**

हल : माना शंकु के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

शंकु की ऊँचाई $(h) = 15$ सेमी

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times r^2 \times 15$ घन सेमी

$= 15.70 r^2$ घन सेमी

परन्तु दिया है कि शंकु का आयतन 1570 सेमी^{3} है।

$\therefore \quad 15.70 r^2 = 1570 \quad \Rightarrow \quad r^2 = \frac{1570}{15.70} = \frac{1,57,000}{1,570} = 100$

$\Rightarrow \quad r = \sqrt{100} = 10$ सेमी

अत: **शंकु के आधार की त्रिज्या 10 सेमी है।**

प्रश्न 4. यदि 9 सेमी ऊँचाई वाले एक लम्बे वृत्तीय शंकु का आयतन 48 7 सेमी है तो इसके आधार का व्यास ज्ञात कीजिए।

हल : माना शंकु के आधार का व्यास $2r$ सेमी है।

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या $= r$ सेमी

और शंकु की ऊँचाई $(h) = 9$ सेमी

$\therefore$ सूत्र से, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9$ घन सेमी

$= 3\pi r^2$ घन सेमी

परन्तु प्रश्न में दिया है कि शंकु का आयतन 48π घन सेमी है।

$\therefore \quad 3\pi r^2 = 48\pi \quad \Rightarrow \quad r^2 = \frac{48\pi}{3\pi} = 16$

$\Rightarrow \quad r = 4$ सेमी $\quad \Rightarrow \quad$ शंकु के आधार की त्रिज्या 4 सेमी है।

अत: **शंकु का व्यास $4 \times 2 = 8$ सेमी है।**

हल : माना शंकु के आधार का व्यास $2r$ सेमी है।

∴ शंकु के आधार की त्रिज्या $= r$ सेमी

और शंकु की ऊँचाई $(h) = 9$ सेमी

∴ सूत्र से, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9$ घन सेमी

$= 3\pi r^2$ घन सेमी

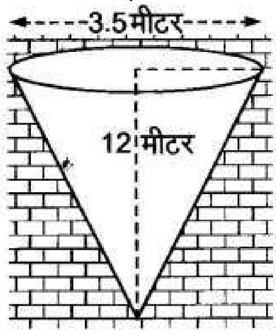
परन्तु प्रश्न में दिया है कि शंकु का आयतन 48π घन सेमी है।

∴ $3\pi r^2 = 48\pi$ ⇒ $r^2 = \frac{48\pi}{3\pi} = 16$

⇒ $r = 4$ सेमी ⇒ शंकु के आधार की त्रिज्या 4 सेमी है।

अत: **शंकु का व्यास $4 \times 2 = 8$ सेमी है।**

प्रश्न 5. ऊपरी व्यास 3.5 मीटर वाले शंकु के आकार का एक गड्ढा 12 मीटर गहरा है। इसकी धारिता किलोलीटरों में कितनी है?



हल : शंक्वाकार गड्ढे के ऊपरी सिरे का व्यास $= 3.5$ मीटर

∴ शंक्वाकार गड्ढे की त्रिज्या $(r) = \frac{3.5}{2}$ मीटर

$= \frac{35}{20}$ मीटर $= \frac{7}{4}$ मीटर

तथा शंक्वाकार गड्ढे की गहराई $(h) = 12$ मीटर

तब शंक्वाकार गड्ढे का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \times 12 = \frac{77}{2}$ घन मीटर

$= 38.5$ घन मीटर $= 38.5$ किलोलीटर [∵ 1 घन मीटर = 1 किलोलीटर]

अत: **गड्ढे की धारिता = 38.5 घन मीटर या 38.5 किलोलीटर।** उत्तर

हल : शंक्वाकार गड्ढे के ऊपरी सिरे का व्यास $= 3.5$ मीटर

∴ शंक्वाकार गड्ढे की त्रिज्या $(r) = \frac{3.5}{2}$ मीटर

$= \frac{35}{20}$ मीटर $= \frac{7}{4}$ मीटर

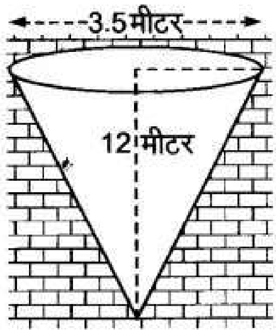
तथा शंक्वाकार गड्ढे की गहराई $(h) = 12$ मीटर

तब शंक्वाकार गड्ढे का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \times 12 = \frac{77}{2}$ घन मीटर

$= 38.5$ घन मीटर $= 38.5$ किलोलीटर [∵ 1 घन मीटर = 1 किलोलीटर]

अत: **गड्ढे की धारिता = 38.5 घन मीटर या 38.5 किलोलीटर।** उत्तर



प्रश्न 6. एक लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन 9856 सेमी है। यदि इसके आधार का व्यास 28 सेमी है तो ज्ञात कीजिए।

(i) शंकु की ऊँचाई

(ii) शंकु की तिर्यक ऊँचाई

(iii) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

हल : शंकु के आधार का व्यास = 28 सेमी

∴ शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{28}{2} = 14$ सेमी

तथा शंकु का आयतन = 9856 घन सेमी

● **(i)** माना शंकु की ऊँचाई h सेमी है।

∴ सूत्रानुसार, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h$ घन सेमी

$= \frac{616}{3} h$ घन सेमी

परन्तु प्रश्नानुसार, शंकु का आयतन 9856 घन सेमी है।

∴ $\frac{616}{3} h = 9856 \Rightarrow h = \frac{9856 \times 3}{616} = 48$ सेमी

अत: **शंकु की ऊँचाई = 48 सेमी।** **उत्तर**

● **(ii)** माना शंकु की तिर्यक ऊँचाई l सेमी है।

∵ $l^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow l^2 = (14)^2 + (48)^2$ (∵ $r = 14$ सेमी व $h = 48$ सेमी)

⇒ $l^2 = 196 + 2304 = 2500$

⇒ $l = \sqrt{2500} = 50$ सेमी

अत: **शंकु की तिर्यक ऊँचाई 50 सेमी है।** **उत्तर**

● **(iii)** ∵ शंकु की त्रिज्या $(r) = 14$ सेमी और

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 50$ सेमी।

∴ सूत्र से, शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 50$ वर्ग सेमी

$= 2,200$ वर्ग सेमी

अत: **शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 वर्ग सेमी है।** **उत्तर**

हल : शंकु के आधार का व्यास = 28 सेमी

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{28}{2} = 14$ सेमी

तथा शंकु का आयतन = 9856 घन सेमी

- **(i)** माना शंकु की ऊँचाई h सेमी है।

$\therefore$ सूत्रानुसार, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h$ घन सेमी

$= \frac{616}{3} h$ घन सेमी

परन्तु प्रश्नानुसार, शंकु का आयतन 9856 घन सेमी है।

$\therefore \frac{616}{3} h = 9856 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{9856 \times 3}{616} = 48$ सेमी

अत: **शंकु की ऊँचाई = 48 सेमी।** **उत्तर**

- **(ii)** माना शंकु की तिर्यक ऊँचाई l सेमी है।

$\because \quad l^2 = r^2 + h^2 \quad \Rightarrow \quad l^2 = (14)^2 + (48)^2 \qquad (\because r = 14$ सेमी व $h = 48$ सेमी)

$\Rightarrow \quad l^2 = 196 + 2304 = 2500$

$\Rightarrow \quad l = \sqrt{2500} = 50$ सेमी

अत: **शंकु की तिर्यक ऊँचाई 50 सेमी है।** **उत्तर**

- **(iii)** $\because$ शंकु की त्रिज्या $(r) = 14$ सेमी और शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 50$ सेमी।

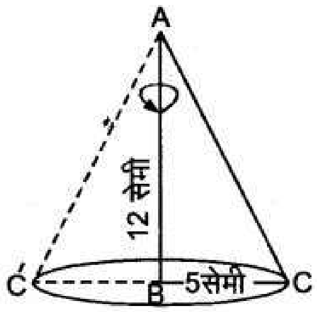
$\therefore$ सूत्र से, शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$

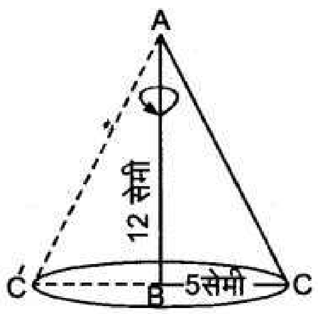
$= \frac{22}{7} \times 14 \times 50$ वर्ग सेमी

$= 2,200$ वर्ग सेमी

अत: **शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 वर्ग सेमी है।** **उत्तर**

प्रश्न 7. भुजाओं 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी वाले एक समकोण त्रिभुज ABC को भुजा 12 सेमी के परितः घुमाया जाता है। इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।





A
12 सेमी
C
B
5सेमी
C

हल : $\because$ ΔABC को 12 सेमी वाली भुजा AB के परितः घुमाया जाता है।

$\therefore$ शंकु की ऊँचाई $(h) = 12$ सेमी; और

शंकु की त्रिज्या $(r) =$ शंकु की दूसरी भुजा $= 5$ सेमी

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (5)^2 \times 12$

$= 100\pi$ घन सेमी

अतः **प्राप्त ठोस का आयतन = 100π घन सेमी।**

हल : $\because$ ΔABC को 12 सेमी वाली भुजा AB के परितः घुमाया जाता है।

$\therefore$ शंकु की ऊँचाई $(h) = 12$ सेमी; और

शंकु की त्रिज्या $(r) =$ शंकु की दूसरी भुजा $= 5$ सेमी

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (5)^2 \times 12$

$= 100\pi$ घन सेमी

अतः **प्राप्त ठोस का आयतन = 100π घन सेमी।**

प्रश्न 8. यदि प्रश्न 7 के त्रिभुज ABC को यदि भुजा 5 सेमी के परितः घुमाया जाए, तो इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। प्रश्न 7 और 8 में प्राप्त किए गए दोनों ठोसों के आयतनों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।

हल : $\because$ ΔABC को 5 सेमी वाली भुजा के परितः घुमाया जाता है।

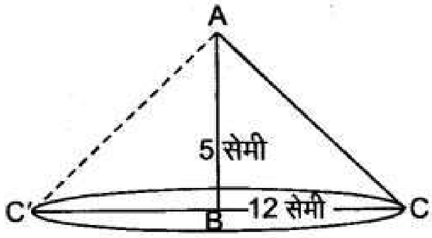
$\therefore$ शंकु की ऊँचाई $(h) = 5$ सेमी

और आधार की त्रिज्या $(r) =$ दूसरी भुजा $= 12$ सेमी

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (12)^2 \times 5$ घन सेमी

$= 240\pi$ घन सेमी



अतः **प्राप्त ठोस का आयतन = 240π घन सेमी।**

तब प्रश्न 7 व प्रश्न 8 से प्राप्त ठोसों के आयतन का अनुपात $= 100\pi : 240\pi$ **उत्तर**

$= \mathbf{5 : 12}$ **उत्तर**

हल : $\because$ ΔABC को 5 सेमी वाली भुजा के परितः घुमाया जाता है।

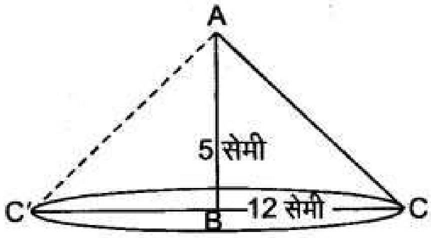
$\therefore$ शंकु की ऊँचाई $(h) = 5$ सेमी

और आधार की त्रिज्या $(r) =$ दूसरी भुजा $= 12$ सेमी

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (12)^2 \times 5$ घन सेमी

$= 240\pi$ घन सेमी



अतः **प्राप्त ठोस का आयतन = 240π घन सेमी।**

तब प्रश्न 7 व प्रश्न 8 से प्राप्त ठोसों के आयतन का अनुपात $= 100\pi : 240\pi$ **उत्तर**

$= \mathbf{5 : 12}$ **उत्तर**

प्रश्न 9. गेहूँ की एक ढेरी 10.5 मीटर व्यास और 3 मीटर ऊँचाई वाले एक शंकु के आकार की है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए कैनवास से ढका जाता है। वाँछित कैनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : गेहूँ की ढेरी से बने शंकु की ऊँचाई $(h) = 3$ मीटर तथा

आधार का व्यास $= 10.5$ मीटर $= \frac{21}{2}$ मीटर

$\therefore$ आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{21}{4}$ मीटर

$\therefore$ ढेरी का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \times 3$ घन मीटर

$= \frac{693}{8}$ घन मीटर

= 86.625 घन मीटर।

ढेरी से प्राप्त शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{21}{4}\right)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{\frac{441}{16} + 9} = \sqrt{\frac{441+144}{16}}$

$= \sqrt{\frac{585}{16}} = \frac{1}{4} \times \sqrt{585}$

$= \frac{1}{4} \times 24.186 = 6.046$ मीटर $= 6.05$ मीटर

$\therefore$ ढेरी का तिर्यक पृष्ठ $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 6.05 = 99.825$ वर्ग मीटर

अत: **ढेरी को ढकने के लिए कैनवास का क्षेत्रफल = ढेरी का तिर्यक पृष्ठ = 99.825 वर्ग मीटर।**

हल : गेहूँ की ढेरी से बने शंकु की ऊँचाई $(h) = 3$ मीटर तथा

$$\text{आधार का व्यास} = 10.5 \text{ मीटर} = \frac{21}{2} \text{ मीटर}$$

$$\therefore \quad \text{आधार की त्रिज्या } (r) = \frac{21}{4} \text{ मीटर}$$

$\therefore$ ढेरी का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \times 3 \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{693}{8} \text{ घन मीटर}$$

= 86.625 घन मीटर।

ढेरी से प्राप्त शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$$= \sqrt{\left(\frac{21}{4}\right)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{441}{16} + 9} = \sqrt{\frac{441+144}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{585}{16}} = \frac{1}{4} \times \sqrt{585}$$

$$= \frac{1}{4} \times 24.186 = 6.046 \text{ मीटर} = 6.05 \text{ मीटर}$$

$\therefore$ ढेरी का तिर्यक पृष्ठ $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 6.05 = 99.825 \text{ वर्ग मीटर}$$

अत: **ढेरी को ढकने के लिए कैनवास का क्षेत्रफल = ढेरी का तिर्यक पृष्ठ = 99.825 वर्ग मीटर।**

प्रश्नावली 13.8

जब तक अन्यथा न कहा जाए, π = लीजिए।

प्रश्न 1. उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या निम्नलिखित हैं

(i) 7 सेमी

(ii) 0.63 मीटर

हल : **(i)** गोले की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी

$\therefore$ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^3$ घन सेमी

$= \frac{4}{3} \times 22 \times 7 \times 7$ घन सेमी

$= \frac{4312}{3}$ घन सेमी

$= 1437\frac{1}{3}$ घन सेमी या 1437.33 घन सेमी

अत: **गोले का आयतन = $1437\frac{1}{3}$ घन सेमी अथवा लगभग 1437.33 घन सेमी।**

- **(ii)** गोले की त्रिज्या $(r) = 0.63$ मीटर

$\therefore$ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.63)^3$ घन मीटर

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.63 \times 0.63 \times 0.63$ घन मीटर

$= 1.047816$ घन मीटर

$= 1.05$ घन मीटर (लगभग)

अत: **गोले का आयतन = 1.05 घन मीटर (लगभग)।**

हल : **(i)** गोले की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी

$\therefore$ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^3$ घन सेमी

$= \frac{4}{3} \times 22 \times 7 \times 7$ घन सेमी

$= \frac{4312}{3}$ घन सेमी

$= 1437\frac{1}{3}$ घन सेमी या 1437.33 घन सेमी

अत: **गोले का आयतन = $1437\frac{1}{3}$ घन सेमी अथवा लगभग 1437.33 घन सेमी।**

- **(ii)** गोले की त्रिज्या $(r) = 0.63$ मीटर

$\therefore$ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.63)^3$ घन मीटर

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.63 \times 0.63 \times 0.63$ घन मीटर

$= 1.047816$ घन मीटर

$= 1.05$ घन मीटर (लगभग)

अत: **गोले का आयतन = 1.05 घन मीटर (लगभग)।**

प्रश्न 2. उस ठोस गोलाकार गेंद द्वारा हटाए गए (विस्थापित) पानी का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसका व्यास निम्नलिखित है :

(i) 28 सेमी

(ii) 0.21 मीटर।

हल : (i) गोले का व्यास = 28 सेमी

∴ गोले की त्रिज्या (r) = 14 सेमी

∴ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (14)^3$ घन सेमी

$= \frac{4}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times 14$ घन सेमी

$= \frac{34496}{3}$ घन सेमी

$= 11498\frac{2}{3}$ घन सेमी अथवा 11,498 .67 घन सेमी

अत: **गोले का आयतन = $11498\frac{1}{3}$ घन सेमी** अथवा **11498. 7 घन सेमी (लगभग)।**

हल : (i) गोले का व्यास = 28 सेमी

∴ गोले की त्रिज्या (r) = 14 सेमी

∴ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (14)^3$ घन सेमी

$= \frac{4}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times 14$ घन सेमी

$= \frac{34496}{3}$ घन सेमी

$= 11498\frac{2}{3}$ घन सेमी अथवा 11,498 .67 घन सेमी

अत: **गोले का आयतन = $11498\frac{1}{3}$ घन सेमी** अथवा **11498. 7 घन सेमी (लगभग)।**

- **(ii)** गोले का व्यास = 0.21 मीटर

∴ गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{0.21}{2}$ मीटर = 0.105 मीटर

∴ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.105)^3$ घन मीटर

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.0011576$ घन मीटर

$= 0.004851$ घन मीटर (लगभग)

अत: **गोले का आयतन = 0.004851 घन मीटर (लगभग)।**

● (ii) गोले का व्यास = 0.21 मीटर

∴ गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{0.21}{2}$ मीटर = 0.105 मीटर

∴ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.105)^3$ घन मीटर

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.0011576$ घन मीटर

= 0.004851 घन मीटर (लगभग)

अत: **गोले का आयतन = 0.004851 घन मीटर (लगभग)।**

प्रश्न 3. धातु की एक गेंद को व्यास 4.2 सेमी है। यदि इस धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति घन सेमी है तो इस गेंद का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

हल : गेंद का व्यास = 4.2 सेमी है।

∴ गेंद की त्रिज्या $(r) = \frac{4.2}{2} = 2.1$ सेमी

∴ सूत्र से, गेंद का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$ घन सेमी

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$ घन सेमी

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$ घन सेमी

$= 4 \times 22 \times 0.1 \times 2.1 \times 2.1$ घन सेमी

= 38.808 घन सेमी

∵ द्रव्यमान = आयतन × घनत्व

∴ गेंद का द्रव्यमान = गेंद का आयतन × गेंद की धातु का घनत्व

= 38.808 घन सेमी × 8.9 ग्राम/घन सेमी

= 345.3912 ग्राम = 345.39 ग्राम (लगभग)

अत: **गेंद का द्रव्यमान = 345.39 ग्राम (लगभग)।**

हल : गेंद का व्यास = 4.2 सेमी है।

∴ गेंद की त्रिज्या $(r) = \frac{4.2}{2} = 2.1$ सेमी

∴ सूत्र से, गेंद का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$ घन सेमी

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$ घन सेमी

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$ घन सेमी

$= 4 \times 22 \times 0.1 \times 2.1 \times 2.1$ घन सेमी

= 38.808 घन सेमी

∵ द्रव्यमान = आयतन × घनत्व

∴ गेंद का द्रव्यमान = गेंद का आयतन × गेंद की धातु का घनत्व

= 38.808 घन सेमी × 8.9 ग्राम/घन सेमी

= 345.3912 ग्राम = 345.39 ग्राम (लगभग)

अत: **गेंद का द्रव्यमान = 345.39 ग्राम (लगभग)।**

प्रश्न 4. चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। चन्द्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की कौन-सी भिन्न है?

हल : माना पृथ्वी का व्यास $4D$ मीटर है।

$\therefore$ पृथ्वी की त्रिज्या $(R) = 2D$ मीटर

प्रश्नानुसार, चन्द्रमा का व्यास $= \frac{1}{4}$ पृथ्वी का व्यास

$\therefore$ चन्द्रमा का व्यास $= \frac{1}{4} \times 4D = D$ मीटर

$\therefore$ चन्द्रमा की त्रिज्या $r = \frac{D}{2}$ मीटर

तब चन्द्रमा का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3$$

$$= \frac{\pi D^3}{6} \text{ घन मीटर}$$

हल : माना पृथ्वी का व्यास $4D$ मीटर है।

$\therefore$ पृथ्वी की त्रिज्या $(R) = 2D$ मीटर

प्रश्नानुसार, चन्द्रमा का व्यास $= \frac{1}{4}$ पृथ्वी का व्यास

$\therefore$ चन्द्रमा का व्यास $= \frac{1}{4} \times 4D = D$ मीटर

$\therefore$ चन्द्रमा की त्रिज्या $r = \frac{D}{2}$ मीटर

तब चन्द्रमा का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3$$

$$= \frac{\pi D^3}{6} \text{ घन मीटर}$$

और पृथ्वी का आयतन $= \frac{4}{3}\pi R^3$

$$= \frac{4}{3}\pi (2D)^3$$

$$= \frac{32\pi D^3}{3} \text{ घन मीटर}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{चन्द्रमा का आयतन}}{\text{पृथ्वी का आयतन}} = \frac{\frac{\pi D^3}{6}}{\frac{32\pi D^3}{3}}$$

$$= \frac{\pi D^3}{6} \times \frac{3}{32\pi D^3} = \frac{1}{64}$$

अत: **चन्द्रमा का आयतन, पृथ्वी के आयतन का $\frac{1}{64}$ भाग है।**

और $$\text{पृथ्वी का आयतन} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi (2D)^3$$

$$= \frac{32\pi D^3}{3} \text{ घन मीटर}$$

$$\therefore \frac{\text{चन्द्रमा का आयतन}}{\text{पृथ्वी का आयतन}} = \frac{\frac{\pi D^3}{6}}{\frac{32\pi D^3}{3}}$$

$$= \frac{\pi D^3}{6} \times \frac{3}{32\pi D^3} = \frac{1}{64}$$

अत: **चन्द्रमा का आयतन, पृथ्वी के आयतन का $\frac{1}{64}$ भाग है।**

प्रश्न 5. व्यास 10.5 सेमी वाले एक अर्द्ध-गोलाव कार कटोरे में कितने लीटर दूध आ सकता है?

हल : कटोरे का व्यास = 10.5 सेमी

$$\text{कटोरे की त्रिज्या } (r) = \frac{10.5}{2} \text{ सेमी} = \frac{105}{20} \text{ सेमी} = \frac{21}{4} \text{ सेमी}$$

सूत्र से, उक्त त्रिज्या वाले अर्द्धगोलाकार कटोरे का आयतन

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{4}\right)^3$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4851}{16} \text{ घन सेमी}$$

$$= 303.1875 \text{ घन सेमी} \cong 303 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{303}{1000} \text{ लीटर} \qquad (\because 1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ घन सेमी})$$

$$= 0.303 \text{ लीटर}$$

अत: **कटोरे में 0.303 लीटर दूध आ सकता है।** उत्तर

हल : कटोरे का व्यास = 10.5 सेमी

कटोरे की त्रिज्या $(r) = \frac{10.5}{2}$ सेमी $= \frac{105}{20}$ सेमी $= \frac{21}{4}$ सेमी

सूत्र से, उक्त त्रिज्या वाले अर्द्धगोलाकार कटोरे का आयतन

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{4}\right)^3$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4851}{16} \text{ घन सेमी}$$

$$= 303.1875 \text{ घन सेमी} \cong 303 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{303}{1000} \text{ लीटर} \qquad (\because 1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ घन सेमी})$$

$$= 0.303 \text{ लीटर}$$

अत: **कटोरे में 0.303 लीटर दूध आ सकता है।** **उत्तर**

प्रश्न 6. एक अर्द्ध-गोलाकार टंकी 1 सेमी मोटी एक लोहे की चादर (sheet) से बनी है। यदि इसकी आन्तरिक त्रिज्या 1 मीटर है, तो इस टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल : $\because$ टंकी अर्ध-गोलाकार है और उसकी आन्तरिक त्रिज्या $(r) = 1$ मीटर है।

टंकी की चादर की मोटाई = 1 सेमी $= \frac{1}{100}$ मीटर = 0.01 मीटर

$\therefore$ टंकी की बाह्य त्रिज्या (R) = टंकी की आन्तरिक त्रिज्या + चादर की मोटाई

$= (1 + 0.01)$ मीटर = 1.01 मीटर

तब पूरी टंकी का आयतन $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3$

$= \frac{2}{3} \pi \times (1.01)^3$ घन मीटर

हल : $\because$ टंकी अर्ध-गोलाकार है और उसकी आन्तरिक त्रिज्या $(r) = 1$ मीटर है।

टंकी की चादर की मोटाई = 1 सेमी $= \frac{1}{100}$ मीटर = 0.01 मीटर

$\therefore$ टंकी की बाह्य त्रिज्या (R) = टंकी की आन्तरिक त्रिज्या + चादर की मोटाई

$= (1 + 0.01)$ मीटर = 1.01 मीटर

तब पूरी टंकी का आयतन $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3$

$= \frac{2}{3} \pi \times (1.01)^3$ घन मीटर

$$= \frac{2}{3}\pi \times 1.030301 \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{2.060602\,\pi}{3} \text{ घन मीटर}$$

और टंकी के अन्दर के खोखले भाग का आयतन $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3}\pi (1)^3 \text{ घन मीटर} = \frac{2}{3}\pi \text{ घन मीटर}$$

$\therefore$ टंकी में लगी लोहे की चादर का आयतन = पूरी टंकी का आयतन – टंकी के अन्दर के खोखले भाग का आयतन

$$= \left(\frac{2.060602\,\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{0.060602\pi}{3} \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{0.060602 \times 22}{3 \times 7} \text{ घन मीटर}$$

$$= 0.06348 \text{ घन मीटर लगभग}$$

अत: **टंकी में लगे लोहे का आयतन = 0.06348 घन मीटर (लगभग)।** उत्तर

$$= \frac{2}{3}\pi \times 1.030301 \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{2.060602\,\pi}{3} \text{ घन मीटर}$$

और टंकी के अन्दर के खोखले भाग का आयतन $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3}\pi (1)^3 \text{ घन मीटर} = \frac{2}{3}\pi \text{ घन मीटर}$$

$\therefore$ टंकी में लगी लोहे की चादर का आयतन = पूरी टंकी का आयतन – टंकी के अन्दर के खोखले भाग का आयतन

$$= \left(\frac{2.060602\,\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{0.060602\pi}{3} \text{ घन मीटर}$$

$$= \frac{0.060602 \times 22}{3 \times 7} \text{ घन मीटर}$$

$$= 0.06348 \text{ घन मीटर लगभग}$$

अत: **टंकी में लगे लोहे का आयतन = 0.06348 घन मीटर (लगभग)।** उत्तर

प्रश्न 7. उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है।

हल : माना गोले की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ गोले का वक्र पृष्ठ $= 4\pi r^2$ वर्ग सेमी होगा।

परन्तु प्रश्न में दिया है कि

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है।

$$\therefore \quad 4\pi r^2 = 154$$

$$\Rightarrow \quad 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$\Rightarrow \quad r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} = \frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

$\therefore$ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$ घन सेमी

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{539}{3} \text{ घन सेमी} = 179\frac{2}{3} \text{ सेमी} = 179.67 \text{ घन सेमी}$$

अत: **गोले का आयतन $= 179\frac{2}{3}$ घन सेमी** अथवा **लगभग 179.67 घन सेमी।**

हल : माना गोले की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ गोले का वक्र पृष्ठ $= 4\pi r^2$ वर्ग सेमी होगा।

परन्तु प्रश्न में दिया है कि

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है।

$$\therefore \quad 4\pi r^2 = 154$$

$$\Rightarrow \quad 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$\Rightarrow \quad r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} = \frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

$\therefore$ सूत्र से, गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$ घन सेमी

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{539}{3} \text{ घन सेमी} = 179\frac{2}{3} \text{ सेमी} = 179.67 \text{ घन सेमी}$$

अत: **गोले का आयतन $= 179\frac{2}{3}$ घन सेमी** अथवा **लगभग 179.67 घन सेमी।**

प्रश्न 8. किसी भवन का गुम्बद एक अर्द्ध-गोले के आकार का है। अन्दर से, इसमें सफेदी कराने में 498.96 व्यय हुए। यदि सफेदी कराने की दर 2 प्रति वर्ग मीटर है, तो ज्ञात कीजिए।

(i) गुम्बद का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

(ii) गुम्बद के अन्दर की हवा का आयतन।

हल :

(i) माना अर्द्ध-गोलाकार गुम्बद की त्रिज्या मीटर है।

अर्द्ध-गोलाकार गुम्बद खोखला होता है।

अर्द्ध-गोलाकार गुम्बद को आन्तरिक पृष्ठ = $2\pi r^2$ वर्ग मीटर

तब गुम्बद के आन्तरिक पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = आन्तरिक पृष्ठ × प्रति वर्ग मीटर पर सफेदी कराने का व्यय

$$= ₹\ 2\pi r^2 \times 2$$
$$= ₹\ 4\pi r^2$$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि सफेदी कराने का व्यय ₹ 498.96 है।

$\therefore \quad 4\pi r^2 = 498.96$

$\therefore \quad 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 498.96 \Rightarrow r^2 = \frac{498.96 \times 7}{4 \times 22} = 39.69$

$\Rightarrow \quad r = \sqrt{39.69} = 6.3$ मीटर

$\therefore$ अर्द्ध-गोलाकार गुम्बद का आन्तरिक पृष्ठ $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3$ वर्ग मीटर

$= 249.48$ वर्ग मीटर

अत: **गुम्बद के आन्तरिक (वक्र) पृष्ठ का क्षेत्रफल = 249.48 वर्ग मीटर।**

● **(ii)** गुम्बद का आयतन = हवा का आयतन

$= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (6.3)^3$ घन मीटर

$= \frac{44}{21} \times 250.047$ घन मीटर

$= 523.908$ घन मीटर

अत: **गुम्बद के अन्दर की हवा का आयतन 523.908 घन मीटर है।**

तब गुम्बद के आन्तरिक पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = आन्तरिक पृष्ठ × प्रति वर्ग मीटर पर सफेदी कराने का व्यय

$$= ₹\ 2\pi r^2 \times 2$$
$$= ₹\ 4\pi r^2$$

परन्तु प्रश्न में दिया है कि सफेदी कराने का व्यय ₹ 498.96 है।

$\therefore \quad 4\pi r^2 = 498.96$

$\therefore \quad 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 498.96 \Rightarrow r^2 = \frac{498.96 \times 7}{4 \times 22} = 39.69$

$\Rightarrow \quad r = \sqrt{39.69} = 6.3$ मीटर

$\therefore$ अर्द्ध-गोलाकार गुम्बद का आन्तरिक पृष्ठ $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3$ वर्ग मीटर

$= 249.48$ वर्ग मीटर

अत: **गुम्बद के आन्तरिक (वक्र) पृष्ठ का क्षेत्रफल = 249.48 वर्ग मीटर।**

● **(ii)** गुम्बद का आयतन = हवा का आयतन

$= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (6.3)^3$ घन मीटर

$= \frac{44}{21} \times 250.047$ घन मीटर

$= 523.908$ घन मीटर

अत: **गुम्बद के अन्दर की हवा का आयतन 523.908 घन मीटर है।**

प्रश्न 9. लोहे के संत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या है और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है, जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S' है। ज्ञात कीजिए :

(i) नए गोले की त्रिज्या r'

(ii) S और S' का अनुपात।

हल : (i) $\because$ गोले की त्रिज्या r और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है

तब, $S = 4\pi r^2$

और गोले का आयतन $(V) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ सभी 27 गोलों का आयतन $(V') = 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$= 36\pi r^3$

$\therefore$ नए गोले का आयतन $= 36\pi r^3$

$\because$ नए गोले की त्रिज्या r' है; अत: नए गोले का आयतन $V' = \frac{4}{3}\pi r'^3$

तब, $\frac{4}{3}\pi r'^3 = 36\pi r^3 \Rightarrow r'^3 = 27r^3 = (3r)^3$

$\Rightarrow r' = 3r$

अत: **नए गोले की त्रिज्या $3r$ है, (जहाँ r छोटे गोलों की त्रिज्या है)।**

- **(ii)** नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $S' = 4\pi r'^2$

$= 4\pi (3r)^2$

$\therefore S' = 36\pi r^2$

समीकरण (1) व (2) से,

S और S' का अनुपात = 1 : 9

हल : (i) $\because$ गोले की त्रिज्या r और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है

तब, $S = 4\pi r^2$

और गोले का आयतन $(V) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ सभी 27 गोलों का आयतन $(V') = 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$= 36\pi r^3$

$\therefore$ नए गोले का आयतन $= 36\pi r^3$

$\because$ नए गोले की त्रिज्या r' है; अत: नए गोले का आयतन $V' = \frac{4}{3}\pi r'^3$

तब, $\frac{4}{3}\pi r'^3 = 36\pi r^3 \Rightarrow r'^3 = 27r^3 = (3r)^3$

$\Rightarrow r' = 3r$

अत: **नए गोले की त्रिज्या $3r$ है, (जहाँ r छोटे गोलों की त्रिज्या है)।**

- **(ii)** नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $S' = 4\pi r'^2$

$= 4\pi (3r)^2$

$\therefore S' = 36\pi r^2$

समीकरण (1) व (2) से,

S और S' का अनुपात = 1 : 9

प्रश्न 10. दवाई का एक कैपसूल (capsule) 3.5 मिमी व्यास का एक गोला (गोली) है। इस कैपसूल को भरने के लिए कितनी दवाई (घन मिमी में) की आवश्यकता होगी?

हल : दवाई के कैपसूल (गोले) का व्यास = 3.5 मिमी

$\therefore$ कैपसूल गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{3.5}{2}$ मिमी $= \frac{35}{20}$ मिमी $= \frac{7}{4}$ मिमी

तब कैपसूल का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^3 \text{ घन मिमी}$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$$

$$= \frac{539}{24} \text{ घन मिमी}$$

$$= 22\frac{11}{24} \text{ घन मिमी अथवा 22.46 घन मिमी (लगभग)}$$

अत: **कैपसूल में भरने के लिए दवाई की मात्रा $22\frac{11}{24}$ घन मिमी या लगभग 22.46 घन मिमी है।**

हल : दवाई के कैपसूल (गोले) का व्यास = 3.5 मिमी

$\therefore$ कैपसूल गोले की त्रिज्या $(r) = \frac{3.5}{2}$ मिमी $= \frac{35}{20}$ मिमी $= \frac{7}{4}$ मिमी

तब कैपसूल का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^3 \text{ घन मिमी}$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$$

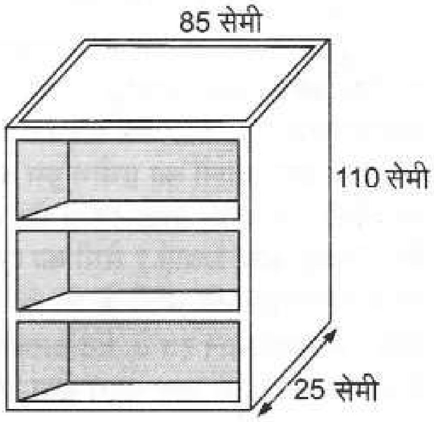
$$= \frac{539}{24} \text{ घन मिमी}$$

$$= 22\frac{11}{24} \text{ घन मिमी अथवा 22.46 घन मिमी (लगभग)}$$

अत: **कैपसूल में भरने के लिए दवाई की मात्रा $22\frac{11}{24}$ घन मिमी या लगभग 22.46 घन मिमी है।**

प्रश्नावली 13.9 (ऐच्कि)

प्रश्न 1. एक लकड़ी के बुक-शैल्फ (book-shelf) की बाहरी विमाएँ 85 सेमी निम्नलिखित हैं :
ऊँचाई = 110 सेमी, गहराई = 25 सेमी, चौड़ाई = 85 सेमी। प्रत्येक स्थान पर तख्तों की मोटाई 5 सेमी है। इसके बाहरी फलकों पर पॉलिश कराई जाती है। और आन्तरिक फलकों पर पेंट किया जाना है। यदि पॉलिश कराने की दर 20 पैसे प्रति सेमी है और पेंट कराने की दर 10 पैसे प्रति सेमी है तो इस बुक-शैल्फ पर पॉलिश और पेंट कराने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए।



हल :
दिया है, ऊँचाई = 110 सेमी, गहराई = 25 सेमी तथा चौड़ाई = 85 सेमी तख्तों की मोटाई = 5 सेमी।
पॉलिश वाले भाग का क्षेत्रफल = चार दीवारों का क्षेत्रफल + बुक-शैल्फ के पीछे का क्षेत्रफल + सामने की पट्टिकाओं का क्षेत्रफल
= [(2 x गहराई x ऊँचाई) + (2 x चौड़ाई x गहराई) + (चौड़ाई x ऊँचाई) + {2 x ऊँचाई x मोटाई) + 4 x (चौड़ाई – 5 – 5) मोटाई }]
= [(2 x 25 x 110 + 2 x 85 x 25) + 85 x 10 + {2 x 110 x 5 + 4 x (85 – 10) x 5}]
= [2 (110 + 85) x 25 + 110 x 85 + 110 x 5 x 2 + (75 x 5) x 4]
= 9750 + 9350 + 1100 + 1500
= 21700 वर्ग सेमी
अब प्रति वर्ग सेमी पर पॉलिश कराने का व्यय = 20 पैसे = $\frac{20}{100}$[1 पैसा = $\frac{1}{100}$]
21700 वर्ग सेमी पर पॉलिश कराने का व्यय = (21700 x $\frac{20}{100}$) = 4340
आन्तरिक वक्र पृष्ठ = विमाओं 75 सेमी x 30 सेमी x 20 सेमी के प्रत्येक 3 घनाभों का कुल वक्र पृष्ठ – विमाओं 75 सेमी x 30 सेमी x 20 सेमी के प्रत्येक 3 घनाभों के सामने के फलक का क्षेत्रफल

$$= 3 \times 2 \left\{ (\text{चौड़ाई} - 2 \times \text{मोटाई}) \times \left(\frac{\text{ऊँचाई} - 4 \times \text{मोटाई}}{3} \right) + \left(\frac{\text{ऊँचाई} - 4 \times \text{मोटाई}}{3} \right) \times (\text{गहराई} - \text{मोटाई}) + (\text{चौड़ाई} - 2 \times \text{मोटाई}) \times (\text{गहराई} - \text{मोटाई}) \right\} - 3 \times (\text{चौड़ाई} - 2 \times \text{मोटाई}) \times \left(\frac{\text{ऊँचाई} - 4 \times \text{मोटाई}}{3} \right)$$

$$= 3 \times 2 \left\{ (85 - 2 \times 5) \times \left(\frac{110 - 4 \times 5}{3} \right) + \left(\frac{110 - 4 \times 5}{3} \right) \times (25 - 5) + (85 - 2 \times 5) \times (25 - 5) \right\} - 3 \times (85 - 2 \times 5) \times \left(\frac{110 - 4 \times 5}{3} \right)$$

$$= 3\{2(75 \times 30 + 30 \times 20 + 75 \times 20)\} - 3 \times (75 \times 30)$$

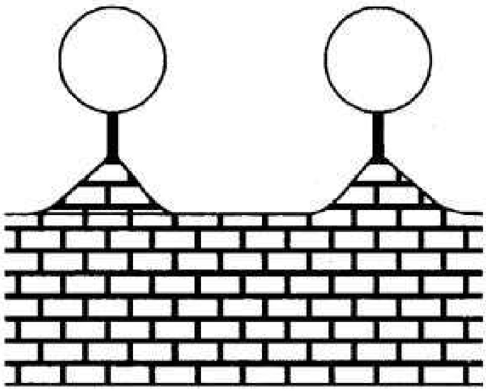
$$= 6(2250 + 600 + 1500) - 6750 = 26100 - 6750 = 19350 \text{ वर्ग सेमी}$$

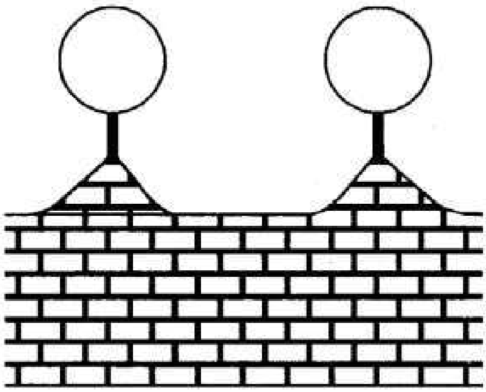
अब, प्रति वर्ग सेमी पर पेंट कराने का व्यय = 10 पैसे = ₹ $\frac{10}{100}$

∴ 19350 वर्ग सेमी पर पेंट कराने का व्यय = ₹ $19350 \times \frac{10}{100}$ = ₹ 1935

अतः बुक-शैल्फ पर पॉलिश और पेंट कराने का कुल व्यय = ₹ (4340 + 1935) = ₹ **6275**

प्रश्न 2. किसी घर के कम्पाउण्ड की सामने की दीवार को 21 सेमी व्यास वाले लकड़ी के गोलों को छोटे आधारों पर टिकाकर सजाया जाता है, जैसा कि संलग्न आकृति में दिखाया गया है। इस प्रकार के आठ गोलों का प्रयोग इस कार्य के लिए किया जाना है और इन गोलों को चाँदी वाले रंग में पेंट करवाना है। प्रत्येक आधार 1.5 सेमी त्रिज्या और ऊँचाई 7 सेमी का एक बेलन है तथा इन्हें काले रंग से पेंट करवाना है। यदि चाँदी के रंग का पेंट करवाने की दर 25 पैसे प्रति सेमी है तथा काले रंग के पेंट करवाने की दर 5 पैसे प्रति सेमी हो, तो पेंट करवाने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए।





हल : बेलन के आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5$ (∵ बेलन की त्रिज्या $r = 1.5$ सेमी)

$= \frac{49.5}{7}$ वर्ग सेमी = 7.07 वर्ग सेमी

∵ गोले का व्यास = 21 सेमी

∴ गोले की त्रिज्या $R = \frac{21}{2}$ सेमी

गोले के गोलीय पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} = 1386$ वर्ग सेमी

गोले के पृष्ठ के उस भाग का क्षेत्रफल जिस पर चाँदी का पेंट होना है

= गोले के गोलीय पृष्ठ का क्षेत्रफल − बेलन के आधार का क्षेत्रफल

= (1386 − 7.07) वर्ग सेमी = 1378.93 वर्ग सेमी

हल : बेलन के आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5$ (∵ बेलन की त्रिज्या $r = 1.5$ सेमी)

$= \frac{49.5}{7}$ वर्ग सेमी = 7.07 वर्ग सेमी

∵ गोले का व्यास = 21 सेमी

∴ गोले की त्रिज्या $R = \frac{21}{2}$ सेमी

गोले के गोलीय पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} = 1386$ वर्ग सेमी

गोले के पृष्ठ के उस भाग का क्षेत्रफल जिस पर चाँदी का पेंट होना है

= गोले के गोलीय पृष्ठ का क्षेत्रफल − बेलन के आधार का क्षेत्रफल

= (1386 − 7.07) वर्ग सेमी = 1378.93 वर्ग सेमी

∴ 25 पैसे प्रति वर्ग सेमी की दर से 8 गोलों को पेंट कराने का व्यय = $8 \times 25 \times 1378.93$ पैसे = 2,75,786 पैसे

= ₹ 2,757.86 $\left[\because 1 \text{ पैसा} = ₹\, \frac{1}{100}\right]$

बेलन के आधार की त्रिज्या $(r) = 1.5$ सेमी तथा ऊँचाई $(h) = 7$ सेमी

बेलन का वक्र पृष्ठ $= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times 7 = 66$ वर्ग सेमी

∴ 5 पैसे प्रति वर्ग सेमी की दर से 8 बेलनों को पेंट कराने का व्यय = $5 \times 8 \times 66$ पैसे

= 2,640 पैसे या ₹ 26.40

अतः पेंट कराने का कुल व्यय = 8 गोलों को पेंट कराने का व्यय + 8 बेलनों को पेंट कराने का व्यय

= 2,757.86 + 26.40

= **₹ 2,784.26** उत्तर

∴ 25 पैसे प्रति वर्ग सेमी की दर से 8 गोलों को पेंट कराने का व्यय = $8 \times 25 \times 1378.93$ पैसे = 2,75,786 पैसे

= ₹ 2,757.86 $\left[\because 1 \text{ पैसा} = ₹\, \frac{1}{100}\right]$

बेलन के आधार की त्रिज्या $(r) = 1.5$ सेमी तथा ऊँचाई $(h) = 7$ सेमी

बेलन का वक्र पृष्ठ $= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times 7 = 66$ वर्ग सेमी

∴ 5 पैसे प्रति वर्ग सेमी की दर से 8 बेलनों को पेंट कराने का व्यय = $5 \times 8 \times 66$ पैसे

= 2,640 पैसे या ₹ 26.40

अतः पेंट कराने का कुल व्यय = 8 गोलों को पेंट कराने का व्यय + 8 बेलनों को पेंट कराने का व्यय

= 2,757.86 + 26.40

= **₹ 2,784.26** उत्तर

प्रश्न 3. एक गोले के व्यास में 25% की कमी हो जाती है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितने प्रतिशत कम हो गया है?

हल : माना गोले का व्यास $200r$ है

$\therefore$ गोले के व्यास में कमी $= 200r$ का 25%

$$= \frac{200r \times 25}{100} = 50r$$

$\therefore$ नए गोले का व्यास $= 200r - 50r = 150r$

$\therefore$ नए गोले की त्रिज्या $R = \frac{150r}{2} = 75r$

$\therefore$ नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$

$$= 4\pi \times 75r \times 75r = 4\pi (75r)^2$$

अब, मूल गोले की त्रिज्या $= \frac{200r}{2} = 100r$

$\therefore$ मूल गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi \times (100r)^2$

गोले के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी = मूल गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल − नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\pi (100r)^2 - 4\pi (75r)^2$$

$$= 4\pi (10{,}000r^2 - 5{,}625r^2)$$

$$= 4\pi (4{,}375r^2)$$

$\therefore$ गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी का प्रतिशत $= \frac{\text{गोले के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी}}{\text{मूल गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} \times 100\%$

$$= \frac{4\pi (4{,}375r^2) \times 100}{4\pi (100r)^2}\% = 43.75\%$$

अत: **गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी = 43.75%**

हल : माना गोले का व्यास $200r$ है

$\therefore$ गोले के व्यास में कमी = $200r$ का 25%

$$= \frac{200r \times 25}{100} = 50r$$

$\therefore$ नए गोले का व्यास $= 200r - 50r = 150r$

$\therefore$ नए गोले की त्रिज्या $R = \frac{150r}{2} = 75r$

$\therefore$ नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$

$$= 4\pi \times 75r \times 75r = 4\pi(75r)^2$$

अब, मूल गोले की त्रिज्या $= \frac{200r}{2} = 100r$

$\therefore$ मूल गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi \times (100r)^2$

गोले के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी = मूल गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल – नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\pi(100r)^2 - 4\pi(75r)^2$$

$$= 4\pi(10{,}000r^2 - 5{,}625r^2)$$

$$= 4\pi(4{,}375r^2)$$

$\therefore$ गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी का प्रतिशत $= \frac{\text{गोले के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी}}{\text{मूल गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} \times 100\%$

$$= \frac{4\pi(4{,}375r^2) \times 100}{4\pi(100r)^2}\% = 43.75\%$$

अत: **गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी = 43.75%**